

ОТЗЫВ

научного руководителя о диссертации Павленко Андрея Васильевича «Двумерные двухчастичные парциальные интегральные уравнения и волновые функции в квазипотенциальном подходе Логунова – Тавхелидзе», представленной на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 – теоретическая физика.

Характеристика научной, научно-педагогической, производственной деятельности соискателя

Павленко А.В. в 2020 году закончил с отличием физический факультет УО «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины». В 2020/2021 учебном году обучался в магистратуре по специальности «Физика», а в 2021 – 2025 гг. – в аспирантуре по специальности 01.04.02 – теоретическая физика в УО «ГГУ им. Ф. Скорины». В 2025 Павленко А.В. назначен руководителем научного проекта «Методы решения двухчастичных двумерных квазипотенциальных уравнений», финансируемого Белорусским фондом фундаментальных исследований. С февраля 2023 года по июнь 2024 года исполнял обязанности ассистента кафедры медицинской и биологической физики в Гомельском государственном медицинском университете. С октября 2025 года по настоящее время работает в должности ассистента кафедры теоретической физики ГГУ им. Ф. Скорины.

В течение всего времени работы над проблемами, тематически связанными с диссертационным исследованием, Павленко А.В. активно занимается научно-исследовательской деятельностью; в настоящее время он является автором 15 научных работ. Все опубликованные работы соответствуют одному научному направлению – исследованию релятивистских двухчастичных систем посредством поиска и анализа решений, соответствующих уравнениям квазипотенциального типа. Результаты исследований апробированы на 8 научных собраниях, в том числе 4 международных: 19th International Conference on Global Research and Education «Inter-Academia 2021» (Гомель, 2021); VI Международной научной конференции «Проблемы взаимодействия излучения с веществом», посвящённой академику Б. В. Бокутю (Гомель, 2024); XV и XVI Международных школах-конференциях «Актуальные проблемы физики микромира» (г. Минск, 2022, 2025).

Павленко А.В. присущи добросовестность в работе, настойчивость в достижении цели и ответственность за выполняемое дело. Его отличает высокий уровень профессиональной квалификации в физике, математике и дисциплинах компьютерного программирования. В студенческие годы многократно был победителем олимпиад регионального, республиканского и международного уровня по физике, математике и теоретической механике.

Обладает организаторскими способностями, умеет при наличии оснований аргументированно, убедительно и корректно по отношению к

оппонентам отстаивать свое мнение перед коллегами, сотрудниками кафедры и студентами. Охотно оказывает им консультативную помощь в решении профессиональных вопросов. Результаты научной деятельности внедряет в учебный процесс. Пользуется заслуженным авторитетом и уважением у студентов и коллег.

Актуальность темы диссертационного исследования

Для описания двухчастичных систем можно использовать уравнение Бете–Солпитера. Однако с учётом большинства модельных потенциалов это уравнение не может иметь точных аналитических решений, что ограничивает возможность анализа физических свойств систем и обуславливает необходимость применения численных методов, посредством которых часто нельзя выявить общие закономерности.

В отличие от таких методов, квазипотенциальный подход успешно применялся при описании состояний одномерных и трёхмерных объектов, но долгое время не был распространён на двумерные системы. Первая попытка была предпринята только в 2009 году – в работе Нагиева было получено двумерное конечно-разностное уравнение и найдено его точное решение с учётом релятивистского аналога потенциала гармонического осциллятора. Однако данный подход не получил развития из-за присущей конечно-разностным уравнениям принципиальной неоднозначности решений, определяемых с точностью до i -периодических множителей, исключающей физическую интерпретацию волновых функций.

Интегральная формулировка квазипотенциального подхода свободна от указанного недостатка, что открывает возможность построения последовательного формализма для двумерных систем. Однако, несмотря на эффективность интегрального подхода в трёхмерном пространстве, двумерные интегральные уравнения в релятивистском конфигурационном представлении до настоящего времени не были сформулированы, что связано с неустановленным явным видом парциальных функций Грина.

Интерес к двумерным системам значительно увеличился после экспериментального обнаружения графена. В существующих описаниях, основанных на нерелятивистском уравнении Шрёдингера или одночастичном уравнении Дирака, не удалось корректно учесть релятивистские эффекты в связанных состояниях двухчастичных систем.

В диссертации А.В. Павленко впервые сформулированы двумерные интегральные квазипотенциальные уравнения в релятивистском конфигурационном представлении и получены явные выражения парциальных функций Грина. Найдены точные аналитические решения с использованием потенциалов типа «дельта-окружность» и релятивистских аналогов гармонического осциллятора, а также выведены замкнутые выражения для амплитуд и сечений рассеяния.

Полученные результаты восполняют пробел в теоретической физике и составляют основу для аналитического описания спектров, волновых

функций и других характеристик двумерных релятивистских двухчастичных систем, что является важным шагом в развитии методов теоретической физики применительно к низкоразмерным моделям.

В силу изложенных обстоятельств можно утверждать, что тема диссертации является актуальной в современной теоретической физике элементарных частиц.

Научная оценка диссертации

В диссертации Павленко А.В. исследование связанных состояний и состояний рассеяния релятивистских скалярных двухчастичных систем частиц одинаковой массы проведено на основе решений уравнений квазипотенциального типа, записанных в интегральной форме.

Первая глава диссертации имеет теоретико-методологический характер. В ней приведен аналитический обзор существующих подходов к описанию двухчастичных систем, таких как основанные на уравнении Шрёдингера, уравнении Дирака, уравнении Бете–Солпитера и конечно-разностных уравнениях в релятивистском конфигурационном представлении. Выявлено, что интегральный квазипотенциальный подход лишён принципиального недостатка конечно-разностных уравнений – неоднозначности решений. В диссертации впервые сформулированы двумерные интегральные квазипотенциальные уравнения типа трёхмерного уравнения Логунова–Тавхелидзе в релятивистском конфигурационном представлении, описывающие как связанные состояния, так и состояния рассеяния системы двух скалярных частиц одинаковой массы. Произведен их парциальный анализ, предложена альтернативная математическая формулировка двумерных релятивистских парциальных волн, выраженных через функции Лежандра с полуцелым нижним и комплексным верхним индексами. Определены нерелятивистский предел и асимптотическое поведение релятивистских плоских волн.

Во второй главе развит математический аппарат и решена ключевая задача о нахождении явного вида парциальных функций Грина для двумерного уравнения Логунова–Тавхелидзе в релятивистском конфигурационном представлении. Для состояний рассеяния и связанных состояний получены замкнутые аналитические выражения парциальных функций Грина при произвольном значении азимутального квантового числа. Метод решения основан на контурном интегрировании в комплексной плоскости и применении теоремы о вычетах к аналитическим выражениям, содержащим специальные функции (функции Лежандра второго рода). Для состояний рассеяния дополнительно найдено асимптотическое поведение парциальных функций Грина, а также выведены явные выражения двумерных парциальных амплитуд рассеяния, парциальных и полного сечений рассеяния. Показано, что нерелятивистский предел полученных функций Грина корректно переходит в известное выражение для функции Грина двумерного уравнения Липпмана–Швингера.

Третья, четвертая и пятая главы содержат аналитическое и численное исследование модельных задач с потенциалами специального вида. В них детально описана процедура получения точных и приближённых решений двумерных интегральных уравнений – как в релятивистском конфигурационном, так и в импульсном представлениях.

В главе 3 расчёты произведены в случае квазипотенциалов типа «дельта-окружность» и их суперпозиции в релятивистском конфигурационном представлении. Получены точные решения, определяющие волновые функции связанных состояний, и установлены соответствующие трансцендентные условия квантования энергии. Произведён сравнительный анализ волновых функций в релятивистском конфигурационном представлении и импульсном представлении, показано различие в количестве их нулей. Также получены точные аналитические выражения парциальных двумерных амплитуд рассеяния и двумерных парциальных сечений рассеяния при моделировании взаимодействия квазипотенциалами двух типов: «дельта-окружность» и суперпозиция двух «дельта-окружностей». Получены численные решения уравнения Логунова-Тавхелидзе в релятивистском конфигурационном представлении в случае связанных состояний для гауссова потенциала, проанализирована процедура предельного перехода к бесконечно узкому гауссову потенциалу (к «дельта-окружности»), показано, что в данном пределе численно полученные результаты стремятся к точным аналитическим решениям, соответствующим предельному варианту квазипотенциала «дельта-окружность».

В главе 4 исследования произведены с использованием релятивистских аналогов потенциала «дельта-окружность», заданных в координатном представлении. В случае суперпозиции таких потенциалов получены точные и приближённые условия квантования энергии.

В главе 5 получены точные решения квазипотенциального уравнения с учётом релятивистских аналогов потенциала гармонического осциллятора, заданных в импульсном представлении. С использованием четырёх различных релятивистских обобщений такого потенциала волновые функции выражены через обобщённые полиномы Лагерра, и получены условия квантования энергии.

На основе найденных решений произведён сравнительный анализ, в результате которого выявлены принципиальные особенности, присущие именно двумерным релятивистским системам. Например, показано, что двумерные парциальные сечения рассеяния для s -волны ($\mu=0$) неограниченно увеличиваются при малых импульсах налетающей частицы. Эта особенность связана с логарифмическим поведением соответствующей парциальной функции Грина в рассматриваемой области, что является специфической чертой двумерной геометрии: характер изменения сечения рассеяния существенно отличается от известного поведения сечений рассеяния в трёхмерном пространстве.

Все точные решения, приведенные в диссертационном исследовании, получены впервые. На их основе могут быть найдены приближенные решения двумерных парциальных квазипотенциальных уравнений с использованием модельных квазипотенциалов сложной формы.

Таким образом, разработанный в диссертационной работе формализм направлен на создание теоретической основы для описания широкого класса релятивистских двумерных квантовых систем.

Все научные результаты, полученные в диссертации, являются новыми, научно обоснованными и важными.

Основные положения диссертации апробированы на международных научных собраниях, опубликованы в 15 научных работах, из которых 7 работ соответствуют пункту 19 Положения о присуждении ученых степеней и ученых званий в Республике Беларусь.

Исследования по теме диссертации проведены в рамках государственных программ научных исследований «Конвергенция», соисполнителем которых был соискатель, а также в рамках гранта БРФФИ по теме «Методы решения двухчастичных двумерных квазипотенциальных уравнений» руководителем которого является соискатель.

Работа оформлена с соблюдением инструкции ВАК Беларуси по оформлению диссертации и автореферата, содержит обширный библиографический список. В тексте диссертации имеются ссылки на все работы, использованные при ее подготовке и включенные в него.

Точные решения релятивистских двухчастичных уравнений в релятивистском конфигурационном представлении, полученные при моделировании взаимодействия суперпозицией δ -потенциалов, могут использоваться как основа для численного решения указанных уравнений с гладкими потенциалами. Точные решения, содержащиеся в главе 3, полученные в импульсном и релятивистском конфигурационном представлении, могут применяться для проверки эффективности алгоритмов численного решения парциальных интегральных уравнений – в обоих представлениях.

В диссертации продемонстрирована перспективность исследования релятивистских двухчастичных систем на основе интегральных уравнений квазипотенциального типа в импульсном и релятивистском конфигурационном представлении. Научная и практическая значимость диссертации определяется в совокупности следующими результатами:

- получены новые точные решения релятивистских теоретико-полевых уравнений с учётом потенциалов различных классов;
- развиты методы численного решения релятивистских двухчастичных квантово-полевых уравнений, а в двумерном релятивистском конфигурационном представлении – впервые;
- на этой основе определены характеристики двухчастичных систем элементарных частиц.

Заключение

На основании вышеизложенного считаю, что диссертация Павленко Андрея Васильевича «Двумерные двухчастичные парциальные интегральные уравнения и волновые функции в квазипотенциальном подходе Логунова – Тавхелидзе» соответствует всем требованиям, предъявляемым ВАК Беларуси к кандидатским диссертациям, а ее автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 – теоретическая физика за совокупность следующих научных результатов:

– сформулированные двумерные парциальные интегральные квазипотенциальные уравнения в релятивистском конфигурационном представлении, описывающие связанные состояния и состояния рассеяния систем двух скалярных частиц одинаковой массы;

– явный вид парциальных функций Грина двумерного квазипотенциального уравнения Логунова – Тавхелидзе, определённый при произвольном значении азимутального квантового числа, и установленные характер их асимптотического поведения и нерелятивистский предел парциальных волн и парциальных функций Грина;

– полученные с учетом четырех релятивистских аналогов потенциала гармонического осциллятора точные решения двумерного уравнения Логунова – Тавхелидзе для связанных состояний системы двух скалярных частиц одинаковой массы;

– полученные с использованием операторов взаимодействия типа «дельта-окружность» и их суперпозиций точные решения релятивистских парциальных уравнений – как в релятивистском конфигурационном представлении, так и в импульсном представлении;

– полученные с учетом квазипотенциала Гаусса, заданного в релятивистском конфигурационном представлении, численные решения двумерных парциальных интегральных квазипотенциальных уравнений для связанных состояний;

– полученные с учетом модельных квазипотенциалов типа «дельта-окружность» и их суперпозиций точные аналитические выражения для двумерных парциальных амплитуд и сечений рассеяния.

Я, Капшай Валерий Николаевич, выражаю согласие на размещение данного отзыва на официальном сайте Гомельского государственного университета имени Франциска Скорины в глобальной компьютерной сети Интернет.

Научный руководитель, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры теоретической физики УО «Гомельский государственный университет имени Ф. Скорины»

Подписано: *Капшай В.Н.*
 Вернулось: *Капшай В.Н.*
 ЗАВЯРАЮ
 Адміністрацыя аддзела кадраў установы
 адукацыі «Гомельскі дзяржаўны
 універсітэт імя Францыска Скарыны»
Капшай В.Н.



Капшай В.Н.

В.Н. Капшай
06.02.2026