

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по научной работе
Белорусского государственного
университета


А. В. Блохин

9 апреля 2026 г.

ОТЗЫВ

оппонирующей организации

Белорусский государственный университет
по диссертационной работе **Павленко Андрея Васильевича**
«Двумерные двухчастичные парциальные интегральные уравнения и
волновые функции в квазипотенциальном подходе Логунова-Тавхелидзе»,
представленной на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 01.04.02 – теоретическая физика

Принято на заседании научного семинара кафедры теоретической физики
и астрофизики физического факультета БГУ (протокол от 06.04.2026 № 3).

1. Соответствие содержания диссертации заявленной специальности и отрасли науки со ссылкой на область исследования паспорта соответствующей специальности, утвержденного ВАК

Диссертационная работа Павленко А.В. посвящена установлению закономерностей характеристик рассеяния и связанных состояний двумерной релятивистской квантовой системы двух скалярных частиц. Содержание диссертационной работы и приведенные в ней результаты соответствуют следующим пунктам раздела «Области исследований» паспорта специальности 01.04.02 – теоретическая физика и отрасли «физико-математические науки»:

Развитие и применение фундаментальных физических концепций, теорий, методов и моделей для описания физических явлений в веществах и полях.

Квантовая механика. Квантовая теория информации и квантовые вычисления.

2. Научный вклад соискателя в решение научной задачи с оценкой его значимости

Диссертация Павленко А.В. посвящена исследованию связанных состояний и состояний рассеяния двумерной релятивистской квантовой системы двух скалярных частиц на основе уравнения квазипотенциального метода Логунова-Тавхелидзе в релятивистском конфигурационном представлении с разложением по парциальным волнам. Данная задача

решалась в рамках направления, развиваемого в учреждении образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины».

Актуальность исследований, выполненных соискателем, обусловлена сочетанием следующих обстоятельств: во-первых, в последние четверть века в физике конденсированного состояния резко возрос интерес к исследованию двумерных и одномерных систем; во-вторых, теоретические исследования таких систем основаны, помимо расчетов *ab initio*, на квантовополевых методах (например, многочисленные обзоры по свойствам графена, экситон-экситонному взаимодействию в 2D-материалах, 2D-сверхпроводимости, и т. д.). Квазипотенциальный подход, среди этих методов, сохраняет преимущества уравнений типа Бете-Солпитера (линейность задачи) и обладает дополнительными качествами: меньшим числом переменных, возможностью использования известных методов, применяемых для обычного уравнения Шрёдингера, и автоматическим выполнением условий унитарности в задаче об упругих столкновениях двух частиц. Между тем, если рассматривается новый класс систем в качестве объекта исследования – это двумерные квантовые системы – возникает необходимость, помимо модификации теоретического формализма, в рассмотрении элементарных систем этого класса, допускающих либо точное решение, либо «быстрое» численное решение.

В результате соискателем, во-первых, построена система уравнений для парциальных волновых функций релятивистского конфигурационного представления уравнений Логунова-Тавхелидзе для двухчастичной системы, во-вторых, получены их точные решения для двумерных квазипотенциалов типа «дельта-окружность» и их суперпозиции, для релятивистского аналога 2-мерного гармонического осциллятора, а также, численное решение задачи о «гауссовском квазипотенциале». При этом рассчитаны обычные квантово-механические характеристики связанных состояний скалярных частиц, а также, парциальные амплитуды и сечения рассеяния.

Таким образом, диссертационная работа Павленко А.В. содержит новые научные результаты, совокупность которых является вкладом в решение проблемы рассеяния и связанных состояний двумерной релятивистской квантовой системы двух скалярных частиц.

3. Конкретные научные результаты (с указанием их новизны и практической значимости), за которые соискателю может быть присуждена искомая ученая степень

Основные результаты диссертации Павленко А.В., за которые может быть присуждена учёная степень кандидата физико-математических наук, и выносимые на защиту положения являются новыми. К таковым относятся следующие:

– построены парциальные интегральные уравнения теории Логунова-Тавхелидзе в двумерном релятивистском конфигурационном представлении, пригодные для анализа связанных состояний и состояний рассеяния релятивистской системы двух скалярных частиц, с постановкой

асимптотических условий, удовлетворяющих требованию однозначности решений;

- получены формулы для парциальных функций Грина теории Логунова-Тавхелидзе в двумерном релятивистском конфигурационном представлении с асимптотиками связанного состояния и состояния рассеяния;

- найдены и проанализированы точные выражения для уровней энергии и соответствующих волновых функций связанных состояний «элементарных» релятивистских систем двух скалярных частиц – с квазипотенциалами типа «дельта-окружность» и «релятивистский линейный гармонический осциллятор»;

- найдены точные выражения для парциальных амплитуд и сечений рассеяния для «элементарных» релятивистских систем двух скалярных частиц – с квазипотенциалами типа «дельта-окружность» и «релятивистский линейный гармонический осциллятор»;

- получено численное решение парциальных интегральных уравнений для релятивистской системы двух скалярных частиц с гауссовским квазипотенциалом.

Практическое значение полученных результатов заключается в следующем: во-первых, разработан формализм, в рамках которого могут рассматриваться задачи с реалистичными выражениями для квазипотенциалов; во-вторых, рассмотренные элементарные модели могут использоваться для предварительных оценок при решении задач с реалистичными выражениями для квазипотенциалов. Результаты работы внедрены в образовательный процесс физического факультета учреждения образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины».

4. Замечания по диссертации

При положительной оценке диссертационной работы в целом необходимо сделать ряд замечаний:

1. Словосочетание «создание последовательного математического аппарата» в формулировке «центральной» задачи исследования не совсем уместно – математический аппарат уже был создан в классических работах, в диссертации он модифицирован.

2. В подразделе 1.1, так же, как и в других местах текста диссертации говорится о том, что «авторами работ [30], [32] рассматривались *трехмерные конечно-разностные уравнения разного типа...*». Полагаю, что большинство специалистов в различных областях физики и математики восприняли бы термин *конечно-разностные уравнения* в свете материала учебника Самарского А.А. «Теория разностных схем». Поэтому было бы уместно использовать более точный термин, например, «дельта-операция по Кадышевскому – Мир-Касимову – Скачкову», или что-либо аналогичное.

3. На с. 42 дано точное описание зависимости параметра w_q (по сути, энергии) связанного состояния от параметров потенциала «дельта-

окружность». При этом, мы не находим обсуждения физического смысла полученных решений. В квалификационной работе было бы уместно провести аналогию с задачей из нерелятивистской квантовой механики о спектре в сферической потенциальной яме, или, даже, о частице в одномерной потенциальной яме, например, $U(x) = -U_0/ch^2(x/a)$. Это усилило бы результат.

4. В задаче о двух дельта-потенциалах уместна была бы краткая мотивация этой задачи.

5. На с. 49 подробно поясняется метод квадратур или конечных сумм решения интегрального уравнения (1.55) с квазипотенциалом (3.19). Пояснять численный метод в данном случае представляется излишним, можно просто сослаться на учебник, допустим, Демидовича – Марона – Шуваловой.

6. В подразделе 3.4 приведены графики зависимостей сечения рассеяния от быстроты. Была бы очень интересна физическая трактовка пиков на этих графиках.

7. В выводах к главе 4 сказано: «В результате исследования парциальных ВФ в координатном представлении показано, что количество их нулей совпадает с номером связанного состояния...». Эта (повторяющаяся) сентенция становится более содержательной, если сравнить результаты релятивистской и нерелятивистской квантовой механики для рассматриваемой системы в свете осцилляционной теоремы (теоремы Штурма).

Указанные замечания не изменяют в целом положительной оценки диссертационного исследования.

5. Соответствие научной квалификации соискателя ученой степени, на которую он претендует

Анализ содержания диссертации подтверждает должную квалификацию Павленко А.В. в области методов релятивистской квантовой механики двухчастичных систем. Результаты диссертационного исследования были представлены на республиканских и международных научных конференциях и опубликованы в рецензируемых отечественных и зарубежных научных журналах (7 статей, соответствующих пункту 19 Положения о присуждении ученых степеней и присвоении ученых званий), а именно: «Проблемы физики, математики и техники» (3 статьи), «Известия высших учебных заведений. Физика» (4 статьи). С учётом научного уровня публикаций можно заключить, что научная квалификация Павленко А.В. соответствует учёной степени кандидата наук.

Диссертационная работа Павленко Андрея Васильевича «Двумерные двухчастичные парциальные интегральные уравнения и волновые функции в квазипотенциальном подходе Логунова-Тавхелидзе» является завершённым самостоятельным квалификационным исследованием, которое соответствует требованиям ВАК, предъявляемым к диссертациям на соискание учёной степени кандидата наук (Глава 3 Положения о присуждении учёных степеней

и присвоении учёных званий), и заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 – теоретическая физика за:

– разработанный формализм парциальных интегральных уравнений теории Логунова-Тавхелидзе в двумерном релятивистском конфигурационном представлении для анализа связанных состояний и состояний рассеяния релятивистской системы двух скалярных частиц одинаковой массы;

– найденные явные решения парциальных интегральных уравнений в двумерном релятивистском конфигурационном представлении для связанных состояний и состояний рассеяния релятивистской системы двух скалярных частиц одинаковой массы с квазипотенциалами типа «дельта-окружность» и релятивистских аналогов осцилляторного потенциала;

– рассчитанные характеристики связанных состояний релятивистской системы двух скалярных частиц одинаковой массы с гауссовским квазипотенциалом.

Отзыв обсужден после заслушивания доклада соискателя на заседании научного семинара кафедры теоретической физики и астрофизики физического факультета БГУ (протокол № 3 от 06.04.2026).

Присутствовали: д.ф.-м.н., проф. Фурс А.Н., заведующий кафедрой теоретической физики и астрофизики (председатель научного семинара); д.ф.-м.н., доц. Кушнир В.Н., профессор кафедры теоретической физики и астрофизики (эксперт); к.ф.-м.н., доц. Розенбаум В.М., ведущий научный сотрудник кафедры теоретической физики и астрофизики; к.ф.-м.н., доц. Жилко В.В., доцент кафедры теоретической физики и астрофизики; Орловский А.В., аспирант кафедры теоретической физики и астрофизики, Рыбальченко Г.В., аспирант кафедры теоретической физики и астрофизики.

Всего 6 человек, из них 2 доктора наук и 2 кандидата наук.

Слушали доклад Павленко Андрея Васильевича, который изложил краткое содержание, основные положения и выводы представленной диссертации. С проектом отзыва оппонировавшей организации выступил эксперт оппонировавшей организации, профессор кафедры теоретической физики и астрофизики, д.ф.-м.н., доц. Кушнир В.Н., назначенный приказом ректора БГУ от 27.03.2026 № 166-ОД.

В обсуждении диссертации приняли участие: профессор Фурс А.Н., ведущий научный сотрудник Розенбаум В.М., доцент Жилко В.В., аспирант Орловский А.В., аспирант Рыбальченко Г.В., доцент Кушнир В.Н.

В голосовании приняли участие 4 члена семинара, имеющие ученые степени. Результаты открытого голосования: «За» – 4, «Против» – нет, «Воздержались» – нет.

ПОСТАНОВИЛИ:

1. Рекомендовать к защите диссертацию Павленко Андрея Васильевича на тему «Двумерные двухчастичные парциальные интегральные уравнения и волновые функции в квазипотенциальном подходе Логунова-Тавхелидзе» на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 – теоретическая физика.

2. Одобрить заключение оппонировавшей организации.

Председатель научного семинара –
доктор физико-математических наук,
профессор, заведующий кафедрой
теоретической физики и астрофизики
физического факультета БГУ



А.Н.Фурс

Эксперт –
доктор физико-математических наук,
доцент, профессор кафедры
теоретической физики и астрофизики
физического факультета БГУ



В.Н.Кушнир

Секретарь научного семинара –
кандидат физико-математических
наук, доцент, доцент кафедры
теоретической физики и астрофизики
физического факультета БГУ



В.В.Жилко