О Т З Ы В

официального оппонента о диссертационной работе
Мурашко Вячеслава Игоревича
«Характеристические подгруппы радикального, корадикального и гиперцентрального типов в теории классов конечных групп»,
представленной на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук по специальности
01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел

Соответствие диссертации специальности и отрасли науки, по которой она представлена к защите. На основании анализа содержания самой диссертационной работы, ее автореферата, а также опубликованных научных работ, содержащих результаты диссертационного исследования, можно утверждать, что диссертационная работа В.И. Мурашко «Характеристические подгруппы радикального, корадикального и гиперцентального типов в теории классов конечных групп» соответствует отрасли физико-математических наук и паспорту специальности 01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел. Более точно, работа представляет собой исследование по теории групп, что соответствует п. 2 раздела III (области исследования) в паспорте указанной специальности: *теории алгебраических структур; линейная и полилинейная алгебра, теория представлений, гомологическая алгебра и алгебраическая K-теория; алгебраическая геометрия, топологическая алгебра; теории категорий и универсальной алгебры.*

Актуальность темы диссертации. Значение симметрии в математике и естествознании общеизвестно. В понятии группы сконцентрированы фундаментальные свойства симметрий объекта, реального или мыслимого. Теория групп — один из наиболее развитых разделов современной математики, оказывающий влияние на другие ее разделы и приложения.

Само понятие группы (далее в отзыве, как и в диссертационной работе, речь идет только о конечных группах) возникло при изучении вопроса о разрешимости алгебраических уравнений в радикалах. Э. Галуа переформулировал этот вопрос на языке теории групп, сведя его к проверке принадлежности группы, ассоциированной с уравнением, к определенному классу — классу разрешимых групп. С тех пор математиками выделены многие важные классы, играющие фундаментальную роль и в самой теории групп, и в ее приложениях. Изучение свойств этих классов, конкретных или задаваемых аксиоматически (формаций, классов Фиттинга, классов Шунка и др.), сформировалось в большое самостоятельное направление — теорию классов конечных групп.

С классом $\mathfrak{X}$ в зависимости от свойств этого класса можно связать в произвольной группе G те или иные важные типы подгрупп: $\mathfrak{X}$-максимальные подгруппы и их частные случаи: $\mathfrak{X}$-проекторы, $\mathfrak{X}$-инъекторы, $\mathfrak{X}$-покрывающие подгруппы и др., а также важные типы характеристических подгрупп: $\mathfrak{X}$-радикал, $\mathfrak{X}$-корадикал, $\mathfrak{X}$-гиперцентр и др. Наиболее стройный и законченный вид изучение всех этих подгрупп приобретает в случае, когда группа G разрешима.

С завершением классификации конечных простых групп, когда стали известны композиционные факторы произвольной конечной группы, естественно попытаться распространить на общий случай блестящие достижения теории классов в разрешимом случае. Однако такое распространение, если подходить к нему непосредственно, наталкивается на ряд серьезных препятствий, на которые в свое время указал

Х.Виланд. В 1979 году на конференции в г. Санта Круз он выдвинул свою знаменитую программу, где изложил свои суждения о том, как можно было бы обойти указанные препятствия и достичь поставленной цели.

Реализация программы Виланда, на которой сегодня сконцентрированы усилия многих математиков, требует принципиально новых методов. В диссертации развивается до систематической теории метод арифметических графовых функций, который обобщает опыт работы математиков с различными типами графов, заданных на множестве простых делителей порядка группы: графом Грюнберга–Кегеля, силовским графом, графом Хоукса и др. Полученные результаты и методы применяются для решения задачи Ф.Ж. Руссо (2012 г.) о компонентах связности силовского графа и графа Грюнберга-Кегеля группы, задачи Т. Хоукса (1971г.) о пересечении радикала фиттингова типа с $\mathcal{S}$-ключевой максимальной подгруппой. Эти результаты находят также применение в последующих главах диссертации.

Особого внимания заслуживает понятие радикала, имеющее смысл не только для групп, но и для других алгебраических систем. Параллельно с теорией классов аксиоматический подход к понятию радикала развивался А.Г.Курошем, С.Амицуром, Б.И.Плоткиным, Р.Бэром и другими. Плоткину принадлежит идея функториального подхода к понятию радикала. Бэр обратил внимание, что функториалы с определенным свойствами сами могут задавать классы групп. С их помощью можно определять формации, классы Фиттинга и т.д. В диссертации этот двойственный взгляд последовательно развивается. В частности, показано, что функториальный метод прекрасно работает при изучении решеточных свойств — важное направление, берущее начало в работах А.Н.Скибы и развитое для формаций В.Г.Сафоновым, И.Н.Сафоновой, Н.Н.Воробьевым, В.М.Селькиным, А.А.Царевым и другими. Если же говорить собственно о радикале, то эталоном здесь может служить подгруппа Фиттинга (или иначе нильпотентный радикал). В разрешимых группах с помощью этого радикала определяется понятие нильпотентной длины (или, что то же самое, фиттинговой высоты). Другой естественной длиной разрешимой группы служит "абелева длина" — ступень разрешимости. Из классических работ С.А.Чунихина, Ф.Холла и Г.Хигмэна возникли понятия p-длины p-разрешимой группы и π-длины π-разделимой (иногда говорят π-отделимой) группы. Важные типы длин группы — неразрешимая длина, не-p-длина, обобщенная фиттингова высота и др. — введены в научный оборот в сравнительно недавних работах Е.Хухро и П.Шумяцкого и активно исследуются Р.Гуралником, Г.Трейси, Т.Бернессом и др. В диссертации аксиоматически вводятся радикалы фиттингова типа и систематически исследуются их свойства (в частности, решеточные), а также связанные с ними длины. Один из наиболее изящных, на мой взгляд, результатов диссертации — нижняя оценка соответствующей длины максимальной подгруппы в терминах длины всей группы.

Понятие гиперцентра произвольной группы неотделимо от изучения нильпотентных групп и связанных с ними понятий. Эквивалент гиперцентра при расширении класса нильпотентных групп до сверхразрешимых ввел Р.Бэр, а Б.Хупперт и Л.А.Шеметков определили понятие $\mathfrak{F}$-гиперцентра для формации $\mathfrak{F}$ со свойствами локальности и ступенчатости. В диссертации изучаются формации $\mathfrak{F}$-гиперцентрального типа, в частности формации Бэра–Шеметкова, изучение которых в разное время занимались А.Н.Скиба, Дж.Бейдлеман, Х.Хайнекен. Соискателем получено решение ряда известных открытых проблем, в частности две проблемы Л.А.Шеметкова, а также доказан ряд естественных аналогов более ранних результатов А.Баллестера-Болинше, М.Д.Перес-Рамос, С.Ф.Каморникова и других авторов в данном направлении. Установлена эквивалентность для формации условий Кегеля, Белоногова и

Шеметкова и ряда других.

От работ Виландта берет свое начало систематическая теория субнормальных подгрупп. Формационные аналоги субнормальности были предложены Т.Хоуксом, Л.А.Шеметковым и О.Кегелем. В диссертации подход, связанный с обобщениями субнормальности, применен для конструктивной характеризации широкого спектра формаций, в числе которых формации, построенные А.Луккини и Б.Немми, а также формации задаваемые σ-свойствами А.Н.Скибы (в частности, формация σ-нильпотентных групп), и ряд других.

Сегодня инструментарий специалиста в области теории групп невообразим без использования различных пакетов компьютерной алгебры таких, как GAP, MAGMA и др. Появление и использование этих пакетов связано с развитием алгоритмической теории групп и алгоритмических методов. Важная часть результатов диссертации связана с алгоритмической теорией групп. В диссертации предложены алгоритмы, позволяющие за полиномиальное время вычислить характеристические подгруппы определенных типов, а также установить принадлежность группы определенным классам. Нахождение подобных полиномиальных алгоритмов — остроактуальная задача, которой активно занимаются во многих мировых математических центрах, в частности, в Институте математики им. С.Л.Соболева СО РАН. В диссертации с помощью разработанных методов решены задачи Б.Хёфлинга об эффективном алгоритме вычисления $\mathfrak{F}$-радикала, М.Сюй и Ц.Чжан о классах групп, у которых все подгруппы сопряженно-перестановочны и ряд других.

Сказанное позволяет утверждать, что диссертационная работа В.И.Мурашко представляет собой исследование актуальных вопросов, находящихся в сфере активного интереса современной математики, и соответствует приоритетным направлениям научных исследований Республики Беларусь.

Степень новизны результатов диссертации и научных положений, выносимых на защиту. В диссертации на защиту выносятся следующие результаты.

В главе 2 развивается до систематической теории метод арифметических графовых функций, который затем применяется для характеризации классов групп:

— дается описание связей между графом группы и графами системы её секций (теорема 2.1.5) и описание строения группы с заданным графом (теоремы 2.2.7, 2.2.9 и 2.3.5), а также найдено решение задачи принадлежности группы тому или иному классу по данному арифметическому графу (теорема 2.3.6);

— найдено решение задачи Ф.Ж. Руссо (2012 г.) о связи между компонентами связности силовского графа и графа Грюнберга–Кегеля группы (теорема 2.2.6);

— с помощью разработанной теории арифметических графовых функций предложено алгоритмическое дополнение решения задачи 9.74 из Коуровской тетради (теорема 2.3.11);

— найдено решение задачи Т. Хоукса (1971 г.) о пересечении радикала фиттингова типа с $\mathcal{S}$-ключевой максимальной подгруппой (теорема 2.4.1).

В главе 3 получены следующие результаты о характеристических подгрупп гиперцентрального типа:

— найдено решение проблемы Л.А. Шеметкова (1997 г.): описаны решётки Z-насыщенных формаций (теорема 3.1.3) и установлены критерии насыщенности и разрешимой насыщенности Z-насыщенной формации не обязательно разрешимых групп, что дает решение задачи А.Баллестера-Болинше и М.Д.Перес-Рамос (1999 г.) (теоремы 3.1.5 и 3.1.7);

— найдено решение проблемы Л.А.Шеметкова (1995 г.) об описании формаций

Бэра–Шеметкова для наследственных формаций с помощью методов Z-насыщенных формаций и N-критического графа (теорема 3.2.1);

— получено решение задач перечисления формаций с условием Белоногова в классе разрешимых групп, с условием Кегеля и со свойством $\mathcal{P}_2$ для наследственных Z-насыщенных формаций разрешимых групп (теорема 3.3.1 и следствие 3.3.4).

В главе 4 разработана теория функториалов радикального типа:

— установлены свойства алгебры функториалов фиттингова типа (теорема 4.1.2);

— введена функториальная длина группы и её установлены ее свойства;

— установлена зависимость между различными длинами группы и её максимальной подгруппы (теоремы 4.3.1, 4.3.3 и 4.3.9);

— установлена зависимость между длиной группы, факторизуемой двумя сомножителями, и длинами этих сомножителей (теорема 4.4.1);

— найдено решение задачи Я.Ли и С.Ли (2012 г.) о сверхразрешимости группы (теоремы 4.2.1 и 4.2.2);

— описано строение насыщенных формаций, замкнутых относительно взятия произведений $\mathrm{F}^*(G)$-субнормальных подгрупп (теорема 4.2.6).

В главе 5 предложены конструкции формаций групп, заданных с помощью корадикально определяемых цепей подгрупп, и найдены их приложения:

— предложены способы задания формаций, определяемых системами $\mathfrak{F}$-субнормальных подгрупп и указано их строение (теоремы 5.1.9, 5.1.15 и 5.1.20);

— найдено конструктивное описание наследственных регулярных формаций разрешимых групп, введённых А.Луккини и Б.Немми, и установлена их связь с решёткой Стейница (теоремы 5.2.1 и 5.2.3);

— получена характеризации класса σ-нильпотентных групп и σ-нильпотентного гиперцентра с помощью формационно субнормальных подгрупп (теоремы 5.3.12 и 5.3.1).

В главе 6 развиты алгоритмические аспекты теории классов конечных групп:

— найдены полиномиальные алгоритмы вычисления $\mathfrak{F}$-корадикала (теорема 6.1.1), $\mathfrak{F}$-гиперцентра (теорема 6.2.1), $\mathfrak{F}$-радикала (теорема 6.3.2) группы подстановок при естественных ограничениях на $\mathfrak{F}$, в частности, предложено решение задачи Б. Хёфлинга (2001 г.);

— найдены полиномиальные алгоритмы установления σ-нильпотентности и σ-разрешимости группы, σ-субнормальности и σ-p-перестановочности подгруппы в группе подстановок (теоремы 6.4.1 и 6.4.2);

— найдено решение задач М.Сюй и Ц.Чжан (2005 г.) о группах, у которых все подгруппы сопряжённо-перестановочны (теоремы 6.5.1 и 6.5.2).

Все перечисленные результаты являются новыми. Они опубликованы в математических журналах со строгой системой рецензирования. Большинство из них реферируются Zentralblatt für Mathematik и Mathematical Reviews (MathSciNet) и индексируются во всех основных международных библиографических базах данных. Результаты прошли апробацию на многочисленных международных конференциях. Сказанное свидетельствует о новизне и значительном научном интересе результатов. Об этом же свидетельствует решение в работе ряда открытых проблем.

Обоснованность и достоверность выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации. Все результаты, представленные в диссертационной работе, сопровождаются строгими математическими доказательствами и снабжены ссылками на используемые результаты. Как было сказано, результаты диссертации опубликованы в престижных международных математических журналах и прошли солидную апробацию на международных конференциях. Они известны специалистам и широко используются в дальнейших исследованиях. Алгоритмы и программы, разработанные соискателем, записаны в форме, удобной для использования, и собраны в отдельном приложении.

Научная, практическая, экономическая и социальная значимость результатов диссертации с указанием рекомендаций по их использованию. Диссертация носит теоретический характер. Результаты, полученные в диссертации, имеют несомненную научную ценность и вносят заметный вклад в развитие методов изучения конечных групп и их классов. Из приведенного перечня результатов видно, что решен ряд известных открытых проблем и получено обобщение серии известных фундаментальных теорем. Ряд результатов (таких, как общая теория арифметических графов и поиск полиномиальных алгоритмов в алгоритмической теории классов) открывают новые перспективные направления. Результаты и методы диссертационной работы могут быть использованы в исследованиях в области теории групп и их классов, проводимых в научных центрах Республики Беларусь, России, США, Германии, Италии, Испании, Китая, Иордании и ряда других стран. Они также могут использоваться при чтении спецкурсов в Гомельском, Витебском, Брянском, Новосибирском государственных университетах, Университете науки и техники Китая, а также в университетах других стран. Результаты, связанные с алгоритмической теорией классов, и разработанные алгоритмы могут быть имплементированы в существующие системы компьютерной алгебры, такие, как GAP, MAGMA и другие. Полученные результаты могут быть использованы в реализации п. 1 (цифровые технологии и искусственный интеллект) перечня приоритетных направлений научной, научно-технической и инновационной деятельности на 2026–2030 годы. Научная, практическая и социальная значимость результатов подтверждается также многочисленными актами о внедрении, приложенными к диссертации, свидетельствующими об использовании результатов диссертации в учебном процессе. Особенно приятно подчеркнуть, что на основе исследований были предложены 2 задачи на Международном турнире юных математиков (ITYM 2018 и 2019), что свидетельствует также о возможностях использования результатов для популяризации математических знаний.

Опубликованность результатов в печати. Соискателем по теме диссертации опубликовано 39 научных статей (из них 28 без соавторов, остальные в соавторстве с научным консультантом А.Ф.Васильевым и его учениками) в следующих научных журналах: Математические заметки, Сибирский математический журнал, Алгебра и логика, Труды института математики и механики УрО РАН, Сибирские электронные математические известия, Journal of Algebra and its Applications, Journal of Group Theory, Communications in Algebra, Ricerche di Matematica, Advances in Group Theory and Applications, Archiv der Mathematik, Journal of Symbolic Computation, Acta Mathematica Hungarica, Publicationes Mathematicae Debrecen, Asian-European Journal of Mathematics, Труды Института математики НАН Беларуси, Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus: Physics and Mathematics Series, Журнал Белорусского государственного университета: Математика и информатика, Проблемы физики, математики и техники, Известия Гомельского государственного университета имени Ф.Скорины. Из них 14 опубликовано в российских и 16 в иных иностранных научных изданиях.

Результаты диссертации диссертации представлены в серии пленарных докладов на международных научных конференциях, в числе которых Международная алгебраическая конференция, посвящённая 90-летию со дня рождения А.И. Старостина

(Екатеринбург, 2021); XIV Международная школа-конференция по теории групп, посвящённая памяти В.А.Белоногова, В.А.Ведерникова, Л.А.Шеметкова (Брянск, 2022); Международная конференция «Алгебра и динамические системы», посвящённая 70-летию А.А.Махнева (Нальчик, 2023); XV Международная школа-конференция по теории групп, посвящённая 95-летию со дня рождения М.И.Каргаполова (Екатеринбург, 2024); Международная научно-практическая конференция «Математическое моделирование и новые образовательные технологии в математике» (Брест, 2024 и 2025); XXIV Международная конференция, посвящённая 110-летию со дня рождения академика Ю.В. Линника и 110-летию со дня рождения профессора А.Б. Шидловского и 80-летию со дня рождения профессора Г.И. Архипова (Тула, 2025); V Конференция математических центров России (Красноярск, 2025), XIV Белорусская математическая конференция (Минск, 2024); XIII школа-конференция по теории групп «Теория групп и её приложения» (Екатеринбург, 2020); XIII Белорусская математическая конференция (Минск, 2021); Мальцевские чтения (Новосибирск, 2021, 2022, 2023, 2024); XXI Международная научная конференция молодых учёных «Молодежь в науке — 2024» (Минск, 2024).

Соответствие оформления диссертации требованиям ВАК. Диссертация состоит из титульного листа, оглавления, перечня условных обозначений, введения, общей характеристики работы, шести глав основной части, заключения, библиографического списка в количестве 191 наименования использованных источников (в порядке появления ссылок в тексте диссертации) и 100 наименований публикаций соискателя, и трёх приложений. Полный объём диссертации — 243 страницы, из них 22 страницы занимает библиографический список и 22 — приложения. Таким образом, в диссертационной работе присутствуют все необходимые структурные компоненты, предусмотренные требованиями ВАК, и по своему содержанию работа полностью соответствуют описанию этих компонентов в требованиях. При делении диссертации на главы сделаны краткие выводы по каждой главе со ссылками на соответствующие публикации соискателя и с указанием основных положений диссертации, отраженных в данной главе. Диссертационная работа и автореферат написаны ясным языком и выдержаны в строгом научном стиле. Автореферат правильно и точно отражает содержание диссертации. Таким образом, диссертационная работа и автореферат полностью отвечают требованиям ВАК.

Замечания. Сказанное выше свидетельствует о высоком уровне диссертационной работы. Вместе с тем, у меня есть ряд замечаний.

В диссертации используется такой сложный и глубокий результат, как классификация минимальных неразрешимых и минимальных простых конечных групп (предложение 2.2.8, теоремы 2.2.9, 2.2.10, 2.3.11). Вызывает удивление, что в работе отсутствует ссылка не только на первоисточник — работу Дж.Томпсонона [J.G.Thompson, *Nonsolvable finite groups all of whose local subgroups are solvable*, Bull. Am. Math. Soc. 74 (1968), 383–437], но и на какой-либо источник вообще. Имя Томпсона в диссертации упоминается лишь однажды, в списке литературы в названии одной из работ, не принадлежащей соискателю и не имеющей отношения к этой классификации. Результат Томпсона — не только важный этап общей классификации конечных простых групп. Минимальные неразрешимые группы, наряду с группами Миллера–Морено или группами Шмидта — важный пример т.н. критических групп. Они имеют самое прямое отношение к теории классов групп, в рамках которой проводится диссертационное исследование. Минимальные неразрешимые группы вполне могли бы называться группами Томпсона, если бы это название не было уже закреплено за целым рядом других объектов.

Также несколько странно, что, перечисляя примеры длин групп и говоря о p-длине и π-длине, автор не упоминает имен основоположника гомельской алгебраической школы С.А.Чунихина, Ф.Холла и Г.Хигмэна, благодаря классическим работам которых эти термины вошли в научный обиход и продемонстрировали поразительную эффективность в решении сложнейших теоретико-групповых проблем.

На титульном листе в наименовании ученой степени, на соискание которой представлена диссертация, имеется опечатка.

На мой взгляд, несколько курьезно звучит фраза об использовании групп для изучения пространственно-временного континуума сразу после заявления о том, что далее будут рассматриваться только конечные группы (диссертация, стр. 7, автореферат, стр. 3).

Датировка программы Виланда 1980 годом (диссертация, стр. 7, автореферат, стр. 3) немного неточна: программа была выдвинута на конференции по конечным группам в г. Санта-Круз летом 1979 г., а в 1980 году вышел сборник трудов конференции.

Предложенное условное деление графов, ассоциированных с группой, на три типа (автореферат, стр. 7, диссертация, стр. 10), на мой взгляд, не вполне корректно. Оно, скажем, не учитывает такой важный пример, как граф Шрайера, используемый в алгоритме Шрайера–Симса, в геометрической теории групп и в некоторых доказательствах теоремы Нильсена–Шрайера. Данный пример также опровергает утверждение о том, что изучение групп с помощью графов начало активно развиваться только во второй половине XX века.

Имеется опечатка в слове “неабелевы” на стр. 20, 2-я строка снизу.

На стр. 21, 17-я строка сверху, пропущена запятая.

Утверждение о том, что обобщенная подгруппа Фиттинга нетривиальна в каждой группе (стр. 27), не учитывает существование тривиальной группы.

Отсутствует система в транслитерации имен зарубежных, в частности, испанских авторов (встречаются написания Баллестер-Болинше, диссертация, стр. 8, Перец-Рамос, диссертация, стр. 9, и вместе с тем Баллестер-Болиншес и Перес-Рамос, диссертация, стр. 213 и автореферат, стр. 32 и т.д.).

Приведенные замечания не влияют на правильность полученных результатов и не снижают общего впечатления о высоком качестве работы.

Соответствие научной квалификации соискателя ученой степени, на которую он претендует. Представленные в работе результаты, положения и выводы, а также опубликованные материалы свидетельствуют о высокой научной квалификации В.И.Мурашко, которая полностью соответствует требованиям, предъявляемым к квалификации доктора физико-математических наук по специальности 01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел. Высокая научная квалификация и организационный опыт соискателя подтверждаются также впечатляющим перечнем научных программ и проектов, в рамках которых проводились исследования (стр. 9 автореферата и стр. 12 диссертации).

Выводы. Диссертационная работа В.И Мурашко «Характеристические подгруппы радикального, корадикального и гиперцентрального типов в теории классов конечных групп» соответствует всем требованиям ВАК, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени доктора наук. Содержание диссертационной работы полностью соответствует отрасли физико-математических наук по специальности 01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел. Считаю, что Вячеслав Игоревич Мурашко заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел за

— описание связей между графом группы и графами системы её секций и описание строения группы с заданным графом, а также решение задачи принадлежности группы тому или иному классу по данному арифметическому графу;

— решение задачи Ф.Ж. Руссо (2012 г.) о связи между компонентами связности силовского графа и графа Грюнберга–Кегеля группы;

— разработку теории арифметических графовых функций;

— алгоритмическое дополнение решения задачи 9.74 из Коуровской тетради;

— решение задачи Т. Хоукса (1971 г.) о пересечении радикала фиттингова типа с S-ключевой максимальной подгруппой;

— решение проблемы Л.А. Шеметкова (1997 г.), т.е. за описание решётки Z-насыщенных формаций;

— решение задачи А. Баллестера-Болинше и М.Д. Перес-Рамос (1999 г.), т.е. за критерии насыщенности и разрешимой насыщенности Z-насыщенной формации не обязательно разрешимых групп;

— решение проблемы Л.А. Шеметкова (1995 г.), т.е. за описании формаций Бэра–Шеметкова для наследственных формаций;

— решение задач перечисления формаций с условием Белоногова в классе разрешимых групп, с условием Кегеля и со свойством $\mathcal{P}_2$ для наследственных Z-насыщенных формаций разрешимых групп;

— установление свойств алгебры функториалов фиттингова типа;

— введение понятия функториальная длина группы и нахождение ее свойств;

— установление зависимости между различными длинами группы и её максимальной подгруппы;

— установление зависимости между длиной группы, факторизуемой двумя сомножителями, и длинами этих сомножителей;

— решение задачи Я. Ли и С. Ли (2012 г.) о сверхразрешимости группы;

— описание строения насыщенных формаций, замкнутых относительно взятия произведений $\mathrm{F}^*(G)$-субнормальных подгрупп;

— предложенные способы задания формаций, определяемых системами $\mathfrak{F}$-субнормальных подгрупп и нахождение их строения;

— конструктивное описание наследственных регулярных формаций разрешимых групп, введённых А. Луккини и Б. Немми, и установление их связи с решёткой Стейница;

— характеризацию класса σ-нильпотентных групп и σ-нильпотентного гиперцентра с помощью формационно субнормальных подгрупп;

— полиномиальные алгоритмы вычисления $\mathfrak{F}$-корадикала, $\mathfrak{F}$-гиперцентра, $\mathfrak{F}$-радикала группы подстановок, в частности, за решение задачи Б. Хёфлинга (2001 г.);

— полиномиальные алгоритмы установления σ-нильпотентности и σ-разрешимости группы, σ-субнормальности и σ-p-перестановочности подгруппы в группе подстановок;

— решение задач М. Сюй и Ц. Чжан (2005 г.) о группах, у которых все подгруппы сопряжённо-перестановочны.

Совокупность перечисленных результатов представляет собой крупный научный вклад в развитие современной алгебры. Общая теория арифметических графов и алгоритмическая теория классов, в частности разработанные полиномиальные алгоритмы, могут рассматриваться в качестве основы для создания новых научных направлений.

3 марта 2026 г.

ФГБУН «Институт математики имени С.Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук», лаборатория алгебры, ведущий научный сотрудник
доктор физ.-мат. наук, доц. Ревин Данила Олегович

Почтовый адрес:
пр. ак. Коптюга, д. 4.
г. Новосибирск 630090,
Российская Федерация
Телефон: +7(383)3297618
e-mail: `revin@math.nsc.ru`

Подпись Ревина Д.О. удостоверяю,
ученый секретарь ИМ СО РАН
кандидат физ.-мат. наук, доц. Даурцева Наталия Александровна