

**Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
«Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорны»**

А.Н. Крайнов

МЕТОДЫ И СИСТЕМЫ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

Практическое пособие

Гомель 2006

**Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
«Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины»**

А. Н. КРАЙНИКОВ

МЕТОДЫ И СИСТЕМЫ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

Практическое пособие по выполнению лабораторных работ
для студентов специальности I-53 01 02 –
«Автоматизированные системы обработки информации»

Гомель 2006

Автор-составитель:
А.Н. Крайников

Кафедра автоматизированных систем обработки информации учреждения образования
«Гомельский государственный университет имени Франциска Скоринь»

Рекомендовано к изданию научно-методическим советом учреждения образования
«Гомельский государственный университет имени Франциска Скоринь» 26 октября
2005 года, протокол № 2.

Практическое пособие по выполнению лабораторных работ по курсу «Методы и системы принятия решений» адресовано студентам специальности I-53 01 02 – «АСОИ» и включает краткие теоретические сведения по основным темам курса, требования по выполнению и оформлению лабораторных работ и содержанию отчета.

© Крайников А.Н., 2005

© Учреждение образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скоринь», 2005

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
Раздел 1. БАЗОВЫЕ МЕТОДЫ ТЕОРИИ ПРИНЯТИЯ	
РЕШЕНИЙ	4
Тема 1. Построение модели ситуации.....	4
Лабораторная работа №1.....	5
Тема 2. Качественные методы принятия решений	7
Лабораторная работа №2.....	10
Тема 3. Графоаналитические методы принятия решений.....	14
Лабораторная работа №3.....	19
Тема 4. Классические критерии принятия решений.....	26
Лабораторная работа №4.....	29
Тема 5. Производные критерии принятия решений	34
Лабораторная работа №5.....	36
Тема 6. Методы принятия решений в многокритериальных задачах	43
Лабораторная работа №6.....	47
Раздел 2. МЕТОДЫ ЭКСПЕРТНОГО АНАЛИЗА.....	56
Тема 1. Метод анализа иерархий.....	56
Лабораторная работа №1.....	59
Тема 2. Методы ЭЛЕКТРА	65
Лабораторная работа №2.....	68
Тема 3. Метод Подиновского	74
Лабораторная работа №3.....	75
ЛИТЕРАТУРА.....	78

ВВЕДЕНИЕ

Выполнение лабораторных работ по учебной дисциплине "Методы и системы принятия решений" предполагает овладение студентами методологий и технологий принятия решений в сложных системных задачах, а также принципами организации компьютерных систем поддержки принятия решений различных уровней и назначения.

Выполнение лабораторных работ включает:

1. Изучение студентами необходимого теоретического материала по теме лабораторной работы.
2. Постановку задачи в соответствии с темой лабораторной работы и согласование ее с руководителем.
3. Построение алгоритма решения задачи и его документирование в разделе «Краткие теоретические сведения» отчета.
4. Составление программы.
5. Решение контрольного примера (численные значения исходных величин задаются студентом).
6. Подготовку отчета о выполненной работе и его защиту.

Структура отчета по лабораторной работе:

1. Тема лабораторной работы.
2. Цель работы.
3. Постановка задачи.
4. Ход выполнения работы.
5. Блок-схема или псевдокод алгоритма решения задачи.
6. Текст программы.
7. Контрольный пример.
8. Распечатка результатов.
9. Выводы.

Раздел 1. БАЗОВЫЕ МЕТОДЫ ТЕОРИИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

Тема 1. Построение модели ситуации

Рассмотрение любой проблемы следует начинать с построения модели исходной ситуации, которое заключается в формулировании ответов на ряд вопросов:

Таблица 1 – Основные вопросы модели исходной ситуации

Вопрос	Пояснение
Кто принимает решение?	Лицо, принимающее Решение (ЛПР)
Где?	Место принятия решения
Когда?	Время для принятия решения
Как?	Каким образом принимается и в какой форме выражается решение
Что требуется решить?	Цель

Улучшение исходной ситуации осуществляется следующим образом:

- Передать вопрос на рассмотрение другому лицу (создать группу лиц, принимающих решение).
- Перенести в более приемлемое место (в кабинет, в кафе ...).
- Использовать дополнительное время (если это возможно, но не затягивать).
- Проанализировать, привлечь дополнительные ресурсы, составить алгоритм действий. Зафиксировать.
- Уточнить цель.

Случаи, в которых требуется уточнение ситуации:

- Надо, в конце - концов, определиться с решением.
- Надо же когда-нибудь решить.
- Если бы я только знал, с какой стороны к этому подойти...
- Должен же кто-то решить (разобраться, навести порядок).

Лабораторная работа №1

Цель работы: Научиться строить модель исходной ситуации для принятия решения и проводить ее улучшение.

Постановка задачи: На базе выбранной проблемы для принятия решения построить модель исходной ситуации проблемы, ответив на базовые вопросы модели. Провести улучшение модели исходной ситуации по всем базовым вопросам.

Пример выполнения работы

Рассмотрим построение модели исходной ситуации на примере поиска работы специалиста компьютерной специальности.

Строим модель исходной ситуации, отвечая на пять базовых вопросов модели:

Таблица 2 – Модель исходной ситуации

Вопрос	Ответ
Кто? (лица, принимающие решения)	Я и моя семья
Где? (место принятия решения)	Дом (кухня, зал, спальная комната)
Как? (форма принятия решения)	Решение родителей помочь мне, спросив у знакомых и друзей, возможно на своей работе. Собственное твердое решение заняться поисками работы. Составление резюме.
Когда? (время принятия решения)	Сегодня
Что? (цели принятия решения)	Поиск работы, связанной с программированием, ремонтом и обслуживанием ПК, сетями или чего-либо, что связано с ПК с возможностью обучения специфике работы на рабочем месте.

Проводим улучшение исходной модели, пересматривая заново все базовые вопросы, улучшая или дополняя каждый из них:

Таблица 3 – Улучшение модели исходной ситуации

Вопрос	Ответ
Кто? (лица, принимающие решения)	Я, моя семья
Где? (место принятия решения)	Дом, Internet, место учебы или практики
Как? (форма принятия решения)	Решение родителей помочь мне, спросив у знакомых и друзей, возможно на своей работе. Составление резюме. Получение письма от организации.
Когда? (время принятия решения)	Месяц
Что? (цели принятия решения)	Поиск работы, связанной с программированием, ремонтом и обслуживанием ПК, сетями или чего-либо, что связано с ПК. Критерии выбора работы: <ul style="list-style-type: none"> • Зарботная плата • Вид работы • Удаленность • Перспективы развития • Коллектив • Социальный пакет • Стажировка

Делаем вывод о качестве и достоинствах построения модели исходной ситуации и проведенного улучшения.

Тема 2. Качественные методы принятия решений

К качественным методам анализа исходной проблемы (ситуации) можно отнести методы многоугольника, дерево решений и диаграмму Исикавы.

Метод многоугольника

При использовании метода проводится описание решаемой проблемы с перечислением различных вариантов V_i решения проблемы (достижения цели). Затем для каждого из вариантов рассматриваются их достоинства “+” и недостатки “-”. Все это записывается в виде схемы, представленной на рис.1:

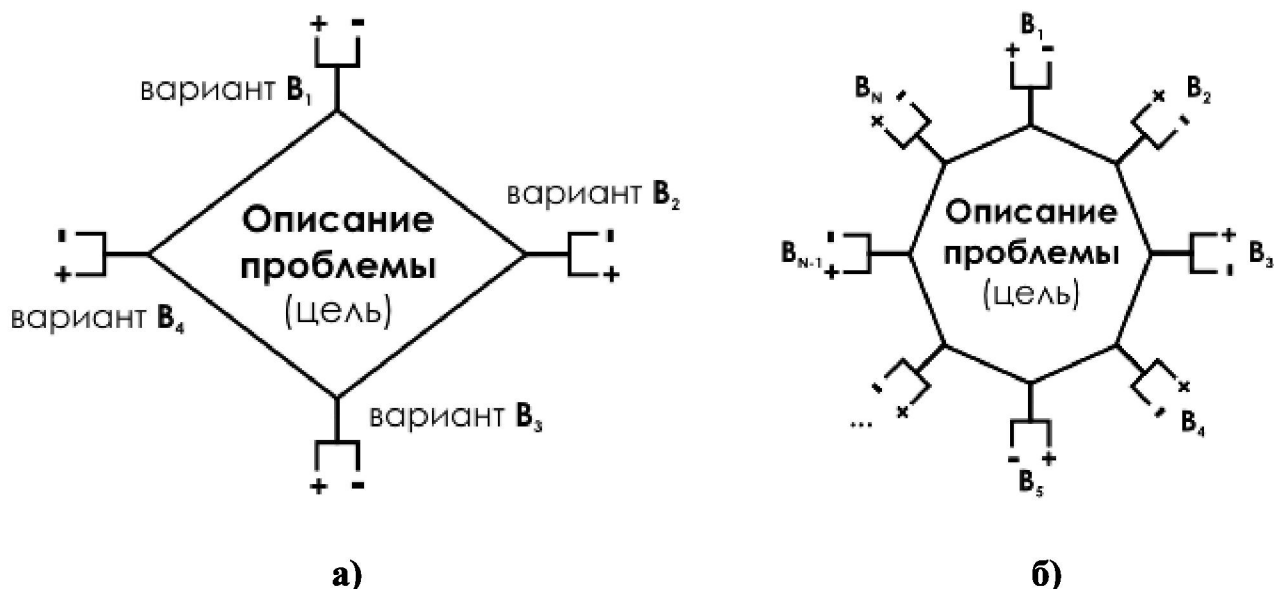


Рис. 1. Схема решения методом многоугольника:
(а – проблема имеет 4 варианта решения; б – проблема имеет N вариантов решения)

Количество углов многоугольника зависит от количества вариантов решения проблемы.

«Дерево» решений (целей)

Второй метод анализа исходной проблемы – дерево решений или целей. Это способ представления вариантов решений и проверки их на формальную полноту. Сложное решение иерархически расчленяется на элементы, которые становятся более конкретными при движении сверху вниз (рис.2).

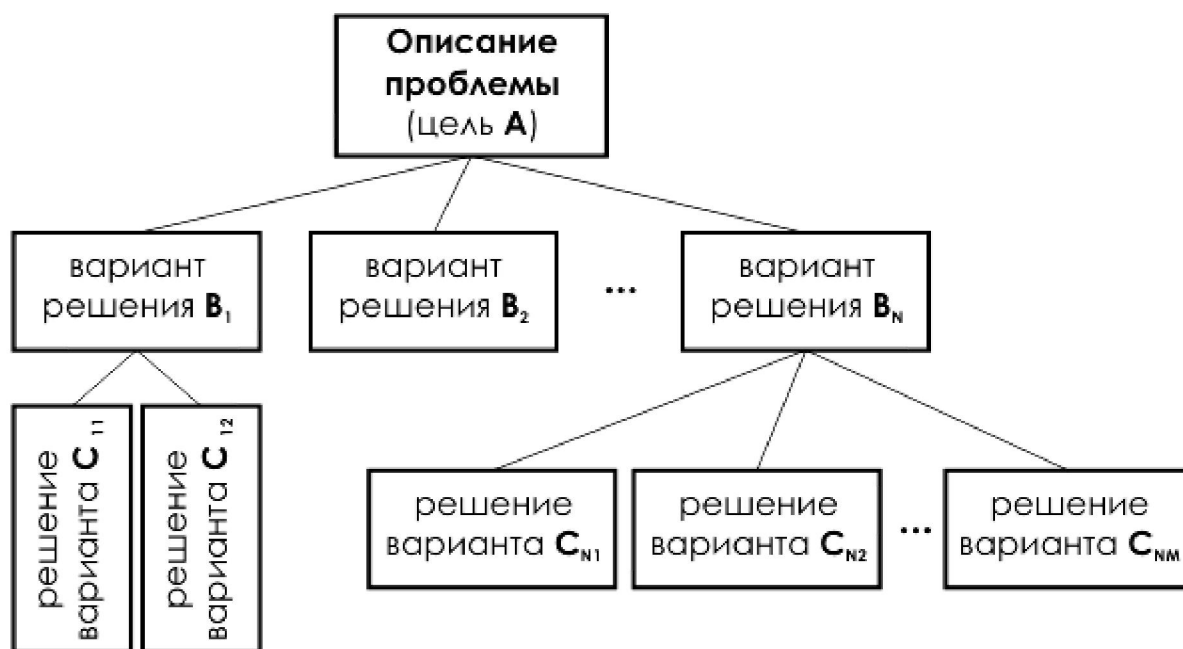


Рис. 2. Общая схема дерева решений

Диаграмма Исикавы

Диаграмма, которую предложил один из крупнейших японских теоретиков менеджмента Каору Исикава (Ишикава), в разных источниках упоминается как «рыбий скелет» (схема, приведенная ниже), или «дерево проблем» - то же самое, но схема разворачивается на 90 градусов. Работа с диаграммой Исикавы производится в несколько этапов:

- Сбор всех факторов, причин, каким - либо образом влияющих на исследуемый результат;
- После этапа сбора - производится группировка факторов по смысловым и причинно - следственным блокам;
- Ранжирование этих факторов внутри каждого блока;
- Анализ получившейся картины;
- «Отбрасывание» факторов, на которые мы не можем влиять;
- Игнорирование малозначащих и непринципиальных факторов.

Диаграмма Исикавы используется как аналитический инструмент, для отбора и нацеливания на наиболее важные причины, поддающиеся управлению.

Обычно данный метод используется для поиска нестандартных технических решений. Общая схема данного метода представлена ниже на рис.3:

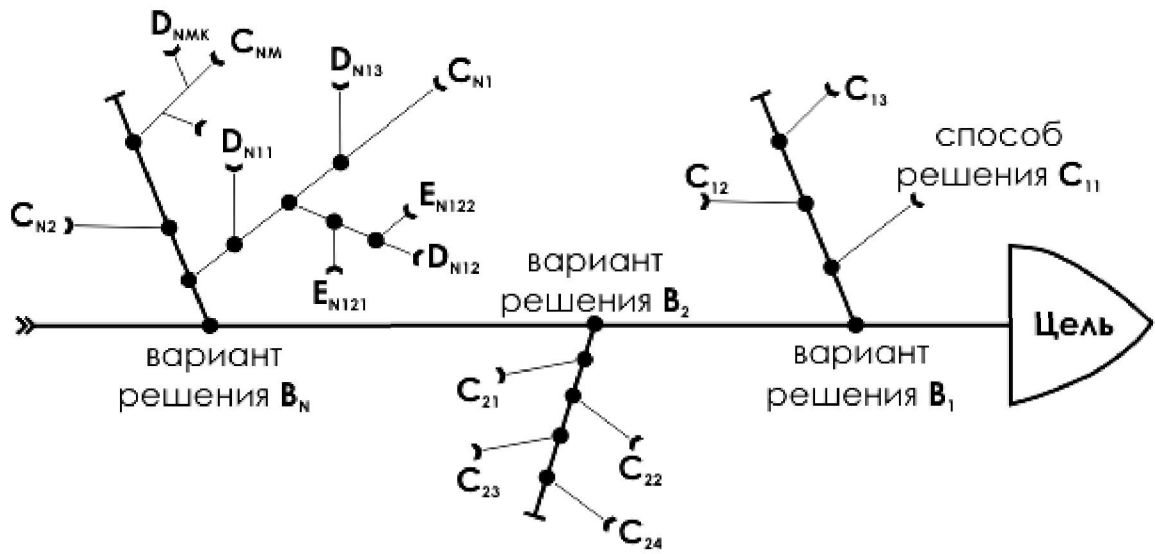


Рис. 3. Общая схема диаграммы Исикавы

Лабораторная работа №2

Цель работы: Научиться использовать на практике различные качественные методы принятия решений и формализации задач.

Постановка задачи: Выбрать проблему для анализа и при помощи одного из качественных методов в зависимости от варианта провести анализ проблемы.

Варианты заданий

№ варианта	Метод решения №1	Метод решения №2
1	Метод многоугольника (N=4)	«Дерево» решений
2	«Дерево» решений	Диаграмма Исикавы
3	Диаграмма Исикавы	Метод многоугольника (N=5)
4	Метод многоугольника (N=3)	Диаграмма Исикавы
5	«Дерево» решений	Диаграмма Исикавы
6	Диаграмма Исикавы	Метод многоугольника (N=4)
7	Метод многоугольника (N=5)	Диаграмма Исикавы
8	«Дерево» решений	Диаграмма Исикавы
9	Диаграмма Исикавы	«Дерево» решений
0	«Дерево» решений	Метод многоугольника (N=3)

Пример выполнения работы

Метод многоугольника

Рассмотрим метод многоугольника на примере следующей проблемы – выбор способа отдыха.

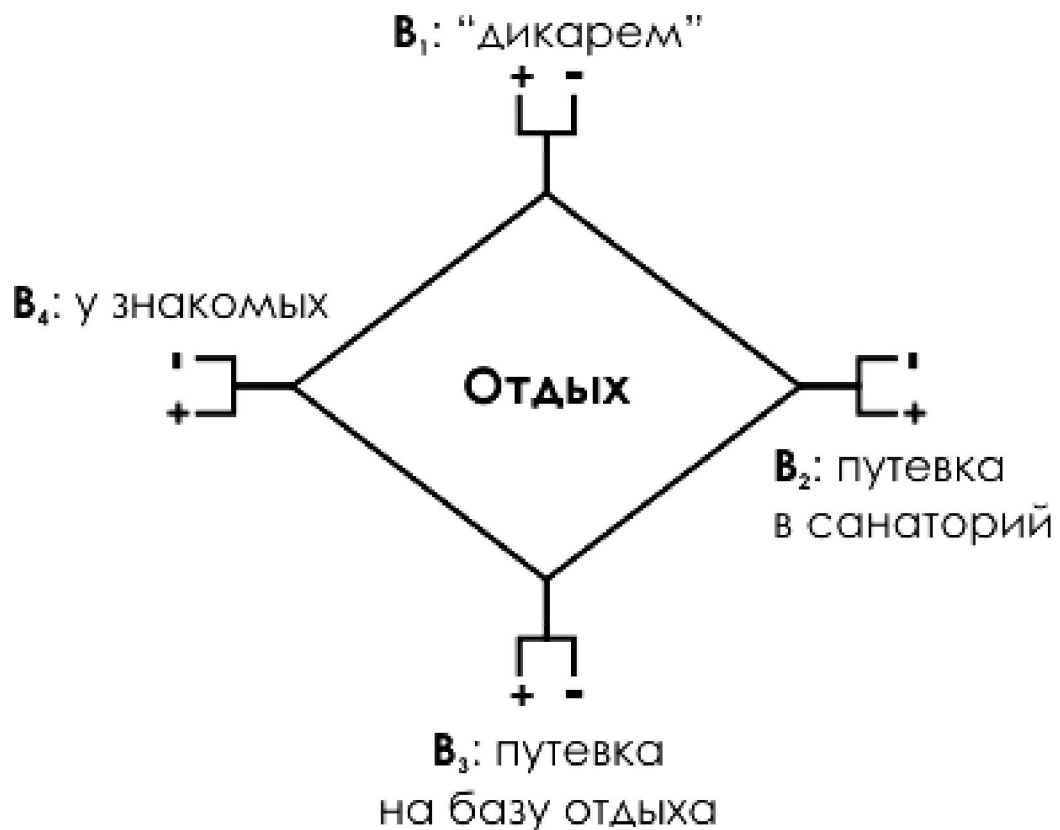


Рис. 1. Схема выбора отдыха методом многоугольника

Строим схему с описанием проблемы и перечислением различных вариантов достижения цели (рис.1): всего получается четыре варианта решения. Далее рассматриваем каждый вариант более подробно:

вариант V₁ : «дикарем»	
+	-
1. независимость	1. неопределенность
2. малые затраты	2. непредвиденные затраты
3. экстремальность	3. проблемы с хозяевами
4. занятость	4. бытовые хлопоты

вариант V₂ : «путевка в санаторий»	
+	-
1. лечение	1. режим (мало свободы)
2. питание	2. дороговизна
3. проживание, пляж	3. контингент
4. культурная программа	4. ограничение поездок

вариант В ₃ : «путевка на базу отдыха»	
+	-
1. контингент	1. контингент
2. свободный режим	2. нет лечения
3. дешевле В ₂	3. затраты на удовольствия
4. бытовые условия	4. бытовые условия

вариант В ₄ : «у знакомых»	
+	-
1. общение	1. мало места
2. экскурсоводы	2. меньше свободы
3. жилье	3. разногласия с едой
4. дешевое питание	4. компенсация

Затем сравниваем варианты между собой: в нашем случае наиболее предпочтительным вариантом будет отдых у знакомых, если рассматривать его с точки зрения затрат.

«Дерево» решений (целей)

Исходная проблема – поиск работы (рис.2).

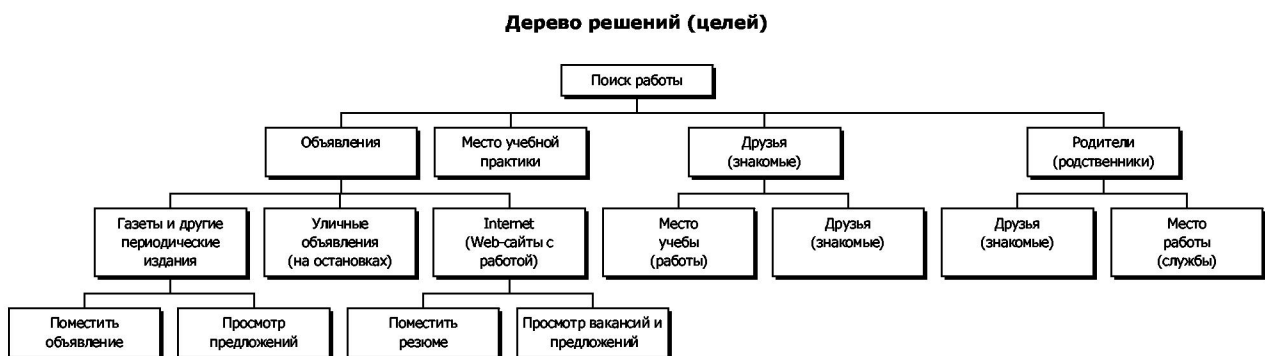


Рис. 2. Схема дерева для поиска работы

Исходная проблема – поиск мероприятий по борьбе с транспортным шумом (рис.3).

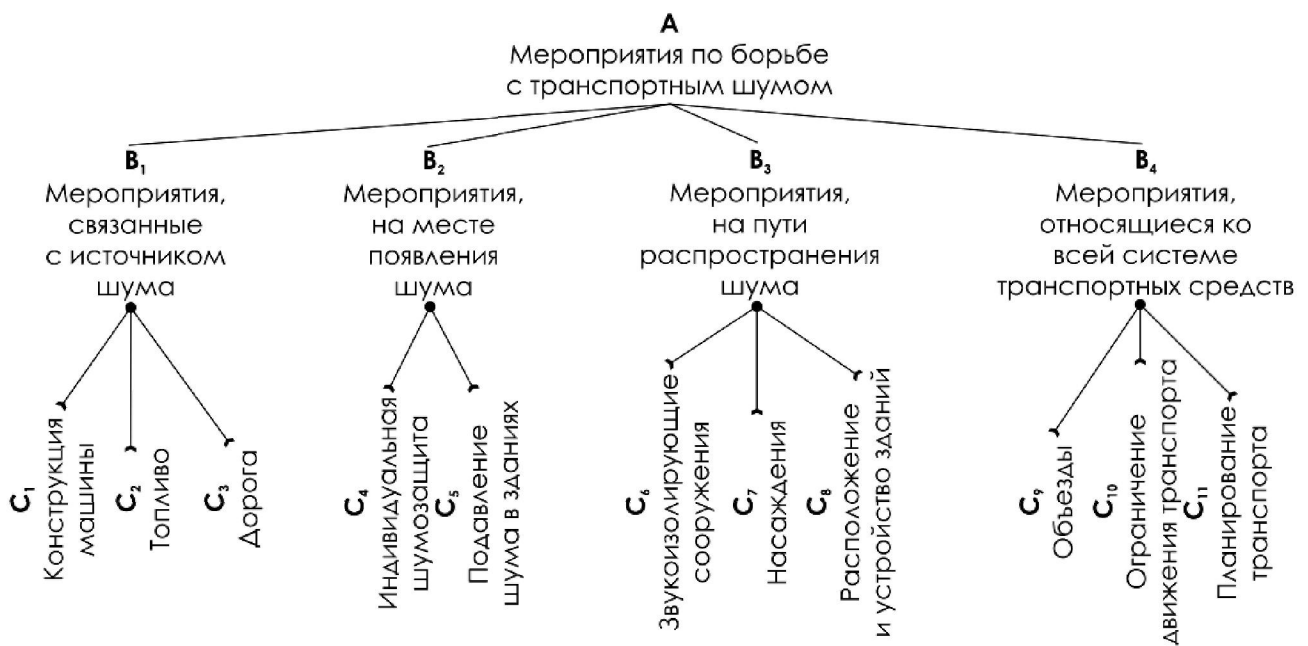


Рис. 3. Схема дерева при борьбе с шумом

Диаграмма Исикавы

Рассмотрим применение диаграммы Исикавы на примере следующей проблемы – некоторой организации из сферы услуг необходимо увеличить количество своих клиентов. Соответствующая данной проблеме диаграмма (рис.4) показывает разнообразные подходы и способы решения проблемы.

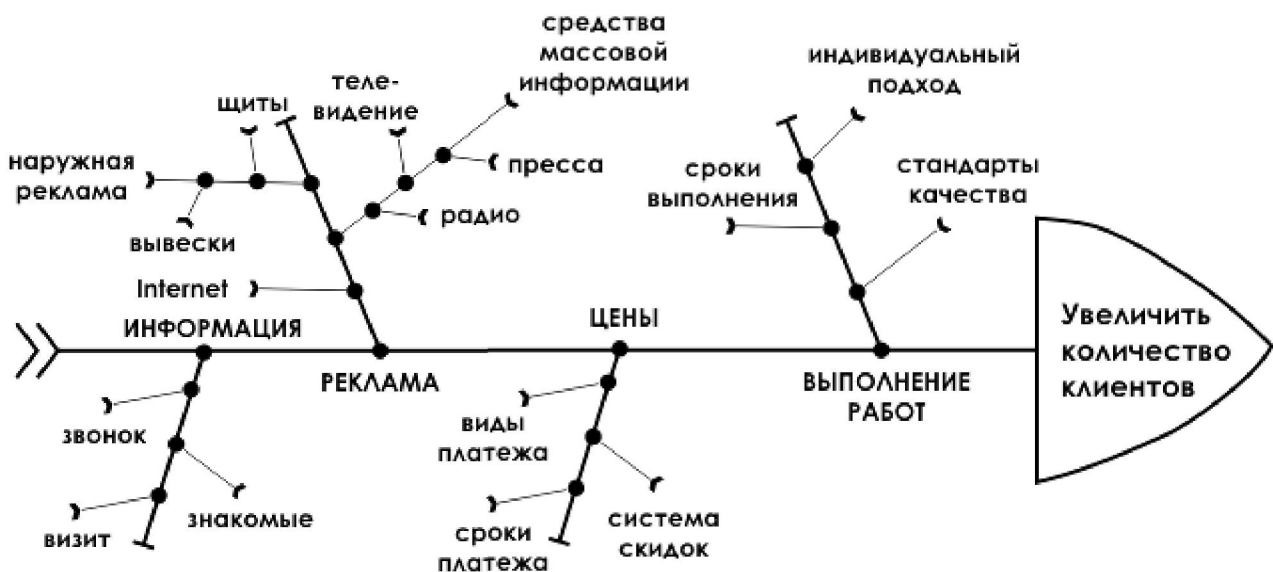


Рис. 4. Диаграмма Исикавы при решении задачи

Тема 3. Графоаналитические методы принятия решений

В последние годы все более широко используются различные способы графического представления информации. С одной стороны, это связано с эффективностью восприятия информации, полученной по зрительным каналам, а с другой – развитием средств компьютерной графики, расширением возможностей ее применения. Графические представления являются, как правило, вспомогательным средством при принятии решений. Одним из таких методов является метод Паук.

«Паук»



Рис. 1. Общая схема метода «Паук»

Суть метода заключается в следующем:

1. Производится формулировка проблемы (цели) в виде модели: записывается в самом центре схемы.
2. Перечисляются различные варианты решения проблемы или достижения цели V_i : все возможные варианты решения записываются вокруг исходной проблемы.
3. Для каждого из вариантов проводится уточнение его реализации – указываются способы их достижения C_{ij} : способы решения вариантов записываются в виде ответвлений самих вариантов.
4. В случае необходимости каждый из способов или вариантов может быть детализирован далее в виде дополнительных ответвлений.

«Паук-ЦИС»

В отличие от других графических методов «Паук-ЦИС» (аббревиатура "ЦИС" образована первыми буквами от названия Центрального Института Сварки, в котором этот метод был разработан) представляет собой наглядную диаграмму, построенную в полярных координатах. Оси, на которые наносятся значения критериев, направлены по радиусам от центра окружности к периферии (рис.2).

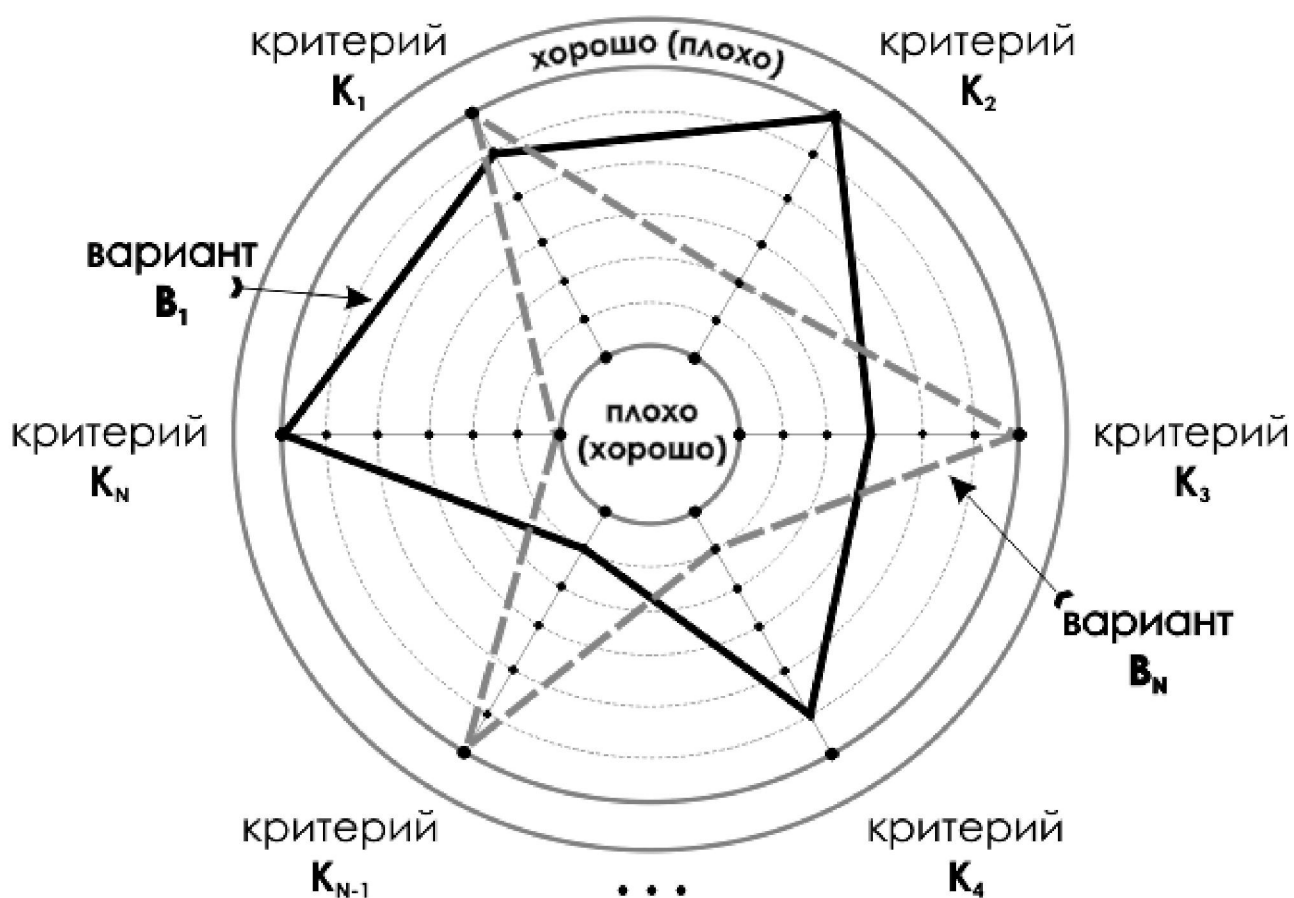


Рис. 2. Общая схема выбора решения методом Паук-ЦИС

Морфологический метод

Морфологический анализ относится к системным методам в решении задач. Название методу дал известный швейцарский астроном Ф.Цвикки. “Морфология” по-гречески означает учение о форме.

Суть метода сводится к составлению морфологической таблицы (матрицы) или чаще в литературе можно встретить другое ее название – морфологический ящик. Выделяются

несколько характерных для системы структурных и функциональных признаков. К каждому признаку пишут возможные варианты. Перебирая сочетания вариантов выделенных признаков, выходят на новые решения задачи.

Морфологический анализ обычно используют тогда, когда требуется исследовать область возможных решений. Условно морфологический анализ можно представить следующими этапами:

1. Формулировка задачи (цель технической задачи).
2. Составление морфологического ящика; определение функциональных узлов (признаков и характеристик) технического объекта, т.е. выбирается конкретный технический объект, и перечисляются его главные составляющие.
3. Каждому признаку перечислить возможные варианты технического исполнения: формируется список возможных характеристик (свойств, признаков) перечисленных выше элементов технического объекта.
4. Проанализировать полученные сочетания: составляются двумерные таблицы (матрицы), по осям которых размещают отобранные ранее для рассмотрения элементы и характеристики; для каждой из ячеек таблиц ищутся решения, соединяющие в себе соответствующие сочетания элементов и характеристик.
5. Отобрать варианты, удовлетворяющие условиям задачи.

Главным недостатком морфологического анализа является обилие вариантов.

Метод фокальных объектов

Метод фокальных объектов – эвристический метод технического творчества.

Метод отличается простотой и большими (неограниченными) возможностями поиска новых точек зрения на решаемую проблему. В методе используются ассоциативный поиск и эвристические свойства случайности. Результативность поиска с помощью метода фокальных объектов во многом определяется "чувствительностью" к конструкциям языка, умением строить

оригинальные ассоциативные цепочки. Метод предъявляет высокие требования к воображению. Метод фокальных объектов особенно аффективен при поиске новых форм проектируемого объекта. Использование случайности позволяет получать решения, которые не могут быть получены другими способами. Эффективность метода объясняется тем, что посредством специальных процедур различные знания как бы фокусируются на объекте проектирования (этим объясняется название метода).

После выбора объекта проектирования случайным образом выбирается ряд других объектов, и составляются списки их признаков. Путем последовательного перебора этих признаков и сопоставления их с проектируемым объектом пытаются изменить форму объекта, принцип действия, алгоритм функционирования, материал и др. характеристики.

Метод фокальных объектов включает следующие процедуры:

1. Определение фокуса ключевого слова (выражения), которое содержит сущность проблемы. Если проблема состоит в поиске новых функций (свойств) технического объекта, фокусом может быть его наименование (например, телевизор, карандаш и др.).
2. Выбор случайных имен существительных. При этом проще эти имена случайным образом заимствовать из книг, газет и т. д. Рекомендуется использовать слова, не связанные напрямую с объектом проектирования (например, пластмасса, лампа, космос, волнение и т.д.).
3. Определение признаков имен существительных из п. 2. в виде имен прилагательных (например, пластмасса - стареющая, легкая; лампа - ультрафиолетовая, люминесцентная; космос - безграничный, вечный). Поскольку целью п. 3 является получение случайных имен прилагательных, то их можно добавлять, "заимствуя" у объектов, не вошедших в п. 2 (например, вкусный, мокрый и т.п.). При этом рекомендуется использовать слова из разных областей: техника, поэзия, фантастика.
4. Связывание прилагательных из п. 3 с фокусом из п.1 и поиск по аналогии ассоциативных решений конкретной проблемы (напр., стареющий телевизор - телевизор,

меняющий во времени цвет передачи; ультрафиолетовый телевизор - телевизор, который облучает людей ультрафиолетовыми лучами, когда они смотрят передачу).

5. Оценка полученных решений с точки зрения новизны и возможности реализации.

Метод фокальных объектов имеет и ряд модификаций:

- вместо прилагательных (п. 3) случайным образом выбираются имена существительные, которые связываются с фокусом (напр., телевизор - стол; телевизор - шариковая ручка);
- вместо прилагательных случайным образом выбираются глаголы (например, рисовать, писать, хранить и т.д.).

Таким образом, метод фокальных объектов базируется на установлении ассоциативным путем, прежде всего, связей между фокусом и случайным словом, которое является частью речи (существительное, прилагательное и глагол).

Можно расширить метод, если использовать остальные части речи: числительное, местоимение, наречие, предлог, союз, междометие и частица (например, числительное – три телевизора; местоимение – наш телевизор).

Не исключено, что некоторые существующие технические объекты обязаны своим созданием методу фокальных объектов: музыкальная свеча, музыкальный стакан, ароматный будильник, корабль-театр, цилиндрический дом и др.

Суть метода фокальных объектов состоит в том, что признаки нескольких случайно выбранных объектов переносят на выбранный объект, в результате чего получаются необычные сочетания.

Лабораторная работа №3

Цель работы: Научиться применять на практике различные графоаналитические методы принятия решений в условиях неопределенности и риска.

Постановка задачи: На базе выбранной проблемы для принятия решения в зависимости от варианта задания провести анализ проблемы и оценку ситуации.

Варианты заданий

№ варианта	Метод решения №1	Метод решения №2
1	Паук	Морфологический метод (5 компонент; 6 признаков)
2	Паук-ЦИС (2 варианта; 8 критериев)	Паук
3	Паук-ЦИС (3 варианта; 7 критериев)	Морфологический метод (6 компонент; 6 признаков)
4	Паук-ЦИС (2 варианта; 8 критериев)	Метод фокальных объектов (6 объектов; 4 признака)
5	Морфологический метод (5 компонент; 6 признаков)	Паук-ЦИС (3 варианта; 7 критериев)
6	Морфологический метод (6 компонент; 5 признаков)	Паук
7	Морфологический метод (6 компонент; 6 признаков)	Метод фокальных объектов (5 объектов; 5 признаков)
8	Метод фокальных объектов (5 объектов; 5 признаков)	Паук
9	Метод фокальных объектов (5 объектов; 6 признаков)	Паук-ЦИС (2 варианта; 8 критериев)
0	Метод фокальных объектов (6 объектов; 5 признаков)	Морфологический метод (5 компонент; 6 признаков)

Пример выполнения работы

«Паук»

Рассмотрим проблему поиска работы при помощи метода Паук. Для этого в центре исходной схемы записываем нашу цель – поиск работы. Затем по кругу перечисляем возможные

желаемые варианты работы: системный администратор, курьер, оператор ЭВМ, компьютерная графика и дизайн, создание Web-сайтов, преподаватель. Проводим уточнение желаемых вариантов в виде способов их достижения (дать объявление, сообщить друзьям, сказать родителям) или приводя уточнение областей работы для какого-либо из вариантов (школа, ВУЗ, техникум). В результате получим следующую схему (рис.1):



Рис. 1. Пример использования схемы «Паук» для поиска работы

«Паук-ЦИС»

Допустим, некий инженер хочет сменить место работы. В поисках нового места инженер получил два предложения (должность начальника отдела или должность сотрудника отдела), которые резко отличаются друг от друга, однако каждое имеет свои достоинства и свои недостатки. Инженер выбирает 8 критериев:

- 1) оклад,
- 2) самостоятельность;
- 3) профессиональный интерес;
- 4) перестройка (на работе, отношения с сослуживцами);
- 5) возможности получения жилплощади;
- 6) возможности нового места работы для жены;
- 7) дополнительные нагрузки (ответственность, необходимость часто принимать решения);

8) дополнительные выгоды (премии, отпуск, приятные сослуживцы и т.д.).

Для этих восьми критериев инженер рисует круг и в нем восемь радиальных шкал (рис. 2), на которые он наносит числовые и словесные обозначения таким образом, что лучшие значения располагаются ближе к центру, а худшие – дальше от него, ближе к внешним окружностям.

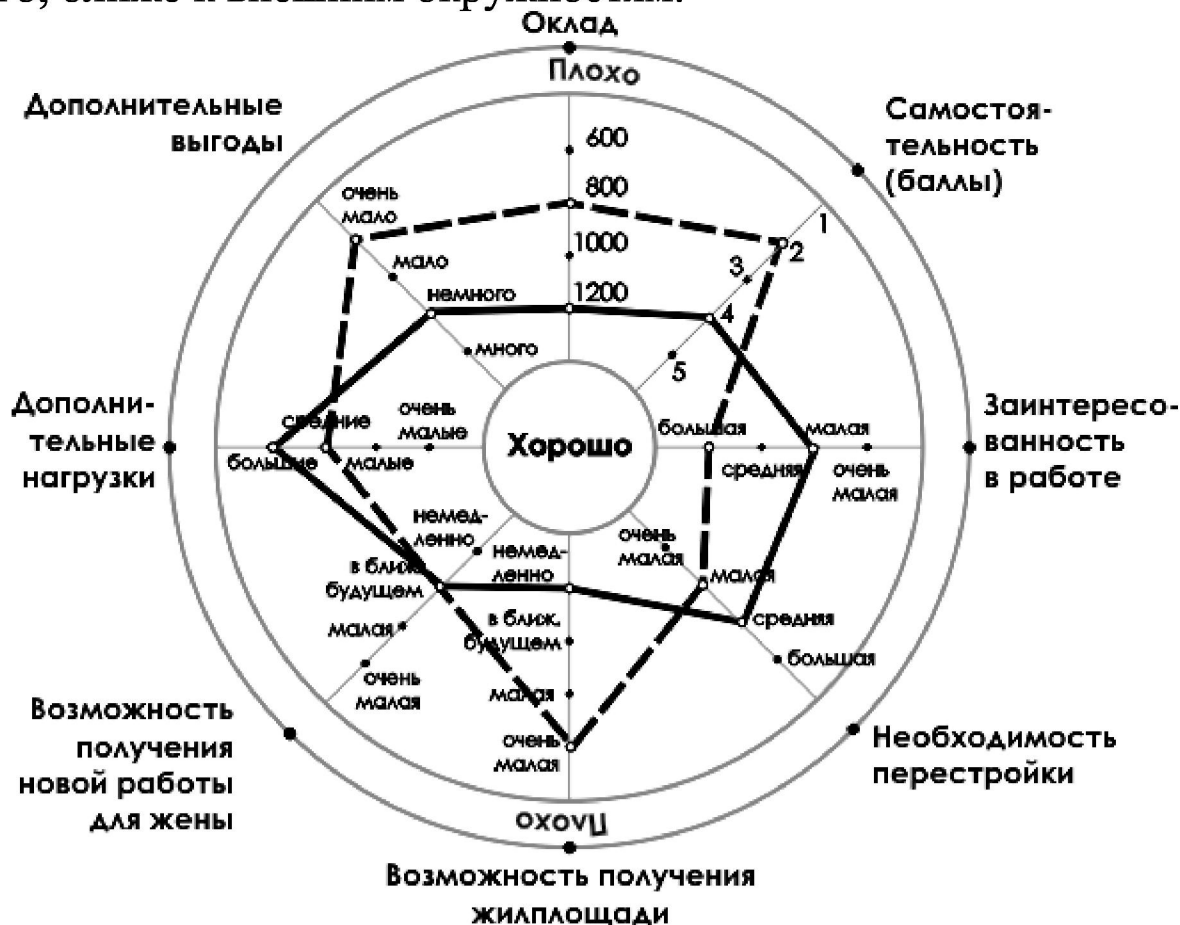


Рис. 2. Схема выбора работы методом Паук-ЦИС

При этом не имеет значения, как проградуированы шкалы – в относительных единицах, условных обозначениях или только словесно. Главное, чтобы было видно постепенное изменение критериев, отражающее тенденцию к ухудшению при движении от центра к периферии.

После завершения этой работы необходимо соединить точки, проставленные на осях, замкнутой линией – полигоном. Сначала для первого (сплошная линия), а затем для второго предложения (пунктирная линия). Именно эту замкнутую ломаную линию называют паутиной. Теперь на нашей полярной диаграмме

образовались два в общем случае неправильных многоугольника (n -угольника, где n – число критериев), каждый из которых представляет свое предложение.

Правило оценки на основании «Паука-ЦИС» гласит: «паутина», очерчивающая наименьшую площадь, соответствует лучшему варианту. В результате наилучшим оказался первый вариант (площадь сплошной паутины меньше), и инженер выбрал должность начальника отдела.

Заметим, что сравнение не предполагает точного вычисления площадей. Если различие в величине обеих площадей не может быть надежно оценено «на глаз», значит, оно несущественно. Если же различие бросается в глаза,— дело ясное, и не требуется никаких измерений.

При таком методе сравнения двух вариантов как бы сами собой вскрываются имеющиеся в них недостатки, и становится ясным, в какой степени улучшение того или иного параметра окажет благоприятное влияние на «общую картину» (площадь «паутины»). Число сравниваемых с помощью диаграммы ЦИС объектов или вариантов не должно превышать четырех, иначе снова утрачивается преимущество наглядности.

Морфологический метод

Рассмотрим проблему снижения брака и прочих затрат при производстве полиграфической продукции. В качестве объекта у нас выступает полиграфическое производство.

Для выбранного объекта выделяем его главные составляющие – компоненты: прием заказа, передача заказа в работу, снабжение, выполнение заказа, учет, анализ, передача выполненного заказа на выдачу, хранение. Т.е. компоненты представляют собой основные стадии (этапы) производства полиграфической продукции.

Далее для всех этих компонент формируем перечень признаков (характеристик) для рассмотрения: оперативность, надежность, качество, снижение затрат, уменьшение психологической нагрузки на персонал.

Строим двумерную таблицу: столбцы – признаки (качества), строки – компоненты (этапы). Для каждой ячейки (желательно)

ищем вариант решения, проводя анализ пересечения строки и столбца.

В результате получим следующую таблицу:

Таблица 1 – Матрица морфологического анализа

		КАЧЕСТВА				
		Оперативность	Надежность	Качество	Снижение затрат	Уменьшение психологич. нагрузки на персонал
КОМПОНЕНТЫ	Прием заказа	Свести к минимуму записи, разработать шаблоны	Продумать бланк приема заказа, предусмотреть позиции, обязательные для заполнения и содержащие необходимую для производства информацию	Четкая формулировка правил оформления заказа Обучение и тренинги персонала. Анализ сбоев, связанных с приемом заказа.	Шаблоны заказов (буклеты типовых заказов)	Психологический тренинг общения
	Передача заказа в работу	Хорошо разработанный бланк. Средства коммуникации	Минимизация рукописных записей.	Четкость в заполнении.	Отлаженные коммуникации Выбор оптимальных способов.	Четкие правила. Доведение до автоматизма.
	Снабжение	"Стратегический" запас материалов	Необходимый запас. Альтернативы	Проверенные поставщики.	Систематический анализ предложений	Система автоматизации
	Выполнение заказа	Квалификация работников. Отработанная технологическая цепочка	Текущий контроль. Исправность оборудования	Использование качественных материалов и комплектующих . Соблюдение технологии.	Улучшение технологии. Соблюдение технологической дисциплины.	Четкое планирование работ. Использование качественных материалов. Отработанная технология.
	Учет	Разработка системы оперативного учета	Разработка схемы. Периодический контроль. Контрольные показатели.	Контрольные показатели	Автоматизация	Отработка правил. Доведение до автоматизма.
	Анализ	Сортировка информации в процессе ввода.	Совершенствование модели.	Система показателей.		Четкие правила.
	Передача выполненного заказа на выдачу	Конвейер.	Маркировка готовой продукции. Сортировка (разные лотки). Дополнительный контроль.		Оптимизация доставки.	График.
	Хранение		Создание условий. Сортировка.	Создание условий.	Условия оговариваются при оформлении заказа.	Сортировка. Удобство доступа.

Метод фокальных объектов

Рассмотрим последовательность шагов метода фокальных объектов на примере совершенствования часов.

Таблица 2 – Пример последовательности шагов метода

Этапы метода	Пример применения
1. Выберем технический объект, который будем совершенствовать	1. Часы.
2. Наугад называем 4-5 случайных объектов.	2. Стол, окно, телевизор, журнал
3. К каждому выбранному предмету напишем несколько эпитетов (иногда это называется составлением ведомости выбранных объектов и их признаков)	3. Стол - овальный, полированный, деревянный, складной. Окно - прозрачное, разбитое, с форточкой, со ставнями. Телевизор - цветного, черно-белого изображения, в пластмассовом корпусе и пр. Журнал - тонкий, большого формата, с вкладышами.
4. Генерирование идеи путем присоединения к фокальному объекту признаков случайно выбранных объектов.	4. Часы - складные, прозрачные, в пластмассовом корпусе и пр.
5. Последовательное объединение фокального объекта с рядом признаков; выбранные признаки могут совершенствоваться.	5. Часы в прозрачном пластмассовом корпусе, на полированной подставке, со звуковым сопровождением.
6. Оценка нового варианта технического объекта и его полезность.	6. Данные часы могут использоваться для изучения устройства часового механизма.

Наличие случайного поиска не позволяет данному методу иметь большую эффективность. Но метод фокальных объектов хорошо развивает воображение. Кроме того, широкое применение данный метод нашел при написании книг, сценариев роликов и т.п.

Рассмотрим применение метода фокальных объектов для разработки краткого сценария рекламного ролика. Для этого перечислим в табличном виде основные компоненты сценария: герои, время действия, место действия, завязка, основное действие, спецэффекты, финал. Для каждой компоненты приведем примеры. Затем проводим произвольную ломаную

линию (или просто выделим жирной линией) снизу-вверх через все строки таблицы. Ячейки, через которые прошла линия, будут составлять основную сюжетную линию:

Таблица 3 – Построение сценария рекламного ролика

Герои	Семья	Животные	Пришельцы	Мультяшки	Спортсмены
Время действия	сегодня	Новый год	будущее	Средние века	революция
Место действия	Земля	Древняя Греция	выдуманная страна	Северный полюс	космос
Завязка	на вечеринке	на работе	на учебе	дома	в пути
Основное действие	превращение	убийство	знакомство	ограбление	предательство
Спецэффекты	взрывы	вспышки	брызги	превращение	перемещение
Финал	свадьба	happy end	похороны	полет	дом престарелых

В результате получим сюжетную линию: спортсмены с средние века на северном полюсе гуляют на вечеринке, где происходит ограбление, кто-то проваливается в океан – летят брызги, в итоге – счастливый конец.

Тема 4. Классические критерии принятия решений

Принятие решений представляет собой выбор одного из некоторого множества вариантов: $E_i \in E$. Условимся, что каждый вариант E_i имеет некоторую количественную оценку e_i . Будем искать вариант решения с наибольшим значением e_i , полагая, что e_i характеризует такие величины как полезность, надежность, выигрыш, прибыль.

Таким образом, выбор оптимального варианта производится с помощью критерия:

$$E_o = \{E_{io} \mid E_{io} \in E \wedge e_{io} = \max_i e_i\}$$

Рассмотренный случай, когда каждому варианту решения соответствует единственное внешнее состояние (случай детерминированных решений), с точки зрения его применения является простейшим. При решении большинства практических задач каждому допустимому варианту решения E_i могут соответствовать вследствие различных внешних условий различные внешние состояния F_i и количественные оценки решения e_{ij} .

В данном случае представление задачи осуществляется в виде оценочной матрицы $\| e_{ij} \|$:

Таблица 1 – Вид оценочной матрицы

ВАРИАНТЫ РЕШЕНИЙ	УСЛОВИЯ			
	условие F_1	условие F_2	...	условие F_m
вариант E_1	оценка e_{11}	оценка e_{12}	...	оценка e_{1m}
вариант E_2	оценка e_{21}	оценка e_{22}	...	оценка e_{2m}
...
вариант E_n	оценка e_{n1}	оценка e_{n2}	...	оценка e_{nm}

Процедура выбора в случае нескольких внешних состояний может быть представлена по аналогии с применением критерия E_o . При этом матрица решений $\| e_{ij} \|$ дополняется некоторым столбцом, т.е. каждому варианту E_i приписывается некоторый результат e_{ir} . Проблема в том, какой смысл вложить в результат

e_{ir} . Оценочные функции можно вводить различным образом, что и реализуется разными методами нахождения значений e_{ir} .

Минимаксный критерий (ММ-критерий)

Этот критерий использует оценочную функцию, соответствующую позиции крайнего пессимизма:

$$Z_{MM} = \max_i e_{ir} \quad (1)$$

$$e_{ir} = \min_j e_{ij} \quad (2)$$

то есть множество оптимальных решений E_o определяется соотношением:

$$E_o = \{E_{io} \mid E_{io} \in E \wedge e_{io} = \max_i \min_j e_{ij}\} \quad (3)$$

Выбранные таким образом варианты полностью исключают риск. Однако это достоинство стоит некоторых потерь. Применение ММ-критерия бывает оправдано, если ситуация характеризуется параметрам:

- о возможности появления состояний F_j ничего не известно;
- решение реализуется один или очень малое число раз;
- необходимо исключить какой бы то ни было риск.

Критерий Сэвиджа (S-критерий)

Оценочная функция критерия Сэвиджа имеет вид:

$$e_{ir} = \max_j a_{ij} = \max_j (\max_j e_{ij} - e_{ij}); \quad (4)$$

$$Z_S = \min_i e_{ir} = \min_i [\max_j (\max_j e_{ij} - e_{ij})]; \quad (5)$$

Для понимания величины:

$$a_{ij} = \max_j e_{ij} - e_{ij} \quad (6)$$

ее нужно трактовать как дополнительный выигрыш, если вместо варианта E_i в состоянии F_j выбрать другой, оптимальный для этого состояния результат.

Условия для применения критерия Сэвиджа такие же, как и для ММ-критерия.

Критерий Байеса-Лапласа (BL-критерий)

Пусть q_j – вероятность появления внешнего состояния F_j , тогда для критерия Байеса-Лапласа оценочная функция примет вид:

$$Z_{BL} = \max_i e_{ir}; \quad (7)$$

$$e_{ir} = \sum_{j=1}^m e_{ij}q_j; \quad (8)$$

$$E_o = \{E_{io} \mid E_{io} \in E \wedge e_{io} = \max_i \sum_{j=1}^m e_{ij}q_j \wedge \sum_{j=1}^m q_j = 1\} \quad (9)$$

Применение критерия рекомендуется, если ситуация характеризуется следующим образом:

- вероятности появления состояний F_j известны и не зависят от времени;
- решение реализуется (теоретически) бесконечно много раз;
- для малого числа реализаций решения допускается некоторый риск.

Лабораторная работа №4

Цель работы: Научиться применять на практике основные классические критерии принятия решений в условиях неопределенности и риска.

Постановка задачи: Выбрать проблему и выделить условия поведения проблемы (не менее 5-ти условий) в зависимости от ситуации. При помощи классических критериев принятия решений для однокритериальных задач в зависимости от варианта задания провести анализ проблемы. При анализе использовать не менее 6-ти вариантов-альтернатив решения.

Варианты заданий

№ варианта	Метод решения №1	Метод решения №2
1	Минимаксный критерий	Критерий Сэвиджа
2	Минимаксный критерий	Критерий Байеса-Лапласа
3	Критерий Сэвиджа	Минимаксный критерий
4	Критерий Сэвиджа	Критерий Байеса-Лапласа
5	Критерий Байеса-Лапласа	Минимаксный критерий
6	Критерий Байеса-Лапласа	Критерий Сэвиджа
7	Минимаксный критерий	Критерий Байеса-Лапласа
8	Критерий Сэвиджа	Критерий Байеса-Лапласа
9	Критерий Байеса-Лапласа	Критерий Сэвиджа
0	Критерий Сэвиджа	Минимаксный критерий

Пример выполнения работы

Минимаксный критерий (ММ-критерий)

Для производства некоторого изделия предполагается использовать определенный материал. Однако в наличии имеется 5 различных видов материалов (дерево, сталь, чугун, пластмасса, каучук), которые могут быть использованы в качестве основы для

изделия. Основное различие между материалами – изменение свойств материалов в зависимости от температуры.

Требуется обосновать выбор одного из материалов по критерию «температура» при помощи минимаксного критерия. При этом необходимо рассмотреть следующий рабочий диапазон изменения температуры производимого изделия: от -20°C до $+20^{\circ}\text{C}$, выделив ряд ключевых температурных точек.

Представим решение задачи в матричном (табличном) виде.

Таким образом, имеется 5 альтернатив – 5 различных видов материалов, которые сформируют строки таблицы. В качестве столбцов будут выступать ключевые температурные точки поведения материалов – выделим 5 температурных точек: -20°C , -10°C , 0°C , $+10^{\circ}\text{C}$, $+20^{\circ}\text{C}$.

На пересечении строк и столбцов выставим оценку поведения i -го материала в зависимости от j -ой температуры по десятибалльной шкале (от 1 до 10), причем, чем больше, тем лучше.

В результате получим следующую матрицу решения задачи:

Таблица 1 – Применение ММ- критерия для решения задачи

МАТЕРИАЛ	ТЕМПЕРАТУРА					min
	-20°C	-10°C	0°C	10°C	20°C	
дерево	5	8	10	8	2	2
сталь	9	10	8	5	4	4
чугун	2	4	7	8	10	2
каучук	7	7	8	10	10	7
пластмасса	4	4	9	6	6	4

← max

К основным столбцам матрицы добавляем дополнительный столбец, который будет содержать минимальные значения строк таблицы согласно формуле (2):

$$\min e_{1j} = \min \{5; 8; 10; 8; 2\} = 2$$

$$\min e_{2j} = \min \{9; 10; 8; 5; 4\} = 4$$

$$\min e_{3j} = \min \{2; 4; 7; 8; 10\} = 2$$

$$\min e_{4j} = \min \{7; 7; 8; 10; 10\} = 7$$

$$\min e_{5j} = \min \{4; 4; 9; 6; 6\} = 4$$

Затем по формуле (1) или (3) находим максимальный элемент в дополнительном столбце, т.е. среди минимумов:

$$Z_{MM} = \max \{2; 4; 2; 7; 4\} = 7$$

В нашем случае это 4-ая строка – каучук.

Таким образом, согласно ММ-критерию оптимальным материалом для производства изделия будет каучук, и выбранный таким образом вариант полностью исключают риск по сравнению с другими материалами при данной оценке поведения материалов при различных температурах.

Критерий Сэвиджа (S-критерий)

На базе условия задачи выбора материала для производства изделия из предыдущего примера проведем выбор оптимального варианта по критерию Сэвиджа.

Решение представим в табличном виде: 5 строк – материалы и 5 столбцов – температурные точки.

Таблица 2 – Применение критерия Сэвиджа

МАТЕРИАЛ	ТЕМПЕРАТУРА					max e _{ij}	max a _{ij}
	-20°C	-10°C	0°C	10°C	20°C		
дерево	5	8	10	8	2	10	8
сталь	9	10	8	5	4	10	6
чугун	2	4	7	8	10	10	8
каучук	7	7	8	10	10	10	3
пластмасса	4	4	9	6	6	9	5

← min

Согласно (6) для расчета величины *a* необходимо найти максимальные элементы для каждой из строк, поэтому к базовой таблице добавим столбец (max e_{ij}) с найденными значениями.

$$\max e_{1j} = \max \{5; 8; 10; 8; 2\} = 10$$

$$\max e_{2j} = \max \{9; 10; 8; 5; 4\} = 10$$

$$\max e_{3j} = \max \{2; 4; 7; 8; 10\} = 10$$

$$\max e_{4j} = \max \{7; 7; 8; 10; 10\} = 10$$

$$\max e_{5j} = \max \{4; 4; 9; 6; 6\} = 9$$

Далее по формуле (4) найдем максимальную разность для каждой из строк между максимальным элементом строки и каждым из элементов:

$$\max a_{1j} = \max \{10-5; 10-8; 10-10; 10-8; 10-2\} = 8$$

$$\max a_{2j} = \max \{10-9; 10-10; 10-8; 10-5; 10-4\} = 6$$

$$\max a_{3j} = \max \{10-2; 10-4; 10-7; 10-8; 10-10\} = 8$$

$$\max a_{4j} = \max \{10-7; 10-7; 10-8; 10-10; 10-10\} = 3$$

$$\max a_{5j} = \max \{9-4; 9-4; 9-9; 9-6; 9-6\} = 5$$

Для получения конечного результата применим формулу (5):

$$Z_S = \min \{8; 6; 8; 3; 5\} = 3$$

Таким образом, согласно S -критерию оптимальным материалом для производства изделия будет каучук.

Критерий Байеса-Лапласа (BL-критерий)

На базе условия задачи для выбора материала для производства изделия из предыдущего примера проведем выбор оптимального варианта по критерию Байеса-Лапласа.

Как обычно решение представим в табличном виде: 5 строк – материалы и 5 столбцов – температурные точки.

Таблица 3 – Применение критерия Байеса-Лапласа

МАТЕРИАЛ	ТЕМПЕРАТУРА					e_{ir}
	-20°C	-10°C	0°C	10°C	20°C	
дерево	5	8	10	8	2	5.75
сталь	9	10	8	5	4	5.75
чугун	2	4	7	8	10	7.95
каучук	7	7	8	10	10	9.25 ← max
пластмасса	4	4	9	6	6	6.15
q_j	0.05	0.1	0.15	0.3	0.4	

Для применения критерия необходимо ввести понятие q_j – вероятность появления внешнего состояния F_j , а в нашем случае – вероятность применения изделия при определенной температуре. Перечислим значения вероятностей для температурных точек в дополнительной строке таблицы q_j . Причем сумма значений всех вероятностей должна быть равна 1.

Далее для каждой из строк согласно формуле (8) находим e_{ir} как сумму произведения значений температурных точек каждой строки на соответствующую температуре вероятность:

$$e_{1r} = 0.05*5 + 0.1*8 + 0.15*10 + 0.3*8 + 0.4*2 = 5.75$$

$$e_{2r} = 0.05*9 + 0.1*10 + 0.15*8 + 0.3*5 + 0.4*4 = 5.75$$

$$e_{3r} = 0.05*2 + 0.1*4 + 0.15*7 + 0.3*8 + 0.4*10 = 7.95$$

$$e_{4r} = 0.05*7 + 0.1*7 + 0.15*8 + 0.3*10 + 0.4*10 = 9.25$$

$$e_{5r} = 0.05*4 + 0.1*4 + 0.15*9 + 0.3*6 + 0.4*6 = 6.15$$

Далее получим значение оценочной функции (7), т.е. найдем оптимальный результат (9):

$$Z_{BL} = \max \{5.75; 5.75; 7.95; 9.25; 6.15\} = 9.25$$

Таким образом, согласно BL -критерию оптимальным материалом для производства изделия будет каучук.

Тема 5. Производные критерии принятия решений

Критерий Ходжа-Лемана (HL-критерий)

Этот критерий опирается на ВЛ-критерий и ММ-критерий. С помощью параметра ν выражается степень доверия к использованному распределению вероятностей ($0 \leq \nu \leq 1$). Если это доверие велико, то акцентируется ВЛ-критерий, в противном случае доверие отдается ММ-критерию.

Оценочная функция определяется равенством

$$Z_{HL} = \max_i e_{ir}, \quad (1)$$

$$e_{ir} = \nu \sum_{j=1}^m e_{ij} q_j + (1 - \nu) \min_j e_{ij}, 0 \leq \nu \leq 1 \quad (2)$$

то есть:

$$E_0 = \{E_{i_0} \mid E_{i_0} \in E \wedge e_{i_0} = \max_i [\nu \sum_{j=1}^m e_{ij} q_j + (1 - \nu) \min_j e_{ij}] \wedge 0 \leq \nu \leq 1\} \quad (3)$$

Критерий Ходжа-Лемана применяется при условиях:

- представления состояний F_j неизвестны, но некоторые предположения о распределении вероятностей возможны;
- принятое решение теоретически допускает бесконечно много реализаций;
- при малых числах реализаций допускается некоторый риск.

Критерий Гурвица (HW-критерий)

Стараясь занять уравновешенную позицию, ЛПР также может воспользоваться критерием Гурвица, оценочная функция которого находится как средневзвешенное между точками зрения предельного оптимиста и крайнего оптимиста:

$$Z_{HW} = \max_i e_{ir}, \quad (4)$$

$$e_{ir} = c \min_j e_{ij} + (1 - c) \max_j e_{ij} \quad (5)$$

то есть:

$$E_0 = \{E_{i_0} \mid E_{i_0} \in E \wedge e_{i_0} = \max_i [c \min_j e_{ij} + (1 - c) \max_j e_{ij}] \wedge 0 \leq c \leq 1\} \quad (6)$$

Чаще всего весовой множитель берется $c = 0.5$. Критерий предъявляет к ситуации принятия решений следующие требования:

- о вероятности появления состояний ничего не известно;
- решение реализуется лишь малое количество раз;
- допускается некоторый риск.

Критерий Гермейера (G-критерий)

Критерий Гермейера ориентирован на величины потерь, то есть при его применении предполагается, что e_{ij} - отрицательные. В качестве отрицательной функции G-критерия выступает

$$Z_G = \max_i e_{ir}, \quad (7)$$

$$e_{ir} = \min_j e_{ij} q_j \quad (8)$$

$$E_o = \{E_{io} \mid E_{io} \in E \wedge e_{io} = \max_i \min_j e_{ij} q_j \wedge \sum_{j=1}^m q_j = 1 \wedge e_{ij} < 0\} \quad (9)$$

Поскольку, например, при решении целого ряда производственных и экономических задач преимущественно имеют дело с ценами и затратами, то условие отрицательности оценок e_{ij} обычно выполняется. Если среди e_{ij} имеются положительные величины, то путем преобразования $(e_{ij} - a)$ при подходящем выборе $a > 0$ матрица решений преобразуется к отрицательному виду, однако решение может зависеть от величины a .

G-критерий некоторым образом обобщает ММ-критерий, а и в случае равномерного распределения становятся идентичными. Условия применимости G-критерия таковы:

- вероятности появления состояний F_j известны;
- допускается некоторый риск;
- решение может реализовываться как малое, так и большое число раз.

Если функция распределения известна не очень надежно, а числа реализаций малы, то при использовании G-критерия, вообще говоря, имеется неоправданно большой риск.

Лабораторная работа №5

Цель работы: Научиться применять на практике производные критерии принятия решений в условиях неопределенности и риска.

Постановка задачи: Выбрать проблему и выделить условия поведения проблемы (не менее 5-ти условий) в зависимости от ситуации. При помощи производных критериев принятия решений для однокритериальных задач в зависимости от варианта заданий провести анализ проблемы при наличии не менее 6-ти альтернатив решения.

Варианты заданий

№ варианта	Метод решения №1	Метод решения №2
1	Критерий Ходжа-Лемана	Критерий Гурвица
2	Критерий Ходжа-Лемана	Критерий Гермейера
3	Критерий Ходжа-Лемана	Критерий Гурвица
4	Критерий Гурвица	Критерий Ходжа-Лемана
5	Критерий Гурвица	Критерий Гермейера
6	Критерий Гурвица	Критерий Ходжа-Лемана
7	Критерий Гермейера	Критерий Ходжа-Лемана
8	Критерий Гермейера	Критерий Гурвица
9	Критерий Гермейера	Критерий Гурвица
0	Критерий Гурвица	Критерий Ходжа-Лемана

Пример выполнения работы

Критерий Ходжа-Лемана (НЛ-критерий)

Для производства некоторого изделия предполагается использовать определенный материал. Однако в наличии имеется 5 различных видов материалов (дерево, сталь, чугун, пластмасса, каучук), которые могут быть использованы в качестве основы для

изделия. Основное различие между материалами – изменение свойств материалов в зависимости от температуры.

Требуется обосновать выбор одного из материалов по критерию «температура» при помощи критерия Ходжа-Лемана. При этом следует рассмотреть следующий рабочий диапазон изменения температуры производимого изделия: от -20°C до $+20^{\circ}\text{C}$, выделив ряд ключевых температурных точек.

Представим решение задачи в матричном (табличном) виде. Имеется 5 альтернатив – 5 различных видов материалов, которые сформируют строки таблицы. В качестве столбцов будут выступать ключевые температурные точки поведения материалов – выделим 5 температурных точек: -20°C , -10°C , 0°C , $+10^{\circ}\text{C}$, $+20^{\circ}\text{C}$.

На пересечении строк и столбцов выставим оценку поведения i -го материала в зависимости от j -ой температуры по десятибалльной шкале (от 1 до 10), причем, чем больше, тем лучше.

В результате получим следующую матрицу решения задачи:

Таблица 1 – Применение НЛ-критерия для решения задачи

МАТЕРИАЛ	ТЕМПЕРАТУРА					$\sum e_{ij}q_j$	$\nu \sum e_{ij}q_j$	min e_{ij}	$(1-\nu) \min e_{ij}$	e_{ir}
	-20°C	-10°C	0°C	10°C	20°C					
дерево	5	8	10	8	2	5.75	4.6	2	0.4	5
сталь	9	10	8	5	4	5.75	4.6	4	0.8	5.4
чугун	2	4	7	8	10	7.95	6.36	2	0.4	6.76
каучук	7	7	8	10	10	9.25	7.4	7	1.4	8.8 ← max
пластмасса	4	4	9	6	6	6.15	4.92	4	0.8	5.72
q_j	0.05	0.1	0.15	0.3	0.4					

Для применения критерия необходимо ввести понятие q_j – вероятность появления внешнего состояния F_j , в нашем случае – вероятность применения изделия при определенной температуре. Перечислим значения вероятностей для температурных точек в дополнительной строке таблицы q_j . Причем сумма значений всех вероятностей должна быть равна 1.

Кроме того, использование данного метода предполагает введение параметра ν – степень доверия к использованному распределению вероятностей ($0 \leq \nu \leq 1$). Выберем значение $\nu=0.8$.

Далее по формуле (2) проведем следующий расчет.

Сначала для каждой из строк находим сумму $\sum e_{ij}q_j$ произведения значений температурных точек каждой строки на соответствующую температуре вероятность и записываем эти значения e_{ir}^* в виде дополнительного столбца:

$$e_{1r}^* = 0.05*5 + 0.1*8 + 0.15*10 + 0.3*8 + 0.4*2 = 5.75$$

$$e_{2r}^* = 0.05*9 + 0.1*10 + 0.15*8 + 0.3*5 + 0.4*4 = 5.75$$

$$e_{3r}^* = 0.05*2 + 0.1*4 + 0.15*7 + 0.3*8 + 0.4*10 = 7.95$$

$$e_{4r}^* = 0.05*7 + 0.1*7 + 0.15*8 + 0.3*10 + 0.4*10 = 9.25$$

$$e_{5r}^* = 0.05*4 + 0.1*4 + 0.15*9 + 0.3*6 + 0.4*6 = 6.15$$

Затем все полученные значения e_{ir}^* умножаем на параметр $\nu=0.8$ и записываем результат во второй дополнительный столбец:

$$e_{1r}^* \nu = 5.75 * 0.8 = 4.6$$

$$e_{2r}^* \nu = 5.75 * 0.8 = 4.6$$

$$e_{3r}^* \nu = 7.95 * 0.8 = 6.36$$

$$e_{4r}^* \nu = 9.25 * 0.8 = 7.4$$

$$e_{5r}^* \nu = 6.15 * 0.8 = 4.92$$

После этого для каждой строки определяем минимальное значение по столбцам и записываем в третий дополнительный столбец:

$$\min e_{1j} = \min \{5; 8; 10; 8; 2\} = 2$$

$$\min e_{2j} = \min \{9; 10; 8; 5; 4\} = 4$$

$$\min e_{3j} = \min \{2; 4; 7; 8; 10\} = 2$$

$$\min e_{4j} = \min \{7; 7; 8; 10; 10\} = 7$$

$$\min e_{5j} = \min \{4; 4; 9; 6; 6\} = 4$$

Затем полученные минимальные значения умножаем на $(1-\nu)$ и записываем в четвертый дополнительный столбец:

$$\min e_{1j} (1-\nu) = 2 * 0.2 = 0.4$$

$$\min e_{2j} (1-\nu) = 4 * 0.2 = 0.8$$

$$\min e_{3j} (1-\nu) = 2 * 0.2 = 0.4$$

$$\min e_{4j} (1-\nu) = 7 * 0.2 = 1.4$$

$$\min e_{5j} (1-\nu) = 4 * 0.2 = 0.8$$

И в завершении производим окончательный расчет по формуле (2), т.е. находим сумму второго и четвертого дополнительных столбцов и записываем ее в пятый добавочный столбец:

$$e_{1r}^* v + \min e_{1j} (1-v) = 4.6 + 0.4 = 5$$

$$e_{2r}^* v + \min e_{2j} (1-v) = 4.6 + 0.8 = 5.4$$

$$e_{3r}^* v + \min e_{3j} (1-v) = 6.36 + 0.4 = 6.76$$

$$e_{4r}^* v + \min e_{4j} (1-v) = 7.4 + 1.4 = 8.8$$

$$e_{5r}^* v + \min e_{5j} (1-v) = 4.92 + 0.8 = 5.72$$

Далее получим значение оценочной функции (1), т.е. найдем оптимальный результат (3):

$$Z_{HL} = \max \{5; 5.4; 6.76; 8.8; 5.72\} = 8.8$$

Таким образом, согласно *HL*-критерию оптимальным материалом для производства изделия будет каучук.

Критерий Гурвица (HW-критерий)

На базе условия задачи выбора материала для производства изделия из предыдущего примера проведем выбор оптимального варианта по критерию Гурвица.

Как обычно решение представим в табличном виде: 5 строк – материалы и 5 столбцов – температурные точки.

Таблица 2 – Применение критерия Гурвица

МАТЕРИАЛ	ТЕМПЕРАТУРА					min	max	с min	(1-с) max	e _{ir}
	-20°C	-10°C	0°C	10°C	20°C					
дерево	5	8	10	8	2	2	10	1	5	6
сталь	9	10	8	5	4	4	10	2	5	7
чугун	2	4	7	8	10	2	10	1	5	6
каучук	7	7	8	10	10	7	10	3.5	5	8.5 ←max
пластмасса	4	4	9	6	6	4	9	2	4.5	6.5

Использование данного метода предполагает введение параметра *c* – коэффициент пессимизма ($0 \leq c \leq 1$). Выберем значение $c=0.5$.

Далее по формуле (5) проведем следующий расчет.

Сначала для каждой строки определяем минимальное значение по столбцам и записываем в первый дополнительный столбец:

$$\min e_{1j} = \min \{5; 8; 10; 8; 2\} = 2$$

$$\min e_{2j} = \min \{9; 10; 8; 5; 4\} = 4$$

$$\min e_{3j} = \min \{2; 4; 7; 8; 10\} = 2$$

$$\min e_{4j} = \min \{7; 7; 8; 10; 10\} = 7$$

$$\min e_{5j} = \min \{4; 4; 9; 6; 6\} = 4$$

Затем для каждой строки определяем максимальное значение по столбцам и записываем во второй дополнительный столбец:

$$\max e_{1j} = \max \{5; 8; 10; 8; 2\} = 10$$

$$\max e_{2j} = \max \{9; 10; 8; 5; 4\} = 10$$

$$\max e_{3j} = \max \{2; 4; 7; 8; 10\} = 10$$

$$\max e_{4j} = \max \{7; 7; 8; 10; 10\} = 10$$

$$\max e_{5j} = \max \{4; 4; 9; 6; 6\} = 9$$

Далее находим произведение минимальных значений на коэффициент пессимизма c и записываем в третий добавочный столбец:

$$\min e_{1j} c = 2 * 0.5 = 1$$

$$\min e_{2j} c = 4 * 0.5 = 2$$

$$\min e_{3j} c = 2 * 0.5 = 1$$

$$\min e_{4j} c = 7 * 0.5 = 3.5$$

$$\min e_{5j} c = 4 * 0.5 = 2$$

После этого находим произведение максимальных значений на разницу $(1-c)$ и записываем в четвертый добавочный столбец:

$$\max e_{1j} (1-c) = 10 * (1-0.5) = 5$$

$$\max e_{2j} (1-c) = 10 * (1-0.5) = 5$$

$$\max e_{3j} (1-c) = 10 * (1-0.5) = 5$$

$$\max e_{4j} (1-c) = 10 * (1-0.5) = 5$$

$$\max e_{5j} (1-c) = 9 * (1-0.5) = 4.5$$

И в завершении производим окончательный расчет по формуле (5), т.е. находим сумму третьего и четвертого дополнительных столбцов и записываем ее в пятый добавочный столбец:

$$e_{1r} = \min e_{1j} c + \max e_{1j} (1-c) = 1 + 5 = 6$$

$$e_{2r} = \min e_{2j} c + \max e_{2j} (1-c) = 2 + 5 = 7$$

$$e_{3r} = \min e_{3j} c + \max e_{3j} (1-c) = 1 + 5 = 6$$

$$e_{4r} = \min e_{4j} c + \max e_{4j} (1-c) = 3.5 + 5 = 8.5$$

$$e_{5r} = \min e_{5j} c + \max e_{5j} (1-c) = 2 + 4.5 = 6.5$$

Далее получим значение оценочной функции (4), т.е. найдем оптимальный результат (6):

$$Z_{HW} = \max \{6; 7; 6; 8.5; 6.5\} = 8.5$$

Таким образом, согласно *HW*-критерию оптимальным материалом для производства изделия будет каучук.

Критерий Гермейера (G-критерий)

На базе условия задачи выбора материала для производства изделия проведем выбор оптимального варианта по критерию Гермейера.

Как обычно решение представим в табличном виде: 5 строк – материалы и 5 столбцов – температурные точки.

Таблица 3 – Исходная матрица оценок материалов

МАТЕРИАЛ	ТЕМПЕРАТУРА				
	-20°C	-10°C	0°C	10°C	20°C
дерево	5	8	10	8	2
сталь	9	10	8	5	4
чугун	2	4	7	8	10
каучук	7	7	8	10	10
пластмасса	4	4	9	6	6

Однако критерий Гермейера применяется только для отрицательных значений матрицы оценок ($e_{ij} < 0$), а все оценки исходной матрицы положительны. Для получения расчетной матрицы оценок необходимо воспользоваться некоторым параметром $a > 0$, чтобы путем проведения преобразований ($e_{ij} - a$) получить отрицательные оценки. Выберем значение параметра $a=11$ и проведем пересчет исходной матрицы оценок. В результате получим новую матрицу оценок (таблица 4), состоящую из относительных оценок затрат на применение материалов в определенных температурных условиях.

Для применения критерия также необходимо ввести понятие q_j – вероятность появления внешнего состояния F_j , в нашем случае – вероятность применения изделия при определенной

температуре. Перечислим значения вероятностей для температурных точек в дополнительной строке таблицы q_j . Причем сумма значений всех вероятностей должна быть равна 1.

Таблица 4 – Применение критерия Гермейера

МАТЕРИАЛ	ТЕМПЕРАТУРА					e_{ir}
	-20°C	-10°C	0°C	10°C	20°C	
дерево	-6	-3	-1	-3	-9	-3.6
сталь	-2	-1	-3	-6	-7	-2.8
чугун	-9	-7	-4	-3	-1	-0.9
каучук	-4	-4	-3	-1	-1	-0.45 ← max
пластмасса	-7	-7	-2	-5	-5	-2
q_j	0.05	0.1	0.15	0.3	0.4	

По формуле (8) производим расчет минимальных значений произведений каждой строки на вероятности ключевых температурных точек и записываем полученные значения e_{ir} в добавочный столбец:

$$e_{1r} = \min \{-6*0.05; -3*0.1; -1*0.15; -3*0.3; -9*0.4\} = -3.6$$

$$e_{2r} = \min \{-2*0.05; -1*0.1; -3*0.15; -6*0.3; -7*0.4\} = -2.8$$

$$e_{3r} = \min \{-9*0.05; -7*0.1; -4*0.15; -3*0.3; -1*0.4\} = -0.9$$

$$e_{4r} = \min \{-4*0.05; -4*0.1; -3*0.15; -1*0.3; -1*0.4\} = -0.45$$

$$e_{5r} = \min \{-7*0.05; -7*0.1; -2*0.15; -5*0.3; -5*0.4\} = -2$$

Далее получим значение оценочной функции (7) в виде максимума, т.е. найдем оптимальный результат (9):

$$Z_G = \max \{-3.6; -2.8; -0.9; -0.45; -2\} = -0.45$$

Таким образом, согласно G-критерию оптимальным материалом для производства изделия будет каучук.

Тема 6. Методы принятия решений в многокритериальных задачах

Принятие решений, как правило, предполагает достижение некоторой цели или, по крайней мере, последовательное приближение к некоторому, наиболее предпочтительному состоянию или поведению. Только в простейших случаях удастся указать шкалу – целевую функцию, значения которой измеряют качество решения. В более сложных случаях качество решения не может быть оценено единственной функцией. Необходимость принимать решения, для которых не удастся полностью учесть предопределяющие их условия, а также последующее их влияние (так называемый *эффект неопределенности*) встречается во всех областях техники, экономики и социальных наук. Планирование всегда более или менее связано с подобными факторами неопределенности. Тем не менее, именно в подобных ситуациях ответственность за принимаемые решения велика. Поэтому необходимо стремиться к оптимальному использованию имеющейся информации, чтобы, взвесив имеющиеся варианты, выбрать наилучший. Такая тенденция требует строгой математической формализации процесса принятия решений.

При решении большинства задач проектирования, планирования и управления техническими, биологическими и экономическими системами возникает необходимость оптимизации этих систем по совокупности противоречивых критериев эффективности их функционирования.

Такая оптимизация получила название *векторной* или *многокритериальной*.

Метод выделения главного критерия

При решении многокритериальных задач первым шагом является выделение набора критериев, по которым затем будут сравниваться альтернативные решения. Вторым шагом является определение способа численной оценки значений критериев. При этом часто приходится пользоваться безразмерной шкалой,

присваивая каждому из вариантов решений значения каждого критерия от 1 до 10.

Результаты можно свести в таблицу:

Таблица 1 – Представление условия задачи в табличном виде

ВАРИАНТЫ РЕШЕНИЙ (альтернативы)	КРИТЕРИИ			
	критерий f_1	критерий f_2	...	критерий f_m
вариант x_1	оценка e_{11}	оценка e_{12}	...	оценка e_{1m}
вариант x_2	оценка e_{21}	оценка e_{22}	...	оценка e_{2m}
...
вариант x_n	оценка e_{n1}	оценка e_{n2}	...	оценка e_{nm}

Суть метода выделения главного критерия заключается в выполнении последовательности шагов:

1. Выделяем главный критерий f_i среди всего множества, состоящего из m критериев.
2. Для главного критерия определяются направление для достижения оптимального результата: $f_i(x) \rightarrow \max$ или $f_i(x) \rightarrow \min$.
3. Для всех остальных критериев задаются границы:
 $f_j(x) \geq f_j^*$ или $f_j(x) \leq f_j^*$ при $j=1..m, j \neq i$, где i – номер главного критерия.
4. Проверяется каждая альтернатива x_i из всего множества вариантов, содержащих всего n альтернатив. При переборе всех вариантов проверяется выполнение граничных условий, указанных выше, по всем критериям для каждой альтернативы. Если не выполняется хотя бы одно из условий, то вариант исключается из рассмотрения.
5. Среди всех оставшихся альтернатив, прошедших проверку на граничные условия критериев, выбирается альтернатива, у которой главный критерий f_i имеет наилучшее значение. Если же количество оставшихся альтернатив весьма велико или поставленные условия не позволяют выделить хотя бы один вариант, то рекомендуется пересмотреть граничные условия для

критериев и провести повторную итерацию метода, начиная с п.3.

Метод последовательных уступок

Данный метод применяется для решения многокритериальных задач при помощи последовательного назначения уступок для задания граничных диапазонов критериев. Алгоритм метода:

1. Расположить критерии задачи f_i в порядке убывания их важности для лица, принимающего решения.
2. Для каждого критерия желательно достижения max . Поэтому значения тех критериев, у которых оптимальным результатом является min , записываются со знаком «-». После этой процедуры обо всех критериях можно сказать: $f_i \rightarrow max$.
3. Находится решение, обращающее в максимум главный критерий f_1 . Затем из практических соображений назначается некоторая «уступка» Δf_1 , для которой должно выполняться условие: $f_1 \geq f_1^* - \Delta f_1$, если $f_1^* = max f_1$.
4. После назначения уступки проверяются все n вариантов на выполнение условия: $f_{1i} \geq f_1^* - \Delta f_1$ при $i=1..n$. Если для варианта x_i условие не выполняется, то данный вариант убирается из дальнейшего рассмотрения.
5. Пункты п.3 и п.4 поочередно повторяются для 2-го, ..., m -го критериев. При этом поиск max осуществляется только среди оставшихся вариантов. И соответственно для j -го критерия назначается уступка Δf_j и проверяется условие:
$$f_{ji} \geq f_j^* - \Delta f_j \text{ при } i=1..n, j=1..m, \text{ где } f_j^* = max f_j.$$
И если для варианта x_i условие не выполняется, то данный вариант убирается из дальнейшего рассмотрения.
6. Алгоритм применяется до тех пор, пока не останется только один вариант или не проанализированы все критерии.
7. Если в конце остается группа альтернатив (т.е. более одной), то для принятия окончательного решения можно воспользоваться первым критерием задачи, который обладает наибольшей степенью важности и найти его max .

Метод составного критерия

Данный метод заключается в вычислении оценочной функции для каждого из вариантов по всем критериям проблемы или задачи

$$U(x_i) = \sum_{j=1}^m \gamma_j f_{ij} \rightarrow \max \quad (1)$$

где γ_j – вес j -го критерия, задаваемый ЛПР. При этом должно выполняться условие: $\sum_j \gamma_j = 1$

Достоинствами "составных" критериев, несомненно, являются их удобство и универсальность. Недостатки связаны с произвольным выбором весов γ_i , а также с тем фактом, что недостатки эффективности по одним критериям могут компенсироваться за счет преимуществ по другим критериям.

Нормативные методы векторной оптимизации

Нормативные методы являются своего рода обобщением рассмотренных выше методов и состоят в предварительном получении нормативов ξ_{f_j} , $j=1,2,\dots,m$ на основе приближенного решения многоцелевой задачи и приближения к этим нормативам по некоторой заданной метрике $\rho(f(x), \xi_f) \rightarrow \min$, где $\rho(f(x), \xi_f)$ может быть определено различными способами, например:

$$\rho_1(f(x), \xi_f) = \sum_{j=1}^m [f_j(x) - \xi_{f_j}]^2 \quad (2)$$

$$\rho_2(f(x), \xi_f) = \sum_{j=1}^m |f_j(x) - \xi_{f_j}| \quad (3)$$

$$\rho_3(f(x), \xi_f) = \max |f_j(x) - \xi_{f_j}| \quad (4)$$

Лабораторная работа №6

Цель работы: Научиться применять на практике методы принятия решений в многокритериальных задачах в условиях неопределенности и риска.

Постановка задачи: Выбрать проблему для анализа и выделить основные критерии решения проблемы (5 и более критериев). Предложить различные варианты – альтернативы (не менее 5) решения проблемы и при помощи методов решения в зависимости от варианта провести выбор оптимального варианта.

Варианты заданий

№ варианта	Метод решения №1	Метод решения №2
1	Метод выделения главного критерия	Метод последовательных уступок
2	Метод последовательных уступок	Метод составного критерия
3	Метод составного критерия	Нормативные методы векторной оптимизации (ρ_1)
4	Метод последовательных уступок	Нормативные методы векторной оптимизации (ρ_2)
5	Метод составного критерия	Нормативные методы векторной оптимизации (ρ_3)
6	Метод выделения главного критерия	Нормативные методы векторной оптимизации (ρ_2)
7	Метод составного критерия	Метод выделения главного критерия
8	Метод последовательных уступок	Нормативные методы векторной оптимизации (ρ_1)
9	Метод выделения главного критерия	Нормативные методы векторной оптимизации (ρ_3)
0	Метод последовательных уступок	Нормативные методы векторной оптимизации (ρ_3)

Пример выполнения работы

Метод выделения главного критерия

Рассмотрим задачу выбора исполнителя для ремонта помещения.

Для начала выделяем критерии. В нашем случае это могут быть запрашиваемая цена услуг, сроки выполнения, предлагаемый спектр услуг, репутация фирмы (наличие рекомендаций), стиль общения с заказчиком.

Далее определяем способ численной оценки значений критериев. Если цена услуг и сроки выполнения работ имеют объективные единицы измерения, например, рубли и дни соответственно, то для других критериев способы их численной оценки необходимо определить. Воспользуемся безразмерной шкалой, присваивая каждому из вариантов решений значения каждого критерия от 1 до 10.

В итоге получим таблицу:

Таблица 1 – Представление условия задачи при применении метода выделения главного критерия

ВАРИАНТЫ РЕШЕНИЙ		КРИТЕРИИ				
		Цена, руб.	Сроки, дни	Спектр услуг	Репутация	Стиль общения
		f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
x_1	ООО "Светлый дом"	200 000	30	5	10	8
x_2	ОАО "Ясный свет"	200 000	45	4	6	8
x_3	УП "Маляр"	180 000	30	2	2	6
x_4	ОДО "Штукатур"	250 000	15	10	9	9
x_5	ЧУП "Наш дом"	195 000	28	8	6	5




Далее по шагам применяем сам метод выделения главного критерия.

В нашем примере выберем в качестве главного критерия – цену. Для оптимального решения этот критерий должен принимать минимальное значение, т.е. $f_1 \rightarrow \min$.

Для остальных критериев потребуем выполнения следующих граничных условий: $f_2 \leq 30$ – ограничиваем сроки выполнения заказа, $f_3 \geq 5$ – как минимум должен быть средний спектр или набор оказываемых услуг, $f_4 \geq 8$ – серьезный подход к репутации фирм, $f_5 \geq 6$ – выше среднего приоритет стиля общения. Запишем их в виде дополнительной строки к исходной таблице:

Таблица 2 – Результат применения метода выделения главного критерия

ВАРИАНТЫ РЕШЕНИЙ		КРИТЕРИИ				
		Цена, руб.	Сроки, дни	Спектр услуг	Репутация	Стиль общения
		f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
x_1	ООО "Светлый дом"	220 000	30	5	10	8
x_2	ОАО "Ясный свет"	200 000	45	4	6	8
x_3	УП "Маляр"	180 000	30	2	2	6
x_4	ОДО "Штукатур"	250 000	15	10	9	9
x_5	ЧУП "Наш дом"	195 000	28	8	6	5
границы →		min	≤ 30	≥ 5	≥ 8	≥ 6

-  варианты решений, удовлетворяющие заданным условиям;
-  варианты решений, "выбывающие" из рассмотрения на очередном шаге;
-  варианты решений, "выбывшие" из рассмотрения ранее.

Производим перебор всех альтернатив и осуществляем проверку выполнения граничных условий критериев для каждого варианта:

x_1 : $f_2=30 \leq 30$, $f_3=5 \geq 5$, $f_4=10 \geq 8$, $f_5=8 \geq 6$ – условия выполнены;

x_2 : $f_2=45 \leq 30$ – уже сразу условие не выполнено, поэтому можно дальше вариант не рассматривать (вычеркиваем);

x_3 : $f_2=30 \leq 30$ – выполнено; $f_3=2 \geq 5$ – условие не выполнено, поэтому можно дальше вариант не рассматривать (вычеркиваем);

x_4 : $f_2=15 \leq 30$, $f_3=10 \geq 5$, $f_4=9 \geq 8$, $f_5=9 \geq 6$ – условия выполнены;

x_5 : $f_2=28 \leq 30$, $f_3=8 \geq 5$ – выполнено; $f_4=6 \geq 8$ – условие не выполнено, поэтому можно дальше вариант не рассматривать (вычеркиваем).

В результате получили, что только две альтернативы x_1 и x_4 – ООО "Светлый дом" и ОДО "Штукатур" – удовлетворяют граничным условиям критериев.

Для получения оптимального решения воспользуемся выделенным ранее главным критерием ценой f_1 . Т.к. цена варианта $x_1 <$ цены варианта x_4 , т.е.:

$$f_1(x_1)=220\ 000 < f_1(x_4)=250\ 000, \text{ а т.к. } f_1 \rightarrow \min,$$

то оптимальной альтернативой или вариантом решения будет вариант x_1 – фирма ООО "Светлый дом".

Метод последовательных уступок

Рассмотрим задачу выбора исполнителя для ремонта помещения из предыдущего примера, т.е. исходное условие задачи можно представить в виде таблицы:

Таблица 3 – Условие задачи в виде оценочной матрицы

ВАРИАНТЫ РЕШЕНИЙ		КРИТЕРИИ				
		Цена, руб.	Сроки, дни	Спектр услуг	Репутация	Стиль общения
		f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
x_1	ООО "Светлый дом"	200 000	30	5	10	8
x_2	ОАО "Ясный свет"	200 000	45	4	6	8
x_3	УП "Маляр"	180 000	30	2	2	6
x_4	ОДО "Штукатур"	250 000	15	10	9	9
x_5	ЧУП "Наш дом"	195 000	28	8	6	5

Далее по шагам применяем алгоритм метода последовательных уступок.

Для начала расположим критерии задачи в порядке убывания их степени важности. Для этого поменяем местами критерии f_3 (спектр услуг) и f_4 (репутация). Полученный в результате порядок будет соответствовать нашей цели.

Далее такие критерии как f_1 (цена) и f_2 (сроки) дают оптимальное решение при их достижении \min . Поэтому запишем все оценочные значения по этим критериям со знаком «-», что позволит нам в дальнейшем для всех критериев искать \max .

Таблица 4 – Применение метода последовательных уступок

ВАРИАНТЫ РЕШЕНИЙ		КРИТЕРИИ				
		Цена, руб.	Сроки, дни	Репутация	Спектр услуг	Стиль общения
		f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
x_1	ООО "Светлый дом"	-200 000	-30	5	10	8
x_2	ОАО "Ясный свет"	-200 000	-45	4	6	8
x_3	УП "Маляр"	-180 000	-30	2	2	6
x_4	ОДО "Штукатур"	-250 000	-15	10	9	9
x_5	ЧУП "Наш дом"	-195 000	-28	8	6	5

Рассматриваем критерий f_1 – цену:

$$f_1^* = \max f_1 = -180\,000, \text{ делаем уступку } \Delta f_1 = 20\,000.$$

В результате остаются только те варианты, для которых выполняется следующее условие: $-200\,000 \leq f_1 \leq -180\,000$.

Получаем, что вариант x_4 исключается, т.к. $f_1(x_4) = -250\,000$ и данное значение не попадает в рабочий диапазон.

Далее рассматриваем критерий f_2 – сроки:

$$f_2^* = \max f_2 = -28, \text{ делаем уступку } \Delta f_2 = 7.$$

В результате остаются только те варианты, для которых выполняется следующее условие: $-35 \leq f_2 \leq -28$.

Получаем, что вариант x_2 выбывает, т.к. $f_2(x_2) = -45$ и для него выполняется полученное для критерия условие.

Рассматриваем критерий f_3 – репутация:

$$f_3^* = \max f_3 = 8, \text{ делаем уступку } \Delta f_3 = 3.$$

В результате остаются только те варианты, для которых выполняется следующее условие: $5 \leq f_3 \leq 8$.

Получаем, что вариант x_3 выбывает, т.к. $f_3(x_3) = 2$.

Рассматриваем критерий f_4 – спектр услуг:

$$f_4^* = \max f_4 = 10, \text{ делаем уступку } \Delta f_4 = 4.$$

В результате остаются только те варианты, для которых выполняется следующее условие: $6 \leq f_4 \leq 10$.

Получаем, что все оставшиеся варианты удовлетворяют условию.

Рассматриваем критерий f_5 – стиль общения:

$$f_5^* = \max f_5 = 8, \text{ делаем уступку } \Delta f_5 = 3.$$

В результате остаются только те варианты, для которых выполняется следующее условие: $5 \leq f_5 \leq 8$.

Получаем, что все оставшиеся варианты удовлетворяют условию.

Итак, после применения шагов алгоритма получили, что в конце остались только две фирмы-варианта x_1 и x_5 , удовлетворяющих всем сделанным уступкам. Однако необходимо принять окончательное решение и выбрать одну из фирм. Для этого сравним их оценочные значения по первому (самому важному) критерию – цене f_1 :

$$f_1(x_1) = -200\,000 < f_1(x_5) = -195\,000$$

а т.к. $f_1 \rightarrow \max$, то оптимальным решением будет вариант x_5 – ЧУП “Наш дом”.

Метод составного критерия

Рассмотрим задачу выбора кандидатов на должности директора организации и начальника кадров. При этом выделим следующие критерии кандидатов для исследования: опыт работы, речь, характер, внешние данные, стиль одежды. В качестве кандидатур были выдвинуты следующие лица: Иванова Р.О., Петров П.Г., Сидорова О.Д., Денисов А.А., Крутых А.Т.

Условие задачи можно представить в виде следующей матрицы оценок:

Таблица 5 – Применение метода составного критерия

ВАРИАНТЫ РЕШЕНИЙ		КРИТЕРИИ					Директор $U(x_i)$	Нач. кадров $U(x_i)$
		Опыт работы	Речь	Характер	Внеш. данные	Стиль одежды		
		f_1	f_2	f_3	f_4	f_5		
x_1	Иванова Р.О.	10	7	8	5	1	6.7	5.8
x_2	Петров П.Г.	8	10	5	7	6	7.3	6.6
x_3	Сидорова О.Д.	5	4	9	10	8	6.7	8.2
x_4	Денисов А.А.	5	5	7	7	10	6.6	7.2
x_5	Крутых А.Т.	7	9	3	10	5	6.5	6.5
Вес γ_i директора		0.3	0.2	0.2	0.1	0.2		
Вес γ_i нач.кадров		0.1	0.1	0.3	0.3	0.2		

Далее к исходной таблице назначаем и добавляем две добавочные строки – веса y_j критериев для двух должностей.

Затем производим расчет значений оценочной функции (1) для всех вариантов для должности директора:

$$U(x_1) = 0.3*10 + 0.2*7 + 0.2*8 + 0.1*5 + 0.2*1 = 6.7$$

$$U(x_2) = 0.3*8 + 0.2*10 + 0.2*5 + 0.1*7 + 0.2*6 = 7.3$$

$$U(x_3) = 0.3*5 + 0.2*4 + 0.2*9 + 0.1*10 + 0.2*8 = 6.7$$

$$U(x_4) = 0.3*5 + 0.2*5 + 0.2*7 + 0.1*7 + 0.2*10 = 6.6$$

$$U(x_5) = 0.3*7 + 0.2*9 + 0.2*3 + 0.1*10 + 0.2*5 = 6.5$$

Полученные значения записываем в добавочный столбец. Т.к. оценочная функция $U(x) \rightarrow \max$, то:

$$\max \{6.7; 7.3; 6.7; 6.6; 6.5\} = 7.3 \rightarrow x_2 = \text{Петров П.Г.}$$

Затем производим расчет значений оценочной функции (1) для всех вариантов для должности начальника кадров:

$$U(x_1) = 0.1*10 + 0.1*7 + 0.3*8 + 0.3*5 + 0.2*1 = 5.8$$

$$U(x_2) = 0.1*8 + 0.1*10 + 0.3*5 + 0.3*7 + 0.2*6 = 6.6$$

$$U(x_3) = 0.1*5 + 0.1*4 + 0.3*9 + 0.3*10 + 0.2*8 = 8.2$$

$$U(x_4) = 0.1*5 + 0.1*5 + 0.3*7 + 0.3*7 + 0.2*10 = 7.2$$

$$U(x_5) = 0.1*7 + 0.1*9 + 0.3*3 + 0.3*10 + 0.2*5 = 6.5$$

Полученные значения записываем в добавочный столбец. Т.к. оценочная функция $U(x) \rightarrow \max$, то:

$$\max \{5.8; 6.6; 8.2; 7.2; 6.5\} = 8.2 \rightarrow x_3 = \text{Сидорова О.Д.}$$

Нормативные методы векторной оптимизации

Рассмотрим предыдущую задачу выбора кандидатов только на должность директора организации. Критерии кандидатов для исследования: опыт работы, речь, характер, внешние данные, стиль одежды. В качестве кандидатур были выдвинуты следующие лица: Иванова Р.О., Петров П.Г., Сидорова О.Д., Денисов А.А., Крутых А.Т.

Условие задачи можно представить в виде следующей матрицы оценок:

Таблица 6 – Применение нормативных методов векторной оптимизации

ВАРИАНТЫ РЕШЕНИЙ		КРИТЕРИИ					ρ_1	ρ_2	ρ_3
		Опыт работы	Речь	Характер	Внеш. данные	Стиль одежды			
		f_1	f_2	f_3	f_4	f_5			
x_1	Иванова Р.О.	10	7	8	5	1	45	11	6
x_2	Петров П.Г.	8	10	5	7	6	22	8	4
x_3	Сидорова О.Д.	5	4	9	10	8	48	14	5
x_4	Денисов А.А.	5	5	7	7	10	24	10	3
x_5	Крутых А.Т.	7	9	3	10	5	48	14	5
Норма ξ_j		8	6	6	5	7			

К исходной таблице назначаем нормы ξ_j и добавляем одну дополнительную строку. Затем производим расчет значений норм по формуле (2) для всех вариантов для должности директора:

$$\rho_1(f(x_1), \xi_j) = (10-8)^2 + (7-6)^2 + (8-6)^2 + (5-5)^2 + (1-7)^2 = 45$$

$$\rho_1(f(x_2), \xi_j) = (8-8)^2 + (10-6)^2 + (5-6)^2 + (7-5)^2 + (6-7)^2 = 22$$

$$\rho_1(f(x_3), \xi_j) = (5-8)^2 + (4-6)^2 + (9-6)^2 + (10-5)^2 + (8-7)^2 = 48$$

$$\rho_1(f(x_4), \xi_j) = (5-8)^2 + (5-6)^2 + (7-6)^2 + (7-5)^2 + (10-7)^2 = 24$$

$$\rho_1(f(x_5), \xi_j) = (7-8)^2 + (9-6)^2 + (3-6)^2 + (10-5)^2 + (5-7)^2 = 48$$

В результате при $\rho_1(f(x), \xi_j) \rightarrow \min$ получим:

$$\rho_1(f(x), \xi_j) = \min \{45; 22; 48; 24; 48\} = 22 \rightarrow x_2 = \text{Петров П.Г.}$$

Произведем расчет по формуле (3) для нахождения ρ_2 :

$$\rho_2(f(x_1), \xi_j) = |10-8| + |7-6| + |8-6| + |5-5| + |1-7| = 11$$

$$\rho_2(f(x_2), \xi_j) = |8-8| + |10-6| + |5-6| + |7-5| + |6-7| = 8$$

$$\rho_2(f(x_3), \xi_j) = |5-8| + |4-6| + |9-6| + |10-5| + |8-7| = 14$$

$$\rho_2(f(x_4), \xi_j) = |5-8| + |5-6| + |7-6| + |7-5| + |10-7| = 10$$

$$\rho_2(f(x_5), \xi_j) = |7-8| + |9-6| + |3-6| + |10-5| + |5-7| = 14$$

$$\rho_2(f(x), \xi_j) = \min \{11; 8; 14; 10; 14\} = 8 \rightarrow x_2 = \text{Петров П.Г.}$$

Произведем расчет по формуле (4) для нахождения ρ_3 :

$$\rho_3(f(x_1), \xi_j) = \max \{|10-8|; |7-6|; |8-6|; |5-5|; |1-7|\} = 6$$

$$\rho_3(f(x_2), \xi_j) = \max \{|8-8|; |10-6|; |5-6|; |7-5|; |6-7|\} = 4$$

$$\rho_3(f(x_3), \xi_j) = \max \{|5-8|; |4-6|; |9-6|; |10-5|; |8-7|\} = 5$$

$$\rho_3(f(x_4), \xi_j) = \max \{|5-8|; |5-6|; |7-6|; |7-5|; |10-7|\} = 3$$

$$\rho_3(f(x_5), \xi_j) = \max \{|7-8|; |9-6|; |3-6|; |10-5|; |5-7|\} = 5$$

$$\rho_3(f(x), \xi_j) = \min \{6; 4; 5; 3; 5\} = 3 \rightarrow x_4 = \text{Денисов А.А.}$$

Таким образом, получили, что по метрикам ρ_1 и ρ_2 решения совпали – вариант x_2 - Петров П.Г., а по метрике ρ_3 решением является вариант x_4 - Денисов А.А.

Раздел 2. МЕТОДЫ ЭКСПЕРТНОГО АНАЛИЗА

Тема 1. Метод анализа иерархий

Порядок действий

1. Декомпозиция проблемы
2. Синтез множественных суждений эксперта
3. Получение приоритетных критериев
4. Нахождение альтернативных решений

Принципы метода:

1. *Принцип идентичности и декомпозиции:* предусматривает структурирование проблемы в виде иерархии или сети (рис.1). Иерархия считается полной, если каждый элемент заданного уровня, связан со всеми элементами последующего уровня.

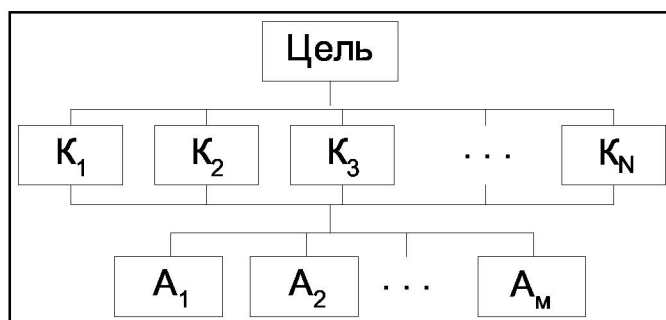


Рис.1 Схема полной иерархии

(Ц-цель; K_1 - K_N - критерии от 1-го до n-го; A_1 - A_M - альтернативы от 1-й до M-й)

2. *Принцип дискриминации и сравнительных суждений* – метод парных сравнений: строится матрица A : $A = \| a_{ij} \|$, $a_{ij} = \omega_i / \omega_j$, где ω_i - вес i -го элемента в иерархии, $a_{ii} = 1$, $a_{ij} = 1 / a_{ji}$. В таблице 1 приведены пояснения численным значениям элементов матрицы парных сравнений.

Таблица 1– Шкала относительной важности для матрицы парных сравнений

a_{ij}	Пояснение
1	Равная важность сравниваемых элементов
3	Умеренное превосходство i-го элемента над j-ым
5	Существенное (сильное) превосходство i-го элемента над j-ым
7	Значительное превосходство i-го элемента над j-ым
9	Очень значительное превосходство i-го элемента над j-ым
2,4,6,8	Промежуточные степени превосходства

3. *Принцип синтеза приоритетов:* осуществляется со второго уровня вниз. Локальные приоритеты альтернатив перемножаются на соответствующие приоритеты критериев предшествующего уровня и суммируются по каждому критерию.

Алгоритм метода:

1. Построение иерархии по условию задачи: выделение критериев и альтернатив в иерархию.
2. Применение метода парных сравнений – построение матриц А: для каждого критерия текущего уровня строится матрица сравнений из принадлежащих ему критериев следующего уровня или из всех альтернатив последнего уровня иерархии. Эти матрицы являются квадратными, т.к. строки и столбцы состоят из одинаковых критериев или альтернатив.
3. Согласование матриц. После того, как все матрицы заполнены, проверяется согласованность суждений эксперта по каждой матрице. Для этого вычисляется индекс согласованности ИН:

$$ИС = (\lambda_{\max} - n) / (n - 1) \quad (1)$$

где n – размерность матрицы. Значение λ_{\max} вычисляется следующим образом:

- а) Для каждой строки матрицы находится произведение всех столбцов и из полученного значения извлекается корень n-ой степени. Полученные значения заносятся в «новый» столбец как локальные приоритеты матрицы. Затем производится нормализация этих приоритетов: значение каждого приоритета делится на сумму значений всех приоритетов. В результате получится нормализованный

столбец локальных приоритетов – его сумма должна быть равна 1.

- b) Для каждого столбца находим сумму всех его строк и записываем как ее в «новую» строку.
- c) Находим λ_{\max} как сумму произведений полученной выше i -ой суммы на i -ый нормализованный локальный приоритет при $i=1, \dots, n$.

После нахождения индекса согласованности ИС, по таблице 2 определяем коэффициент случайной согласованности СС:

Таблица 2 – Величины случайно согласованности (СС)

Размер матрицы	1	2	3	4	5	6	7	8
Коэффициент случайной согласованности (СС)	0	0	0,58	0,9	1,12	1,24	1,32	1,41
Размер матрицы	9	10	11	12	13	14	15	
Коэффициент случайной согласованности (СС)	1,45	1,49	1,51	1,48	1,56	1,57	1,59	

Определяем отношение согласованности:

$$ОС = ИС / СС \quad (2)$$

Полученное значение ОС сравнивается с контрольным числом 0,17. Если $ОС > 0,17$ – значит матрица сильно рассогласована.

4. Находим общие оценки альтернатив и выбираем наиболее оптимальные из них: для получения общей оценки каждой альтернативы нужно сначала умножить вес этой альтернативы по некоторому критерию на вес этого критерия, а затем следует сложить значения, полученные для каждой альтернативы по всем критериям. Оптимальной из всех оценок будет оценка с максимальным (или минимальным в зависимости от задачи) значением.

Лабораторная работа №1

Цель работы: Научиться применять на практике метод анализа иерархий.

Постановка задачи: Выбрать проблему и провести ее декомпозицию, выделив при этом альтернативы (не менее 4-х) для решения проблемы. Построить иерархию, состоящую из 3-х и более уровней. Применить метод анализа иерархий для обоснования выбора альтернативы.

Пример выполнения работы

Рассмотрим задачу о выборе школы – был проведен анализ трех школ А, В и С на предмет их желательности с точки зрения абитуриента. Для сравнения были выбраны шесть независимых характеристик: учеба, друзья, школьная жизнь, профессиональное обучение, подготовка к колледжу и обучение музыке (рис. 1).

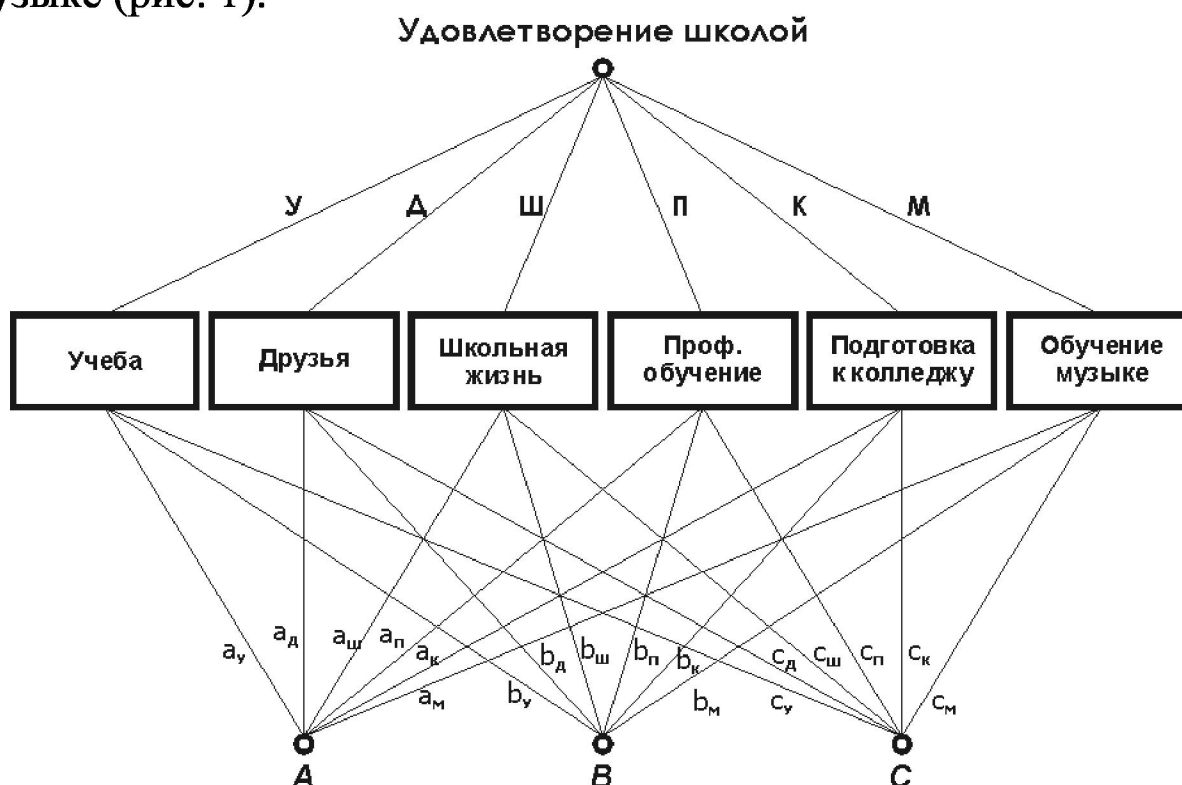


Рис.1 Иерархия удовлетворения школой

Полученные матрицы попарных сравнений показаны ниже в таблицах.

Для выявления меры удовлетворения кандидата школой сначала следует перечислить важнейшие критерии, характеризующие школы, и вычислить сравнительную желательность этих критериев для кандидата. Желательность будет меняться от одного кандидата к другому. Например, для одного ученика друзья более привлекательны, чем подготовка к колледжу, в то время, как другой ученик имеет противоположное мнение.

Таблица 1 – Сравнение характеристик относительно общего удовлетворения школой

	Учеба	Друзья	Школьная жизнь	Проф. обучение	Подготовка к колледжу	Обучение музыке
Учеба	1	4	3	1	3	4
Друзья	1/4	1	7	3	1/5	1
Школьная жизнь	1/3	1/7	1	1/5	1/5	1/6
Проф. обучение	1	1/3	5	1	1	1/3
Подготовка к колледжу	1/3	5	5	1	1	3
Обучение музыке	1/4	1	6	3	1/3	1

Рассчитаем локальные приоритеты по таблице 1, найдя произведение столбцов по строкам, затем взяв корень 6-ой степени (размер матрицы) из каждого произведения и разделив полученные значения на их сумму:

Таблица 2 – Расчет нормализованных локальных приоритетов

	Учеба	Друзья	Школьная жизнь	Проф. обучение	Подготовка к колледжу	Обучение музыке	П	$\sqrt[6]{P}$	Локальные приоритеты
Учеба	1	4	3	1	3	4	144	2.2894	0.3160
Друзья	1/4	1	7	3	1/5	1	1.05	1.0082	0.1392
Школьная жизнь	1/3	1/7	1	1/5	1/5	1/6	0.0003	0.2612	0.0361
Проф. обучение	1	1/3	5	1	1	1/3	0.5556	0.9067	0.1251
Подготовка к колледжу	1/3	5	5	1	1	3	25	1.7100	0.2360
Обучение музыке	1/4	1	6	3	1/3	1	1.5	1.0699	0.1477
								7.2453	

Рассчитаем сумму строк по столбцам таблицы 3:

Таблица 3 – Расчет суммы строк

	Учеба	Друзья	Школьная жизнь	Проф. обучение	Подготовка к колледжу	Обучение музыке	Локальные приоритеты
Учеба	1	4	3	1	3	4	0.3160
Друзья	1/4	1	7	3	1/5	1	0.1392
Школьная жизнь	1/3	1/7	1	1/5	1/5	1/6	0.0361
Проф. обучение	1	1/3	5	1	1	1/3	0.1251
Подготовка к колледжу	1/3	5	5	1	1	3	0.2360
Обучение музыке	1/4	1	6	3	1/3	1	0.1477
Σ строк	3.1667	11.4762	27.0000	9.2000	5.7333	9.5000	

Рассчитаем значение λ_{max} как сумму произведений i -ой суммы по столбцу на i -ый нормализованный локальный приоритет по таблице 3:

$$\lambda_{max} = 3.1667*0.3160 + 11.4762*0.1392 + 27*0.0361 + 9.2*0.1251 + 5.7333*0.2360 + 9.5*0.1477 = 7.479$$

Найдем индекс согласованности ИС по формуле (1):

$$ИС = (\lambda_{max} - n) / (n - 1) = (7.479 - 6) / (6 - 1) = 0.296$$

По таблице случайной согласованности определяем коэффициент случайной согласованности:

$$СС = 1.24 \text{ при } n=6$$

Далее считаем отношение согласованности по формуле (2):

$$ОС = ИС / СС = 0.296 / 1.24 = 0.239$$

Следующим шагом является вычисление относительного ранга каждой школы по каждому критерию. Например, в одной школе лучше обучают музыке, в то время как другая славится профессиональным обучением.

Таблица 4 – Сравнение школ относительно учебы

Учеба	А	В	С	Локальные приоритеты
А	1	1/3	1/2	0.1571
В	3	1	3	0.5936
С	2	1/3	1	0.2493

$$\lambda_{max} = 3.054, \text{ ИС} = 0.027, \text{ ОС} = 0.046$$

Таблица 5 – Сравнение школ относительно друзей

Друзья	А	В	С	Локальные приоритеты
А	1	1	1	1/3
В	1	1	1	1/3
С	1	1	1	1/3

$$\lambda_{max} = 2.99, \text{ ИС} = 0, \text{ ОС} = 0$$

Таблица 6 – Сравнение относительно школьной подготовки

Школьная подготовка	А	В	С	Локальные приоритеты
А	1	5	1	0.4546
В	1/5	1	1/5	0.0909
С	1	5	1	0.4546

$$\lambda_{max} = 3, \text{ ИС} = 0, \text{ ОС} = 0$$

Таблица 7 – Сравнение школ относительно проф.обучения

Проф. Обучение	А	В	С	Локальные приоритеты
А	1	9	7	0.7720
В	1/9	1	1/5	0.0545
С	1/7	5	1	0.1735

$$\lambda_{max} = 3.208, \text{ИС} = 0.104, \text{ОС} = 0.17$$

Таблица 8 – Сравнение школ относительно подготовки к колледжу

Подготовка к колледжу	А	В	С	Локальные приоритеты
А	1	1/2	1	0.2500
В	2	1	2	0.5000
С	1	1/2	1	0.2500

$$\lambda_{max} = 3, \text{ИС} = 0, \text{ОС} = 0$$

Таблица 9 – Сравнение школ относительно обучения музыке

Обучение музыке	А	В	С	Локальные приоритеты
А	1	6	4	0.6910
В	1/6	1	1/3	0.0914
С	1/4	3	1	0.2176

$$\lambda_{max} = 3.053, \text{ИС} = 0.027, \text{ОС} = 0.046$$

Для получения общей оценки каждой школы, нужно, во-первых, умножить вес оценки этой школы по некоторому критерию на вес этого критерия. Затем следует сложить значения, полученные для каждой школы по всем критериям. Например, для школы А, а есть относительный вес учебы в этой школе. Так как относительный вес учебы есть У, общий вес учебы для школы А будет $a_y U$. Таким же образом вычисляем $a_{дД}$, $a_{шШ}$, $a_{пП}$, $a_{кК}$ и $a_{мМ}$. Следовательно, общая оценка школы А будет суммой общих весов упомянутых видов деятельности, т. е. общая оценка школы А:

$$\begin{aligned}
A &= a_y Y + a_d D + a_{ш} Ш + a_{п} П + a_k K + a_m M = \\
&= 0.1571 * 0.3160 + 0.3333 * 0.1392 + 0.4546 * 0.0361 + \\
&+ 0.7720 * 0.1251 + 0.2500 * 0.2360 + 0.6910 * 0.1477 = \\
&= 0.370088.
\end{aligned}$$

Критерии на рисунке 1 обозначены через У, Д, Ш, П, К и М. Если веса критериев и веса школ относительно каждого критерия таковы, как обозначено вдоль каждого отрезка на рисунке, то:

$$\begin{aligned}
\text{Общая оценка школы А} &= a_y Y + a_d D + a_{ш} Ш + a_{п} П + a_k K + \\
&+ a_m M = 0.370088.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Общая оценка школы В} &= b_y Y + b_d D + b_{ш} Ш + b_{п} П + b_k K + \\
&+ b_m M = 0.375572.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Общая оценка школы С} &= c_y Y + c_d D + c_{ш} Ш + c_{п} П + c_k K + \\
&+ c_m M = 0.254430.
\end{aligned}$$

Абитуриент поступил в школу В, т.к.:

$$\max \{0.370088, 0.375572, 0.254430\} = 0.375572 \rightarrow \text{школа В.}$$

Тема 2. Методы ЭЛЕКТРА

Для каждого из n критериев (предполагается, что критерии числовые) определяется вес - число, характеризующее важность соответствующего критерия, которое тем больше, чем важнее для ЛПР соответствующий критерий. Эти веса могут быть определены либо ранжированием, либо, например, по методу Саати. Для того, чтобы определить превосходит альтернативный вариант $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ вариант $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ (где x_i, y_i - значения i -того критерия, сообщаемые ему вариантами x и y соответственно), производятся следующие действия.

Множество I критериев разбивается на три подмножества:

- $I^+(x, y)$ – критерии, по которым x превосходит y ;
- $I^-(x, y)$ – критерии, по которым x и y имеют одинаковые оценки;
- $I(x, y)$ – критерии, по которым y превосходит x .

Далее определяется относительная важность $P_{xy}^+, P_{xy}^=, P_{xy}^-$ каждого из этих подмножеств. Устанавливается также некоторый порог и считается, что вариант x превосходит вариант y только в том случае, когда некоторая функция, называемая *индексом согласия*, удовлетворяет условию:

$$f(P_{xy}^+, P_{xy}^=, P_{xy}^-) \geq c \quad (1)$$

Ряд функции определяется по-своему для каждой модификации метода ЭЛЕКТРА. Условие (1) является необходимым, но не достаточным условием превосходства x над y .

В методах ЭЛЕКТРА формулируются дополнительные условия, предназначенные учитывать не только порядок следования оценок x и y по критериям, но и значения модулей разностей $x_i - y_i$. Эти условия, называемые *индексом несогласия*, могут быть записаны в виде:

$$d_{xy} \leq d \quad (2)$$

где d – некоторое значение индекса несогласия d_{xy} ; d_{xy} для каждой модификации метода ЭЛЕКТРА определяются по-

своему. Таким образом, отношение предпочтения R определяется следующим образом:

$$x R y \Leftrightarrow f(P_{xy}^+, P_{xy}^-, P_{xy}^-) \geq c \wedge d_{xy} \leq d \quad (3)$$

Особенность методов ЭЛЕКТРА состоит в том, что в них несколько отступают от традиционных методов выделения подмножества недоминируемых вариантов. Следуя теории игр, их создатели предлагают несколько расширить это подмножество путем выделения в исходном подмножестве некоего ядра, все элементы которого несравнимы между собой, а любой вариант, в ядро не вошедший, доминируется хотя бы одним элементом ядра.

Выделение ядра на множестве исходных вариантов является заключительным этапом методов ЭЛЕКТРА. Дальнейшее сужение ядра может быть достигнуто заданием других, более жестких ограничений в условиях (1) и (2), т.е. увеличением порогового значения индекса согласия c и уменьшением порогового значения индекса несогласия d .

Опишем более конкретно применение данного метода.

1. Во всех модификациях метода ЭЛЕКТРА на первом этапе с помощью ЛПР определяются веса критериев – положительные действительные числа, которые тем больше, чем важнее для ЛПР соответствующий критерий. Такой подход, конечно, имеет существенный недостаток – неоднозначность определения весовых коэффициентов. Однако полностью избежать субъективных оценок в процедуре принятия решений невозможно, следует лишь с большой тщательностью подходить к определению весов.
2. Далее определяются важности групп критериев $\Gamma^+(x,y)$, $\Gamma^-(x,y)$ и $\Gamma(x,y)$ для каждой пары сравниваемых альтернатив x и y :

$$P_{xy}^* = \sum_{i \in \Gamma^*(x,y)} p_i, * \in \{+, -, =\} \quad (4)$$

3. В качестве условия (1) в методе ЭЛЕКТРА 1 предлагается рассматривать выражение вида:

$$\frac{P_{xy}^+ + P_{xy}^-}{\sum_{i=1}^m P_i} > c_1, \left(\frac{1}{2} \leq c_1 \leq 1\right) \quad (5)$$

В методе ЭЛЕКТРА 2 выражение вида:

$$\frac{P_{xy}^+}{P_{xy}^-} > c_2, (c_2 \geq 1) \quad (6)$$

Следует отметить, что условие (5) можно применять лишь тогда, когда сравнение альтернатив происходит в строгих шкалах (тогда множество P пусто) или когда число совпадающих оценок у различных вариантов достаточно мало по сравнению с n . В противном случае отношение предпочтения может оказаться симметричным: x лучше y ($x R y$) и y лучше x ($y R x$) одновременно. Поэтому, если используются нестрогие шкалы, то лучше пользоваться условием (6).

4. Для тех вариантов, среди которых выполняется необходимое условие (1), т.е. условия (5) или (6), проверяется выполнение дополнительного условия (2). В результате остается ядро решений задачи. Оптимальным решением из ядра может являться вариант, который встречается в ядре наибольшее количество раз в качестве доминирующего, либо вариант с максимальным значением d_{xy} (при условии одинакового количества встреч доминирования в ядре).

Лабораторная работа №2

Цель работы: Изучить особенности методов ЭЛЕКТРА и научиться применять их на практике.

Постановка задачи: Выбрать проблему и применить для ее решения методы ЭЛЕКТРА 1 или ЭЛЕКТРА 2, в зависимости от выбранных оценок критериев проблемы. Количество критериев должно быть не менее 5-ти, а количество вариантов решения проблемы – не менее 7-ми.

Пример выполнения работы

Рассмотрим следующую задачу: необходимо выбрать для покупки компьютерные колонки. Выбор можно произвести по следующим критериям I : цена, престижность фирмы-изготовителя, дизайн, мощность, размеры.

В качестве вариантов выберем две фирмы: Microlab и Genius.

Зададим вес для каждого выделенного критерия по 10 балльной шкале:

Таблица 1 – Веса критериев множества I

Критерий	Вес критерия
цена	9
престижность фирмы-изготовителя	7
дизайн	7
мощность	8
размеры	6

Далее проведем оценку каждого варианта по всем 5-ти критериям:

$$x - \text{Microlab} = (4, 9, 10, 8, 6)$$

$$y - \text{Genius} = (9, 5, 7, 7, 8)$$

Затем разобьем множество критериев I на 3 подмножества относительно вариантов x и y :

$$I_{xy}^+ = \{2, 3, 4\}$$

$$I_{xy} = \{1, 5\}$$

$$I_{xy}^- = \{\}$$

Далее определяются важности групп критериев по (4):

$$P_{xy}^+ = 7+7+8 = 22$$

$$P_{xy} = 9+6 = 15$$

$$P_{xy}^- = 0$$

Рассмотрим решение проблемы двумя методами.

Применяем метод ЭЛЕКТРА 1 согласно формуле (5), назначаем индекс согласия $c_1=0.6$ и получаем следующую картину:

$$\frac{P_{xy}^+ + P_{xy}^-}{\sum_{i=1}^m P_i} = \frac{22}{9 + 7 + 7 + 8 + 6} = 0.59 < c_1 = 0.6$$

т.е. необходимое условие не выполняется, т.к. полученное по методу ЭЛЕКТРА 1 значение не превышает заданный порог c_1 , и поэтому вариант x не превосходит вариант y . Однако применение метода ЭЛЕКТРА 1 в данном случае не целесообразно, т.к. в рассматриваемой ситуации отсутствуют критерии с равнозначными оценками (т.е. множество I_{xy}^- – пустое), да и сам метод не учитывает оценки критериев, по которым вариант x не превосходит вариант y , множество I_{xy} не используется.

Далее применяем метод ЭЛЕКТРА 2 согласно формуле (6), назначаем индекс согласия $c_2=1.2$ и получаем следующую картину:

$$\frac{P_{xy}^+}{P_{xy}^-} = \frac{22}{15} = 1.47 > c_2 = 1.2$$

т.е. необходимое условие выполняется, т.к. полученное по методу ЭЛЕКТРА 2 значение превышает заданный порог c_2 . Использование индекса несогласия d не имеет смысла, т.к. рассматривается всего два варианта. Поэтому вариант x превосходит вариант y . Соответственно данный метод следует

применять, когда множество I_{xy}^- - пустое или состоит из критериев, оказывающих малое влияние на решение.

Рассмотрим описанную выше проблему покупки компьютерных колонок, только выбрав при этом 7 альтернатив или вариантов решения. Выбор будем осуществлять по следующему множеству критериев I : цена, престижность фирмы-изготовителя, дизайн, мощность, размеры.

Производим качественную оценку критериев между собой:

Таблица 2 – Относительные веса критериев

Критерий	Вес критерия
цена	3
престижность фирмы-изготовителя	2
дизайн	2
мощность	3
размеры	1

Далее оцениваем семь вариантов колонок по всем критериям:

Таблица 3 – Оценка вариантов по критериям

	ВАРИАНТЫ	цена	престиж-ность	дизайн	мощность	размеры
x_1	Microlab B75	9	3	5	7	8
x_2	Creative Inspire 2.1 T3000	6	5	3	9	3
x_3	Jazz Speakers J-8902	2	9	7	8	6
x_4	Genius SP-HF 2.0	5	7	5	3	9
x_5	Juster SP-222	1	9	6	6	9
x_6	Jetbalance JB-261	8	5	4	6	8
x_7	Sven 866A	3	5	2	9	8

Применим для расчета метод ЭЛЕКТРА 2. Для этого в начале назначим пороги: индекс согласия $c_2=2$ и индекс несогласия $d=5$.

Далее производим сравнение вариантов друг с другом (результаты расчета при помощи программных средств) – множества I^* и важности P^* при $* \in \{+, -, =\}$:

[1-1] -
 [1-2] $I+\{ 1 3 5 \}$ $I-\{ 2 4 \}$ $I=\{ \}$
 $P+/P- = 6 / 5 = 1.20$
 [1-3] $I+\{ 1 5 \}$ $I-\{ 2 3 4 \}$ $I=\{ \}$
 $P+/P- = 4 / 7 = 0.57$
 [1-4] $I+\{ 1 4 \}$ $I-\{ 2 5 \}$ $I=\{ 3 \}$
 $P+/P- = 6 / 3 = 2.00$
 [1-5] $I+\{ 1 4 \}$ $I-\{ 2 3 5 \}$ $I=\{ \}$
 $P+/P- = 6 / 5 = 1.20$
 [1-6] $I+\{ 1 3 4 \}$ $I-\{ 2 \}$ $I=\{ 5 \}$
 $P+/P- = 8 / 2 = 4.00$
 [1-7] $I+\{ 1 3 \}$ $I-\{ 2 4 \}$ $I=\{ 5 \}$
 $P+/P- = 5 / 5 = 1.00$
 [2-1] $I+\{ 2 4 \}$ $I-\{ 1 3 5 \}$ $I=\{ \}$
 $P+/P- = 5 / 6 = 0.83$
 [2-2] -
 [2-3] $I+\{ 1 4 \}$ $I-\{ 2 3 5 \}$ $I=\{ \}$
 $P+/P- = 6 / 5 = 1.20$
 [2-4] $I+\{ 1 4 \}$ $I-\{ 2 3 5 \}$ $I=\{ \}$
 $P+/P- = 6 / 5 = 1.20$
 [2-5] $I+\{ 1 4 \}$ $I-\{ 2 3 5 \}$ $I=\{ \}$
 $P+/P- = 6 / 5 = 1.20$
 [2-6] $I+\{ 4 \}$ $I-\{ 1 3 5 \}$ $I=\{ 2 \}$
 $P+/P- = 3 / 6 = 0.50$
 [2-7] $I+\{ 1 3 \}$ $I-\{ 5 \}$ $I=\{ 2 4 \}$
 $P+/P- = 5 / 1 = 5.00$
 [3-1] $I+\{ 2 3 4 \}$ $I-\{ 1 5 \}$ $I=\{ \}$
 $P+/P- = 7 / 4 = 1.75$
 [3-2] $I+\{ 2 3 5 \}$ $I-\{ 1 4 \}$ $I=\{ \}$
 $P+/P- = 5 / 6 = 0.83$
 [3-3] -
 [3-4] $I+\{ 2 3 4 \}$ $I-\{ 1 5 \}$ $I=\{ \}$
 $P+/P- = 7 / 4 = 1.75$
 [3-5] $I+\{ 1 3 4 \}$ $I-\{ 5 \}$ $I=\{ 2 \}$
 $P+/P- = 8 / 1 = 8.00$
 [3-6] $I+\{ 2 3 4 \}$ $I-\{ 1 5 \}$ $I=\{ \}$
 $P+/P- = 7 / 4 = 1.75$
 [3-7] $I+\{ 2 3 \}$ $I-\{ 1 4 5 \}$ $I=\{ \}$
 $P+/P- = 4 / 7 = 0.57$
 [4-1] $I+\{ 2 5 \}$ $I-\{ 1 4 \}$ $I=\{ 3 \}$
 $P+/P- = 3 / 6 = 0.50$
 [4-2] $I+\{ 2 3 5 \}$ $I-\{ 1 4 \}$ $I=\{ \}$

$P+/P- = 5 / 6 = 0.83$
 [4-3] I+{ 1 5 } I-{ 2 3 4 } I={ }
 $P+/P- = 4 / 7 = 0.57$
 [4-4] -
 [4-5] I+{ 1 } I-{ 2 3 4 } I={ 5 }
 $P+/P- = 3 / 7 = 0.43$
 [4-6] I+{ 2 3 5 } I-{ 1 4 } I={ }
 $P+/P- = 5 / 6 = 0.83$
 [4-7] I+{ 1 2 3 5 } I-{ 4 } I={ }
 $P+/P- = 8 / 3 = 2.67$
 [5-1] I+{ 2 3 5 } I-{ 1 4 } I={ }
 $P+/P- = 5 / 6 = 0.83$
 [5-2] I+{ 2 3 5 } I-{ 1 4 } I={ }
 $P+/P- = 5 / 6 = 0.83$
 [5-3] I+{ 5 } I-{ 1 3 4 } I={ 2 }
 $P+/P- = 1 / 8 = 0.13$
 [5-4] I+{ 2 3 4 } I-{ 1 } I={ 5 }
 $P+/P- = 7 / 3 = 2.33$
 [5-5] -
 [5-6] I+{ 2 3 5 } I-{ 1 } I={ 4 }
 $P+/P- = 5 / 3 = 1.67$
 [5-7] I+{ 2 3 5 } I-{ 1 4 } I={ }
 $P+/P- = 5 / 6 = 0.83$
 [6-1] I+{ 2 } I-{ 1 3 4 } I={ 5 }
 $P+/P- = 2 / 8 = 0.25$
 [6-2] I+{ 1 3 5 } I-{ 4 } I={ 2 }
 $P+/P- = 6 / 3 = 2.00$
 [6-3] I+{ 1 5 } I-{ 2 3 4 } I={ }
 $P+/P- = 4 / 7 = 0.57$
 [6-4] I+{ 1 4 } I-{ 2 3 5 } I={ }
 $P+/P- = 6 / 5 = 1.20$
 [6-5] I+{ 1 } I-{ 2 3 5 } I={ 4 }
 $P+/P- = 3 / 5 = 0.60$
 [6-6] -
 [6-7] I+{ 1 3 } I-{ 4 } I={ 2 5 }
 $P+/P- = 5 / 3 = 1.67$
 [7-1] I+{ 2 4 } I-{ 1 3 } I={ 5 }
 $P+/P- = 5 / 5 = 1.00$
 [7-2] I+{ 5 } I-{ 1 3 } I={ 2 4 }
 $P+/P- = 1 / 5 = 0.20$
 [7-3] I+{ 1 4 5 } I-{ 2 3 } I={ }
 $P+/P- = 7 / 4 = 1.75$
 [7-4] I+{ 4 } I-{ 1 2 3 5 } I={ }
 $P+/P- = 3 / 8 = 0.38$
 [7-5] I+{ 1 4 } I-{ 2 3 5 } I={ }

$$P+/P- = 6 / 5 = 1.20$$

$$[7-6] I+\{ 4 \} \quad I-\{ 1 \ 3 \} \quad I=\{ 2 \ 5 \}$$

$$P+/P- = 3 / 5 = 0.60$$

$$[7-7] -$$

Полученные результаты удобно представить в виде таблицы, представленной ниже:

Таблица 4 – Результаты сравнения вариантов решения

	x₁	x₂	x₃	x₄	x₅	x₆	x₇
x₁	–	1.20	0.57	2.00	1.20	4.00	1.00
x₂	0.83	–	1.20	1.20	1.20	0.50	5.00
x₃	1.75	0.83	–	1.75	8.00	1.75	0.57
x₄	0.50	0.83	0.57	–	0.43	0.83	2.67
x₅	0.83	0.83	0.13	2.33	–	1.67	0.83
x₆	0.25	2.00	0.57	1.20	0.60	–	1.67
x₇	1.00	0.20	1.75	0.38	1.20	0.60	–

По индексу c_2 у нас подходят варианты 1-4, 1-6, 2-7, 3-5, 4-7, 5-4, 6-2.

Сопоставляя эти варианты с индексом несогласия d , получаем:

$$d_{14} = 4 < d=5 \text{ – подходит}$$

$$d_{16} = 2 < d=5 \text{ – подходит}$$

$$d_{27} = 5 = d=5 \text{ – подходит}$$

$$d_{35} = 3 < d=5 \text{ – подходит}$$

$$d_{47} = 6 > d=5 \text{ – не подходит}$$

$$d_{54} = 4 < d=5 \text{ – подходит}$$

$$d_{62} = 5 = d=5 \text{ – подходит}$$

Т.е. по индексу d у нас подходят варианты 1-4, 1-6, 2-7, 3-5, 5-4, 6-2. А т.к. среди оставшихся вариантов в ядре решений вариант x_1 встречается два раза в качестве доминирующего, то он и будет нашим искомым оптимальным вариантом.

Тема 3. Метод Подиновского

Метод Подиновского имеет своей целью построение более сильного бинарного отношения предпочтения. Как и в методах ЭЛЕКТРА, для этого используется дополнительная информация о сравнительной важности критериев. Однако основное и существенное отличие метода Подиновского состоит в том, что качественная информация о критериях, получаемая от ЛПР не преобразуется в количественную. Автору метода впервые в практике многокритериальной оптимизации удалось избавиться от необходимости ввода весовых коэффициентов важности критериев, вносящих большую неопределенность в решение задачи.

Информация о сравнительной важности критериев задается совокупностью сообщений ЛПР типа:

- критерий i важнее, чем критерий j ,
- критерии i и j равноценны;
- набор критериев (i_1, \dots, i_j) важнее, чем набор (j, \dots, j_m) ;
- наборы критериев (i, \dots, i_j) и (j, \dots, j_m) равноценны по важности.

Построенное на основании информации о важности критериев бинарное отношение предпочтения позволяет существенно сузить множество Парето.

Лабораторная работа №3

Цель работы: Изучить особенности использования метода Подиновского и научиться применять его на практике.

Постановка задачи: Выбрать проблему и применить для ее решения метод Подиновского. Количество критериев должно быть не менее 6-ти, а количество вариантов решения проблемы – не менее 7-ми.

Пример выполнения работы

Рассмотрим проблему покупки компьютерных колонок, выбрав при этом 6 альтернатив или вариантов решения. Выбор будем осуществлять по следующим 6-ти критериям: цена, престижность фирмы-изготовителя, дизайн, мощность, основа, размеры.

Оцениваем варианты колонок по всем критериям:

Таблица 1 – Оценка вариантов по критериям

	ВАРИАНТЫ	цена	престиж- ность	дизайн	мощность	основа	размеры
x₁	Microlab B75	1	2	5	6	2	5
x₂	Creative Inspire 2.1 T3000	5	2	3	4	2	4
x₃	Jazz Speakers J-8902	5	6	2	3	8	3
x₄	Genius SP-HF 2.0	7	5	3	1	6	2
x₅	Jetbalance JB-261	8	5	5	2	1	3
x₆	Sven 866A	3	7	1	6	5	3

Все оценки критериев равнозначны (критерии имеют одинаковый вес) и эксперты, выставяющие оценки, для нас имеют одинаковый приоритет. Следовательно, можно перейти к

следующему виду матрицы оценок, упорядочив оценки каждой строки по убыванию:

Таблица 2 – Упорядоченные оценки вариантов

	ВАРИАНТЫ	КРИТЕРИИ					
		1	2	3	4	5	6
x_1	Microlab B75	6	5	5	2	2	1
x_2	Creative Inspire 2.1 T3000	5	4	4	3	2	2
x_3	Jazz Speakers J-8902	8	6	5	3	3	2
x_4	Genius SP-HF 2.0	7	6	5	3	2	1
x_5	Jetbalance JB-261	8	5	5	3	2	1
x_6	Sven 866A	7	6	5	3	3	1

Далее производим сравнение вариантов между собой по всем критериям следующим образом: при сравнении между собой вариантов x_i и x_j по всем критериям выставляется знак «+», если вариант x_i доминирует над x_j по большинству критериев, знак «=», если вариант x_i равноценен варианту x_j по большинству критериев, и знак «-», если же вариант x_j доминирует над x_i по большинству критериев.

Так при сравнении x_1 с другими вариантами получаем:

$$x_1 \leftrightarrow x_2 = \{6 > 5, 5 > 4, 5 > 4, 2 < 3, 2 = 2, 1 < 2\} = \{+, +, +, -, =, -\} = "+"$$

$$x_1 \leftrightarrow x_3 = \{6 < 8, 5 < 6, 5 = 5, 2 < 3, 2 < 3, 1 < 2\} = \{-, -, =, -, -, -\} = "-"$$

$$x_1 \leftrightarrow x_4 = \{6 < 7, 5 < 6, 5 = 5, 2 < 3, 2 = 2, 1 = 1\} = \{-, -, =, -, =, =\} = "-"$$

$$x_1 \leftrightarrow x_5 = \{6 < 8, 5 = 5, 5 = 5, 2 < 3, 2 = 2, 1 = 1\} = \{-, =, =, -, =, =\} = "= "$$

$$x_1 \leftrightarrow x_6 = \{6 < 7, 5 < 6, 5 = 5, 2 < 3, 2 < 3, 1 = 1\} = \{-, -, =, -, -, =\} = "-"$$

Такая же процедура применяется и для сравнения всех остальных вариантов по всем критериям. Результаты сравнения представлены ниже в таблице:

Таблица 3 – Результаты сравнения вариантов

	ВАРИАНТЫ	x₁	x₂	x₃	x₄	x₅	x₆
x₁	Microlab B75		+	-	-	=	-
x₂	Creative Inspire 2.1 T3000	-		-	-	-	-
x₃	Jazz Speakers J-8902	+	+		+	+	=
x₄	Genius SP-HF 2.0	+	+	-		=	=
x₅	Jetbalance JB-261	=	+	-	=		=
x₆	Sven 866A	+	+	=	=	=	

Как видно из таблицы вариант x_3 имеет наибольшее количество знаков «+», что означает, что данный вариант доминирует над четырьмя другими вариантами, и он будет оптимальным вариантом решения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Жогаль С.П. Методы принятия решений. Вводный курс: Учебное пособие.- Гомель, 1997.
2. Ларичев О.И. Теория и методы принятия решений, а также Хроника событий в Волшебных странах. - М., 2002.
3. Литвак Б.Г. Экспертная информация: Методы получения и анализа.- М., 1982.
4. Меерович М.И. Теория решения изобретательских задач. – М., 2003.
5. Мулен Э. Кооперативное принятие решений: Аксиомы и модели.- М., 1991.
6. Мушик Э., Мюллер П. Методы принятия технических решений.- М., 1990.
7. Подиновский В.В., Гаврилов В. М. Оптимизация по последовательно применяемым критериям. М., 1975.
8. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий. - М., 1993.
9. Саати Т.Л., Кернс К. Аналитическое планирование. Организация систем.- М., 1991.
10. Спицнадель В.Н. Теория и практика принятия оптимальных решений. – СПб., 2002.
11. Уотермен Д. Руководство по экспертным системам.- М., 1989.

Для заметок

Учебное издание

КРАЙНИКОВ АЛЕКСАНДР НИКОЛАЕВИЧ

МЕТОДЫ И СИСТЕМЫ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

**Практическое пособие по выполнению лабораторных работ
для студентов специальности I-53 01 02 – «АСОИ»**

В авторской редакции

Подписано в печать 01.11.2005 г. (). Формат 60x84 1/16. Бумага писчая №1. Печать на ризографе. Гарнитура Times New Roman. Усл.печ.л. 4,5. Уч-изд.л. 3,0. Тираж 35 экз.

Учреждение образования
«Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины»,
246019, г.Гомель, ул.Советская, 104

Отпечатано в учреждении образования
«Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины»
246019, г.Гомель, ул.Советская, 104

