

## ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертационной работе  
Павленко Андрея Васильевича

«Двумерные двухчастичные парциальные интегральные уравнения и волновые функции в квазипотенциальном подходе Логунова – Тавхелидзе», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 – теоретическая физика

### **Соответствие диссертации специальности и отрасли науки, по которой она представлена к защите**

Диссертационная работа Павленко А.В. выполнена на кафедре теоретической физики учреждения образования «Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины» под научным руководством кандидата физико-математических наук, доцента В.Н. Капшай.

В диссертации на основе фундаментальных принципов квантовой теории поля и квазипотенциального подхода Логунова–Тавхелидзе построен математический аппарат для описания связанных состояний и состояний рассеяния, локализованных в плоскости релятивистских двухчастичных систем при моделировании взаимодействия между ними потенциалами различного вида и с применением современных математических методов получены решения ряда важных задач и произведен их анализ. Содержание диссертации полностью соответствует паспорту специальности 01.04.02 – теоретическая физика и отрасли физико-математических наук, а именно, так как в ней разработаны математические методы и созданы теоретические модели для описания в релятивистской квантовой теории физических явлений применительно к двумерным составным системам частиц.

### **Актуальность темы диссертации**

Интерес к физике низкоразмерных систем в последнее время растет, что обусловлено как экспериментальным открытием двумерных материалов (например, графена, фосфорена, максенов), так и развитием технологий получения 2D ультрахолодных газов. Для описания процессов с участием релятивистских частиц в таких системах часто требуется выход за рамки квантовой механики и привлечение методов релятивистской квантовой теории поля. Волновые функции, получаемые при решении в квазипотенциальном подходе уравнений состояния, возможных для двухчастичных систем в трехмерном пространстве, обладают ясной физической интерпретацией, поэтому вышеназванный подход является одним из наиболее эффективных инструментов для решения релятивистских двухчастичных задач. Однако к началу исследований, выполненных соискателем, математический аппарат квазипотенциального подхода для описания двухчастичных систем в двумерном пространстве был развит

недостаточно. В отсутствие последовательной теории описания связанных состояний и состояний рассеяния двухчастичных систем, построенной в двумерном релятивистском конфигурационном представлении (РКП), сдерживались исследования в этой области и прогнозирование практических приложений свойств таких систем. В связи с отмеченным, диссертация Павленко А.В., направленная на создание формализма парциальных интегральных уравнений в двумерном РКП и получение на его основе точных решений с использованием широкого класса потенциалов, несомненно, является актуальной.

**Степень новизны результатов, полученных в диссертации, и научных положений, выносимых на защиту**

Все основные результаты, изложенные в диссертации и представленные к защите, являются новыми и получены впервые. К числу наиболее значимых результатов, обладающих научной новизной, следует отнести:

- **разработку математического аппарата** – впервые сформулированы парциальные интегральные уравнения Логунова–Тавхелидзе в двумерном РКП, применимые для описания как связанных состояний, так и состояний рассеяния систем двух скалярных частиц. Получен и проанализирован при произвольном значении азимутального квантового числа явный вид парциальных функций Грина, выраженных через функции Лежандра второго рода;
- **получение точных аналитических решений** – впервые найдены точные решения двумерного уравнения Логунова–Тавхелидзе для связанных состояний и состояний рассеяния, полученные с учетом модельных потенциалов типа «дельта-окружность» и их суперпозиций, заданных как в РКП, так и в координатном представлении (с применением преобразования Фурье);
- **анализ осцилляторных моделей** – впервые получены точные решения двумерного уравнения Логунова–Тавхелидзе в импульсном представлении с учетом четырех релятивистских аналогов потенциала гармонического осциллятора. Произведен детальный анализ волновых функций в координатном и релятивистском конфигурационном представлении, выявлены специфические релятивистские эффекты, такие как появление дополнительных нулей волновых функций;
- **численное моделирование** – впервые численно решены двумерные парциальные интегральные уравнения в РКП с учетом потенциала Гаусса, чем обеспечена возможность проследить эволюцию спектра и волновых функций при переходе от гладкого потенциала к предельному случаю «дельта-окружности».

**Обоснованность и достоверность выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации**

Достоверность полученных результатов обеспечивается:

- использованием хорошо апробированного в теоретической физике формализма квазипотенциального подхода;
- внутренней согласованностью результатов, полученных в импульсном и релятивистском конфигурационном представлениях с применением взаимно обратных интегральных преобразований;
- совпадением нерелятивистского предела полученных решений с известными результатами квантовой механики;
- корректным использованием аналитических и численных методов решения интегральных уравнений, а также экспертной оценкой результатов участниками авторитетных международных и республиканских научных конференций, обусловившими опубликование сообщений в соответствующих сборниках.

**Научная, практическая, экономическая и социальная значимость результатов диссертации с указанием рекомендаций по их использованию**

Научная значимость работы заключается в создании целостного и последовательного формализма, предназначенного для описания двумерных релятивистских систем в рамках квазипотенциального подхода. Точные решения, полученные с использованием потенциалов типа «дельта-окружность» и потенциалов осцилляторного типа, составляют базу тестовых моделей, которые могут применяться в качестве эталонов сравнения при разработке приближенных методов и численных алгоритмов исследования двумерных объектов.

Практическая и социальная значимость диссертационного исследования подтверждена актами внедрения полученных в нем результатов в учебный процесс Гомельского государственного университета им. Ф. Скорины при чтении спецкурса «Функции Грина в квантовой физике». Разработанные методы могут быть использованы для теоретических исследований свойств квазидвумерных структур, а также при расчете характеристик экзотических мезонов и систем частиц в физике высоких энергий. Возможностью применения результатов, полученных в настоящей диссертации, в других отраслях научной (в частности, в физике конденсированного состояния) и связанной с ними производственной деятельности определяется их экономическая значимость.

Результаты рекомендуется использовать в научных центрах Беларуси (Институт физики НАН Беларуси, БГУ), России (ОИЯИ, МГУ, МФТИ, СПбГУ, Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева) и других стран.

**Опубликованность результатов диссертации в научной печати**

Основные результаты диссертации в полной мере отражены в научной печати. По теме диссертации опубликовано 15 научных работ, из которых 7 статей в рецензируемых научных журналах, включенных в перечни ВАК Республики Беларусь и Высшей аттестационной комиссия при

Министерстве науки и высшего образования Российской Федерации, а также 8 работ в сборниках материалов научных конференций. Следовательно, требования, предъявляемые к соискателям ученой степени кандидата наук относительно опубликования результатов исследования в научной печати, соблюдены.

### **Соответствие оформления диссертации требованиям ВАК**

Диссертация имеет традиционную структуру и содержит введение, общую характеристику работы, пять глав, заключение, список использованных источников и четыре приложения. Содержание глав логично и последовательно раскрывает тему исследования. В первой главе диссертации содержится аналитический обзор литературы по теме исследования, написанный на основе работ отечественных и зарубежных ученых. Текст изложен грамотно в научном и стилистическом отношении, соискателем четко и аргументированно обоснованы все защищаемые им положения. В автореферате полно и адекватно отражено основное содержание диссертации.

Оформление диссертации и автореферата соответствует требованиям ВАК Республики Беларусь.

### **Соответствие научной квалификации соискателя учёной степени, на которую он претендует**

Диссертация Павленко А.В. является самостоятельно выполненной, завершённой научно-квалификационной работой, содержащей решение важной задачи теоретической физики – построение и применение формализма решения двумерных парциальных интегральных уравнений в квазипотенциальном подходе Логунова–Тавхелидзе. Совокупность полученных результатов можно квалифицировать как существенный вклад в развитие теории релятивистских двухчастичных систем.

### **Замечания по диссертационной работе**

При общей высокой оценке работы можно высказать следующие замечания:

1. было бы полезно для лучшего понимания подробнее описать в уравнении (1.1) обозначение  $d^2k$  и как оно связано с переменной интегрирования  $k$ , возможно, привести рисунок;
2. полезно было бы свести все изученные потенциалы в таблицу, где указаны их название, явный вид и также привести те потенциалы, которые пока не изучались, но важны и планируется их исследовать;
3. в конце п. 4.1 сказано, что “при  $s=0$  вычислить интегралы точно не удастся”, важно было бы уточнить причину, ведь это более простой случай, чем  $s=1,2,\dots$

Приведенные замечания не затрагивают сути выполненного исследования, полученных результатов и защищаемых положений, и не снижают ее научной ценности.

### Заключение

Диссертационная работа Павленко Андрея Васильевича «Двумерные двухчастичные парциальные интегральные уравнения и волновые функции в квазипотенциальном подходе Логунова–Тавхелидзе» представляет оригинальное, завершённое и актуальное научное исследование. По своему содержанию, научной новизне и практической значимости она полностью соответствует требованиям, установленным главой 3 Положения о присуждении учёных степеней ВАК Республики Беларусь, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор, Павленко Андрей Васильевич, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 – теоретическая физика за:

- разработанный формализм парциальных интегральных уравнений Логунова–Тавхелидзе в двумерном релятивистском конфигурационном представлении и полученные в аналитическом виде парциальные функции Грина, выраженные через функции Лежандра второго рода;
- точные аналитические решения двумерного уравнения Логунова–Тавхелидзе, полученные для связанных состояний и состояний рассеяния в релятивистском конфигурационном представлении с учётом потенциалов типа «дельта-окружность» и их суперпозиций;
- точные решения двумерного уравнения Логунова–Тавхелидзе, найденные с использованием четырех релятивистских аналогов потенциала гармонического осциллятора, и установленные на их основе характерные релятивистские особенности в поведении волновых функций (в частности аномальное количество нулей);
- результаты численного анализа связанных состояний, реализуемых при моделировании взаимодействия потенциалом Гаусса, и доказательство их соответствия асимптотическим продолжениям точных решений, полученных с учетом модельного потенциала «дельта-окружность».

Официальный оппонент, доктор  
физико-математических наук,  
профессор, профессор кафедры АСОИ  
УО «Гомельский государственный  
университет имени Ф. Скорины»

В.А. Зыкунов  
07.04.2026

Подпис *В.А. Зыкунов*  
ЗАВЯЯЮ  
Начальник аддзела кадраў установы  
адукацыі «Гомельскі дзяржаўны  
універсітэт імя Францыска Скарыны»

07.04.2026

