

# ИЗВЕСТИЯ

Гомельского государственного университета  
имени Ф.Скорины

---

№ 6 (9)

2001

# ИЗВЕСТИЯ

Гомельского государственного университета  
имени Ф.Скорины

---

Научный и производственно-практический журнал  
Издается с октября 1999 г.

№ 6(9)

Проблемы взаимодействия излучения с веществом

2001

УДК 535

Учредитель – Гомельский государственный университет имени Ф.Скорины  
Журнал зарегистрирован в Государственном комитете Республики Беларусь  
по печати (свидетельство о регистрации № 1408 от 27 октября 1999 года)

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Л.А.ШЕМЕТКОВ (главный редактор)

М.В.СЕЛЬКИН (зам. главного редактора)  
Д.Г.ЛИН (зам. главного редактора)

С.И.ХАНЕНЯ (ответственный секретарь)

В.В.АНДРЕЕВ, С.Н.КУРИЛКИНА, Н.С.МАКСИМЕНКО, Г.С.МИТЮРИЧ, И.В.СЕМЧЕНКО,  
А.Н.СЕРДЮКОВ, В.В.СЫТЬКО, С.А.ХАХОМОВ (*ведущий редактор*), С.В.ШАЛУПАЕВ

*Адрес редакции:*

ул.Советская, 104, к. 1-18, 246019, Гомель  
Тел. 57-43-21, e-mail: [vesti@gsu.unibel.by](mailto:vesti@gsu.unibel.by)

© Известия Гомельского государственного  
университета имени Франциска Скорины, 2001  
© Proceedings of the F.Scorina Gomel State University, 2001

## Двухпучковое взаимодействие на отражательной голографической решетке в кристалле $Bi_{12}TiO_{20}$

А.Г.МАРТЬЯНОВ<sup>1</sup>, С.М.ШАНДАРОВ<sup>1</sup>, С.Ю.ВЕРЕТЕННИКОВ<sup>1</sup>, Е.Ю.АГЕЕВ<sup>1</sup>,  
В.А.КАРТАШОВ<sup>1</sup>, Ю.Ф.КАРГИН<sup>2</sup>, А.В.ЕГОРЫШЕВА<sup>2</sup>, В.В.ШЕПЕЛЕВИЧ<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники,  
Россия, 634050 Томск, пр.Ленина, 40.

Тел.: +7(3822)413887, факс: +7(3822)414321, e-mail: [shand@stack.ru](mailto:shand@stack.ru)

<sup>2</sup> Институт общей и неорганической химии РАН,  
Россия, 117907 Москва, Ленинский просп., 31,

e-mail: [Yu.kargin@rambler.ru](mailto:Yu.kargin@rambler.ru)

<sup>3</sup> Мозырский государственный педагогический институт,  
Беларусь, 247760 Мозырь, ул.Студенческая, 28,

e-mail: [vasshep@inbox.ru](mailto:vasshep@inbox.ru)

Взаимодействие световых волн на отражательных фоторефрактивных решетках может использоваться, в частности, для реализации устройств голографической интерферометрии [1] и узкополосных фильтров оптического излучения [2]. Отражательные решетки в силленитах изучались только для срезов (111) [1] и (100) [3, 4] в кристаллах  $Bi_{12}TiO_{20}$  и  $Bi_{12}SiO_{20}$ . В настоящей работе рассмотрено двухпучковое взаимодействие света на отражательных решетках в кубических кристаллах симметрии 23 с произвольной ориентацией. Эксперименты по формированию отражательных решеток проведены в кристаллах  $Bi_{12}TiO_{20}$  срезов (100), (111) и (110).

Распространяющиеся вдоль оси  $x$  навстречу друг другу световые волны накачки (Р) и сигнала (S) в кубическом гиротропном поглощающем кристалле представим в виде суперпозиции собственных волн

$$E_P(x) = [C_{P1}(x) e_1 \exp(-ik_0 n_1 x) + C_{P2}(x) e_2 \exp(-ik_0 n_2 x)] \exp\left(-\frac{\alpha}{2}x\right), \quad (1)$$

$$E_S(x) = [C_{S1}(x) e_1^* \exp(ik_0 n_1 x) + C_{S2}(x) e_2^* \exp(ik_0 n_2 x)] \exp\left(\frac{\alpha}{2}x\right), \quad (2)$$

с круговыми векторами поляризации  $e_{1,2} = (y^0 \pm iz^0)/\sqrt{2}$  и показателями преломления  $n_{1,2} = n_0 \pm \rho/k_0$ , где  $k_0 = 2\pi/\lambda$ ,  $n_0$  и  $\alpha$  — коэффициенты преломления и поглощения кристалла, а  $\rho$  — удельное оптическое вращение. Картина интерференции волн сигнала и накачки имеет вектор решетки  $K = 2k_0 n_0 x^0$  и контраст

$$m(x) = \frac{2(C_{S1}C_{P2}^* + C_{S2}C_{P1}^*)}{(|C_{P1}|^2 + |C_{P2}|^2) \exp(-\alpha x) + (|C_{S1}|^2 + |C_{S2}|^2) \exp(\alpha x)}, \quad (3)$$

вызывает перераспределение зарядов по дефектным центрам и приводит к модуляции оптических свойств среды. Используя метод медленно меняющихся амплитуд, мы получили уравнения связанных волн, описывающие двухпучковое взаимодействие на такой отражательной голограмме, в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 \frac{dC_{S1}}{dx} &= -\frac{\gamma}{4}m[g_I^*C_{P1} \exp(-i2\rho x) + g_EC_{P2}] \exp(-\alpha x), \\
 \frac{dC_{S2}}{dx} &= -\frac{\gamma}{4}m[g_EC_{P1} + g_IC_{P2} \exp(i2\rho x)] \exp(-\alpha x), \\
 \frac{dC_{P1}}{dx} &= -\frac{\gamma}{4}m^*[g_IC_{S1} \exp(i2\rho x) + g_EC_{S2}] \exp(\alpha x), \\
 \frac{dC_{P2}}{dx} &= -\frac{\gamma}{4}m^*[g_EC_{S1} + g_I^*C_{S2} \exp(-i2\rho x)] \exp(\alpha x),
 \end{aligned} \tag{4}$$

где  $\gamma = k_0 n_0^3 r_{41}^S E_{SC}$  — постоянная связи;  $g_I = (e_1^* \cdot \Delta b \cdot e_2)$  и  $g_E = (e_1^* \cdot \Delta b \cdot e_1)$  — тензорные свертки, описывающие соответственно вклад во взаимодействие внутримодовых (без изменения собственного показателя преломления) и межмодовых процессов;  $r_{41}^S$  — электрооптическая постоянная зажатого кристалла;  $E_{SC} = E_D / (1 + E_D / E_q)$ ;  $E_D$  и  $E_q$  — диффузионное поле и поле насыщения ловушек. Здесь  $\Delta b$  — тензор возмущений диэлектрической непроницаемости кристалла, определяемый как прямым вкладом линейного электрооптического эффекта, так и дополнительным вкладом пьезоэлектрического и фотоупругого эффектов [5] при единичном поле  $E_{SC}$ .

В приближении неистощимой накачки амплитуды  $C_{P1}$  и  $C_{P2}$  не зависят от координаты  $x$ , и решение для составляющих светового поля сигнальной волны имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
 C_{S1}(x) &= C_{S1}(0) + \frac{m(0)}{2} \{C_{P2}[\exp(G(x)) - 1] + C_{P1}^* \Phi(x)\}, \\
 C_{S2}(x) &= C_{S2}(0) + \frac{m(0)}{2} \{C_{P1}[\exp(G(x)) - 1] + C_{P2}^* \Phi(x)\},
 \end{aligned} \tag{5}$$

где

$$G(x) = -\frac{\gamma x}{2} \left\{ g_E + 2 \operatorname{Re} \left[ g_I \frac{C_{P1}^* C_{P2}}{I_{P0}} \cdot \frac{\exp(i2\rho x) - 1}{2\rho x} \right] \right\} \tag{6}$$

$$\Phi(x) = -\frac{\gamma}{2I_{P0}} \int_0^x \exp[G(\xi)] \cdot [g_I^* C_{P1}^2 \exp(-i2\rho\xi) - g_I C_{P2}^2 \exp(i2\rho\xi)] d\xi, \tag{7}$$

$I_{P0} = |C_{P1}|^2 + |C_{P2}|^2$ . Усиление сигнальной волны на отражательной решетке и ее поляризационная структура определяется свертками  $g_E$  и  $g_I$ . Анализ показывает, что при ориентации вектора  $K$  вдоль кристаллографических направлений  $\langle 110 \rangle$   $g_E = g_I = 0$  и взаимодействие отсутствует. В образцах среза  $(111)$  ( $K \parallel \langle 111 \rangle$ ) получаем  $g_I = 0$ ,  $g_E = \Delta b_{11} - \Delta b_{12}$ . Для кристалла  $Bi_{12}TiO_{20}$ , используя материальные параметры из работы [6], находим  $g_E = -0,266$ . Сигнальная волна с левой круговой поляризацией в этом случае будет эффективно обмениваться энергией с правополяризованной волной накачки, и наоборот. Изменения поляризационной структуры здесь не происходит, а коэффициент двухпучкового усиления [7] будет одинаков как при круговой, так и при линейной поляризации волн,  $\Gamma_{[111]} = g_E \gamma$ .

В образце среза  $(100)$  при  $y^0 \parallel \langle 010 \rangle$  и  $z^0 \parallel \langle 001 \rangle$  имеем  $g_E = 0$  и  $g_I = -i$ . В этом случае при линейной поляризации усиление сигнальной волны происходит как за счет обычного однонаправленного энергообмена, так и из-за неоднаправленного, всегда идущего от сильного пучка к слабому [8].

Экспериментальные исследования проводились на образцах срезов (100), (111) и (110) титаната висмута при формировании отражательной решетки картиной интерференции падающего и отраженного от внутренней грани световых пучков ( $\lambda = 0.633\text{нм.}$ ). Небольшая клиновидность кристаллов позволяла разделить пучки, отраженные от их передней и задней граней. Для устранения влияния внешней засветки на результаты исследований все время в промежутках между экспериментами кристаллы хранились в светонепроницаемых боксах и настройка экспериментальной установки происходила при слабом рассеянном освещении.

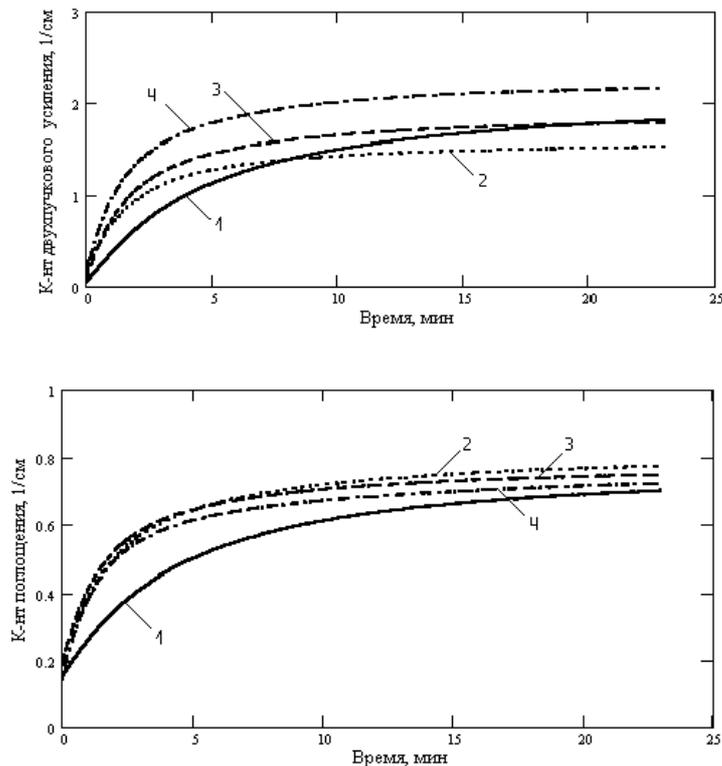


Рис. 1: Динамика изменения коэффициента двухпучкового усиления  $\Gamma$  (а) и коэффициента поглощения  $\alpha$  (б) в серии экспериментов. Нумерация кривых соответствует последовательности проведения экспериментов.

На рис. 1 представлена временная эволюция коэффициентов двухпучкового усиления  $\Gamma(t)$  и поглощения света  $\alpha(t)$  в кристалле  $Bi_{12}TiO_{20} : Cd$  среза (100) толщиной  $d = 5.9\text{мм.}$  при оптимальной поляризации падающей волны. При обработке экспериментальных данных по интенсивностям прошедшего и отраженного от внутренней грани пучков для определения  $\Gamma(t)$  и  $\alpha(t)$  использовались уравнения (4) для среза (100) в скалярном приближении, которое рассматривалось в работе [4]. Эксперименты проводились последовательно друг за другом с интервалом в одни сутки. Перед первым экспериментом (кривые 1) кристалл выдерживался в темновых условиях в течение 7 дней. Кривые 1 соответствуют минимальной интенсивности падающего на кристалл светового пучка,  $I_0 \approx 20\text{мВт/см}^2$ , и характеризуются минимальной скоростью нарастания как коэффициента двухпучкового усиления, так и поглощения света. Кривая 2 для  $\Gamma(t)$ , соответствующая интенсивности  $I_0 \approx 40\text{мВт/см}^2$ , имеет более быстрый рост на начальном участке, но насыщается при меньшем значении  $\Gamma$ , чем в первом эксперименте. Дальнейшие эксперименты с интенсивностями  $I_0 \approx 60$  (3) и  $I_0 \approx 80\text{мВт/см}^2$  (4) показывают стабильное увеличение как скорости роста  $\Gamma(t)$  на начальном участке, так

и его стационарного значения. Такое поведение зависимостей коэффициента усиления говорит о сложной структуре уровней в кристалле  $Bi_{12}TiO_{20}$ :  $Cd$ , которые участвуют в формировании отражательной решетки, и о медленной релаксации их населенностей к начальным значениям. Эксперименты на нелегированном образце  $Bi_{12}TiO_{20}$  толщиной  $d = 3.46$  мм показали, что при оптимальной поляризации коэффициент двухпучкового усиления в нем достигает значения  $\Gamma = 4.7 \text{ см}^{-1}$ .

Более низкие значения,  $\Gamma \approx 1 \text{ см}^{-1}$ , наблюдаются в нелегированном кристалле  $Bi_{12}TiO_{20}$  среза (111) ( $d = 6.5$  мм). Характерно, что в данных экспериментах коэффициент усиления не зависел от поляризации падающего пучка. Для титаната висмута среза (110) мы получили значение  $\Gamma \approx 0.12 \text{ см}^{-1}$  в образце толщиной  $d = 4.1$  мм.

Таким образом, полученные соотношения между значениями коэффициентов двухпучкового усиления для кристаллов титаната висмута срезов (100), (111) и (110) удовлетворительно согласуются с результатами теоретических оценок, проведенных на основании уравнений (4)–(7). Формирование слабой решетки в срезе (110) может быть связано с разориентацией граней образца относительно соответствующих кристаллографических плоскостей.

**Abstract.** Представлены результаты теоретического анализа и экспериментальных исследований взаимодействия световых волн на отражательной фоторефрактивной решетке в кубических гиротропных кристаллах  $Bi_{12}TiO_{20}$ .

### Литература

- [1] N.Kukhtarev, Bo Su Chen, P.Venkateswarta, G.Salamo, M.Klein, *Opt. Commun.*, **104**, 23, (1993).
- [2] И.Ф.Канаев, В.К.Малиновский, Н.В.Суровцев, *ФТТ*, **42**, 2079, (2000).
- [3] S.Mallick, M.Miteva, L.Nikolova, *J. Opt. Soc. Am.*, **B14**, 1179, (1997).
- [4] Е.Ю.Агеев, С.М.Шандаров, С.Ю.Веретенников и др., *Квантовая электроника*, **31**, 343, (2001).
- [5] С.М.Шандаров, В.В.Шепелевич, Н.Д.Хатьков, *Оптика и спектроскопия*, **70**, 1068, (1991).
- [6] О.В.Кобозев, С.М.Шандаров, Р.В.Литвинов и др., *Неорганические материалы*, **34**, 1486, (1998).
- [7] М.П.Петров, С.И.Степанов, А.В.Хоменко, *Фоторефрактивные кристаллы в когерентной оптике*, С.-П., Наука, (1992).
- [8] В.Ю.Красноперов, Р.В.Литвинов, С.М.Шандаров, *ФТТ*, **41**, 632, (1999).

## Электрооптические конические линзы для формирования бесселевых световых пучков

В.Е. ЛЕПАРСКИЙ, А.Г. МАЩЕНКО

Институт физики НАН Беларуси, пр. Ф. Скорины 68,  
220070, Минск, mag@dragon.bas-net.by

Предложенные в работах [1, 2] бесселевы световые пучки (БСП) в настоящее время находят широкое применение в линейной и нелинейной оптике (см., например, [3]). Такие пучки привлекают внимание в первую очередь благодаря своим квазибездифракционным свойствам и способности концентрировать световую энергию в области малого поперечного размера. Наиболее широко используемыми элементами для получения бесселевых световых пучков нулевого порядка являются конические линзы, так называемые аксиконы [4]. Угол преломления в данных устройствах является величиной постоянной, а, следовательно, угол, под которым сходятся волновые векторы светового пучка после аксикона, — угол конусности бесселевых световых пучков — также является постоянной величиной. Вместе с тем для многих приложений требуется изменять угол конусности бесселевых световых пучков в процессе работы, что влечет за собой необходимость применения нескольких конических линз с различными углами. Данная операция всегда требует некоторого времени и наличия набора линз с определенными углами при основании конусной поверхности. Ввиду этого возникает необходимость в разработке и создании относительно простых и надежных аксиконов, легко управляемых и быстро перестраиваемых в процессе работы. Для управления углом конусности БСП недавно был предложен метод [5], когда аксикон помещается между двумя сферическими линзами, образующими телескопическую систему. В данном методе коллимированный гауссов пучок проходит через первую линзу и трансформируется аксиконом в световое кольцо, расположенное в фокальной плоскости линз. Вторая линза преобразует кольцевое распределение поля в БСП. При перемещении аксикона вдоль оси оптической системы происходит изменение радиуса светового кольца в фокальной плоскости первой линзы, что вызывает изменение угла конусности результирующего БСП. Однако скорость перестройки устройств на основе этого метода мала. С точки зрения быстродействия наибольший интерес представляют устройства, в основу работы которых положено изменение показателя преломления под действием электрического поля. На этом принципе в настоящее время создан ряд устройств для управления направлением и поперечными размерами световых пучков — электрооптические дефлекторы и линзы [6, 7]. Непосредственное воздействие электрического поля на оптические свойства среды и, соответственно, на направление распространения световых лучей позволяет исключить фактор инерции, накладывающий ограничение на частотные характеристики других способов управления углом конусности бесселевых световых пучков. Перспективность использования этих устройств обусловлена также легкостью согласования их управления с другими скоростными процессами.

Настоящая работа посвящена решению проблемы создания быстродействующих электрооптических конических линз. Наложение поля на среду может вызвать в ней как линейный, так и квадратичный электрооптический эффект (соответственно, эффект Поккельса и Керра) изменения показателя преломления. Квадратичный электрооптический эффект в той или иной степени присущ всем веществам, однако он, вообще

говоря, в большинстве случаев дает малые изменения показателя преломления. Более перспективным для данных целей является линейный электрооптический эффект, который имеет место в нецентросимметричных кристаллах.

При разработке управляемых конических линз на основе линейного электрооптического эффекта следует учитывать, что электрическое поле с заданным распределением вызывает в кристалле точно такое же распределение показателя преломления. Поэтому для того, чтобы кристалл оказывал такое же преломляющее воздействие на световой пучок, как и аксикон, необходимо пропорциональное радиальной координате изменение электрического поля.

Наиболее простыми полями, пригодными для управления углом конусности световых пучков, являются неоднородные электрические поля, создаваемые с помощью системы плоских электродов. Один из способов реализации такого поля представлен на рис. 1. Управляемая коническая линза представляет собой плоскопараллельную кристаллическую пластину 1, на одну грань которой нанесена система прозрачных электродов в виде концентрических окружностей 2, а на противоположную — сплошной прозрачный электрод 4. Электроды, выполненные в виде концентрических окружностей, с помощью проводников 3 подключены к источнику питания через специальный делитель напряжения таким образом, чтобы потенциал электрода, находящегося на расстоянии  $r$  от центра конической линзы, был равен  $Ur/R$  где  $U$  — разность потенциалов между электродом, находящимся в центре и крайним электродом, расположенным на расстоянии  $R$  от центра. Центральный электрод при этом накоротко соединен со сплошным электродом 4, находящимся на противоположной стороне пластины.

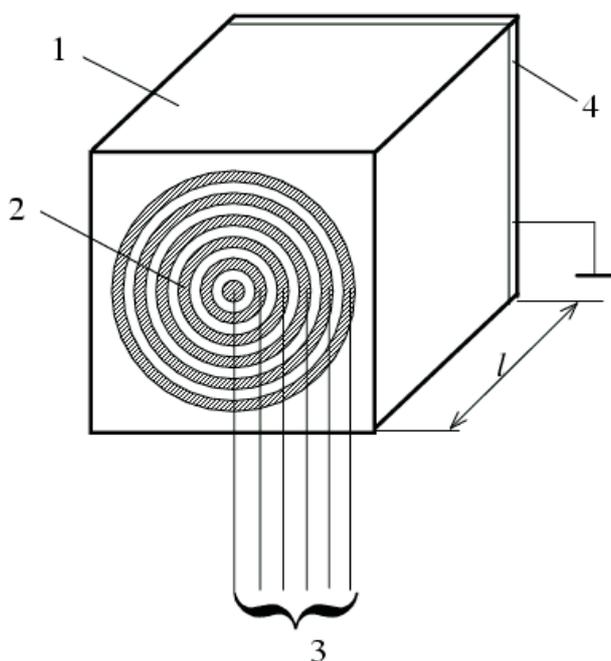


Рис. 1: Электрооптическая коническая линза: 1 — электрооптический кристалл, 2, 4 — электроды, 3 — подводящие проводники.

При подключении данной конической линзы к источнику напряжения в объеме кристалла между любым из кольцевых и сплошным электродами возникнет электрическое поле следующей величины

$$E = \frac{Ur}{Rl},$$

где  $l$  — толщина кристалла в направлении распространения света. Данное поле благодаря линейному электрооптическому эффекту создает в кристалле спадающее (возрастающее) по линейному закону с координатой  $r$  изменение показателя преломления

$$n = n_o \pm \frac{1}{2} n_o^3 r_{ij} \frac{Ur}{Rl},$$

где  $n_o$  — показатель преломления кристалла в отсутствии поля,  $r_{ij}$  — электрооптический коэффициент. Наведенная неоднородность  $n$  приводит к отклонению в радиальном направлении световых лучей, прошедших через кристалл. Не сложно показать, что в рамках параксиального приближения с учетом преломления на выходной грани величина угла отклонения  $\alpha$  при этом равна

$$\alpha = \frac{1}{2} n_o^3 r_{ij} \frac{U}{R}.$$

Из (3) следует, что угол  $\alpha$  не зависит от радиальной координаты и устройство эквивалентно конической линзе с углом  $\gamma$  при основании, равным

$$\gamma = \frac{n_o^3 r_{ij} U}{2(n_o - 1)R}.$$

С помощью приложенного к электродам напряжения легко управлять его эффективностью. Область перестройки угла конусности изменяется от нуля при  $U = 0$  В, когда устройство эквивалентно плоскопараллельной пластинке, до некоторого значения, определяемого пробойным напряжением межэлектродных промежутков либо кристалла. Например, при использовании кристалла ниобата лития, когда его оптическая ось совпадает с осью устройства, для пучка света диаметром 5 мм данное устройство при управляющем напряжении  $U = 10$  кВ эквивалентно аксикону, изготовленному из стекла с углом при основании, равным  $4.5^\circ$ , причем при данной ориентации кристалла оно пригодно для управления неполяризованным светом.

### Литература

- [1] J.Durnin, *Exact solutions for nondiffracting beams: I. The scalar theory*, J. Opt. Soc. Am. A, 4, (1987) 651–654.
- [2] J.Durnin, J.J.Miceli and J.H.Eberly, *Diffraction-free beams*, Phys. Rev. Lett. 58, (1987), 1499–1501.
- [3] V.N.Belyi, N.S.Kazak, N.A.Khilo, *Frequency conversion of Bessel light beams in nonlinear crystals*, Quantum Electronics 30(9), (2000), 753–766.
- [4] J.H.McLeod, *The axicon: a new type of optical element*, J. Opt. Soc. Am. 44, (1954), 592–597.
- [5] S.Klewitz, F.Brinkmann, S.Herminghaus and P.Leiderer, *Bessel-beam-pumped tunable distributed-feedback laser*, Appl. Opt. 34, No 33, (1995), 7670–7673.
- [6] Ю.К.Ребрин, *Управление оптическим лучом в пространстве*. М., Сов. радио, (1977) 336 с.
- [7] Н.А.Гусак, А.Г.Мащенко, *Оптимальные электрооптические фокусирующие устройства*, ЖПС, 39, в.2, (1983), 287–291.

## О поверхностных световых волнах на границе фоторефрактивных кристаллов с диффузно-дрейфовым механизмом нелинейности

Н.С. ПЕТРОВ

В работе получено строгое в приближении плоских волн решение граничной задачи уравнений Максвелла в случае поверхностных электромагнитных волн для границы раздела фоторефрактивный (ФР) кристалл — изотропная прозрачная среда. Вопрос о таких волнах применительно к ФР кристаллам с диффузно-дрейфовым механизмом нелинейности уже рассматривался в научной литературе (см., например, [1, 2]). В частности, в работе [2] детально исследовано поведение решений нелинейного волнового уравнения, описывающих различные типы поверхностных волн на границе с такими средами. Однако вопрос о возможности реализации в этом случае того или иного вида поверхностных волн окончательно может быть решен лишь с использованием граничных условий для уравнений Максвелла. В такой постановке, насколько нам известно, данная граничная задача пока не рассматривалась.

При исследовании этого вопроса мы исходим из теоретической модели для диэлектрической проницаемости ФР кристалла, предложенной в [1,2]. Как и там, рассмотрим случай ориентации кристалла типа SBN (стронций-барий-ниобат), когда его оптическая ось  $\vec{c}$ , совпадающая с направлением спонтанной поляризации, параллельна к нормали к границе раздела сред, а приложенное к кристаллу внешнее поле  $\hat{E}$  направлено вдоль  $\vec{c}$ . При такой ориентации кристалла относительно внешнего электрического поля ФР эффект наиболее сильно выражен в случае р-поляризации. При этом удобно исходить из волнового уравнения для магнитного вектора  $\vec{H}(z)$  поля волны в ФР среде. Используя результаты работы [3], можно показать, что решение полученного там нелинейного волнового уравнения для амплитуды магнитного поля волны  $\hat{H}(z)$ , отвечающее случаю локализации поля волны вблизи границы, имеет вид

$$\hat{H}(z) = C e^{-\tau\zeta} [ch(\gamma\zeta)]^\sigma, \quad (1)$$

где  $\zeta = kz$ ,  $k = \omega/c$ , ось  $z$  направлена вдоль нормали к границе раздела сред вглубь ФР среды,  $\tau = C_{01}/(1 - C_{11} - C_{02})$ ,  $\sigma = C_{01}/(1 - C_{11} - C_{02})$ ,  $\gamma = \sqrt{(\tau/\sigma)^2 - (\varepsilon_0 - \xi^2 + C_0)/(\sigma(1 - C_{02}))}$ ,  $\xi$  — постоянная распространения волны,  $\varepsilon_0$  — диэлектрическая проницаемость невозмущенной (оптически линейной) ФР среды,  $C$  — константа, определяемая из граничных условий. Входящие в  $\tau$ ,  $\sigma$  и  $\gamma$  коэффициенты выражаются следующим образом:

$$C_0 = p\hat{E}, \quad C_{01} = p_1(\hat{E}^2 + \hat{E}_0^2), \quad C_{11} = C_{02} = -p_2\hat{E}(\hat{E}^2 + 2\hat{E}_0^2), \quad (2)$$

где  $\hat{E} = \vec{q}\hat{E}$ ,  $\hat{E}_0 = \sqrt{C_p C_d}$ ,  $C_p$  и  $C_d$  — некоторые характерные для данного типа кристалла постоянные,  $p = \varepsilon_0^2 r_e$ ,  $p_1 = kp/C_p$ ,  $p_2 = 2p(k/C_p)^2$ ,  $r_e$  — эффективный электрооптический коэффициент. Для названного выше ФР кристалла SBN  $r_e = 2.24 \cdot 10^{11}$  м/В,  $C_p = 6.57 \cdot 10^{11}$  В/м<sup>2</sup>,  $C_d = 2.58 \cdot 10^{-2}$  В ( $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$  м). При этом для векторов поля  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  волны в ФР кристалле получаются следующие выражения

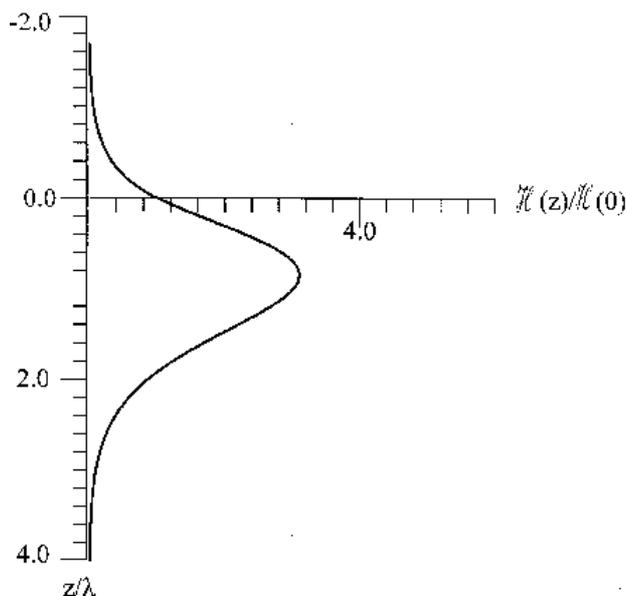
$$\vec{H} = \hat{H}(\zeta) e^{-i\Phi} \vec{s} \quad \vec{E} = i\varepsilon^{-1} \hat{H}(\zeta) \left\{ [-\tau + \sigma\gamma \cdot th(\gamma\zeta)] \cdot \vec{b} - i\xi\vec{q} \right\} e^{-i\Phi} \quad (3)$$

где  $\Phi = \omega t - k\xi x$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{q}$  — соответственно единичные векторы вдоль границы раздела и перпендикулярно к ней ( $\vec{b}$  направлен по  $x$ ,  $\vec{q}$  по  $z$ ),  $\vec{s} = [\vec{b}\vec{q}]$ . Соответствующие векторы

$\vec{E}_1$  и  $\vec{H}_1$ , описывающие затухающее с глубиной  $z$  поле волны в изотропной среде (для нее  $z \leq 0$ ), имеют такой вид

$$\vec{H}_1 = C_1 e^{\tau_1 \zeta} e^{-i\Phi} \cdot \vec{s}, \quad \vec{E}_1 = \varepsilon_1^{-1} C_1 e^{\tau_1 \zeta} (\xi \vec{q} + i\tau_1 \vec{b}) e^{-i\Phi}, \quad (4)$$

где  $\varepsilon_1$  — диэлектрическая проницаемость среды,  $\tau_1 = \sqrt{\xi^2 - \varepsilon_1} \geq 0$  — параметр затухания волны,  $C_1$  — константа.



Анализ приведенных решений с учетом граничных условий показывает, что вблизи границы раздела указанных сред возможно существование лишь приповерхностных волн солитонного типа (с максимумом амплитуды  $\hat{H}(\zeta)$  в глубине ФР среды). Условия существования таких волн определяются соотношениями

$$1 - 2C_{11} < 0, \quad \xi^2 = \varepsilon_1 + (\varepsilon_1/\varepsilon_0)^2 \tau^2 \leq \varepsilon_0 + C_0. \quad (5)$$

Как видно из (2), это возможно только при  $\hat{E} < 0$ , т.е. для  $C_0 < 0$ , что однозначно приводит к требованию  $\tau < 0$ ,  $\sigma < 0$ . При этом, как следует из (5),  $\varepsilon_1 \leq \varepsilon_0$ . Поскольку  $\xi^2 > \varepsilon_1$ , то, очевидно, что скорость распространения солитонной волны ( $c/\xi$ ) меньше скорости распространения однородной плоской волны в объеме изотропной среды ( $c/\sqrt{\varepsilon_1}$ ) и, соответственно, больше скорости таковой в ФР среде ( $c/\sqrt{\varepsilon_0}$ ).

Характерный график зависимости амплитуды  $\hat{H}(\zeta)$  приповерхностной волны (солитона) от глубины проникновения  $z/\lambda$ , представлен на рисунке 1. Расчет выполнен для случая  $n_0 = \sqrt{\varepsilon_0} = 2.53$ ,  $\sqrt{\varepsilon_1} = 2.302$  при величине  $\hat{E} = -4.5 \cdot 10^5$  В/м и заданных выше параметрах ФР кристалла SBN.

### Литература

- [1] B.Crosignany, M.Segev, D.Engin, P.Di Porto, A.Yariv, G.Salamo, //J.Opt.Soc.Am. B. 10:3 (1993), 446.
- [2] В.Н.Белый, Н.А.Хило, //Письма в ЖТФ 23:12 (1997), 31.

[3] А.Б.Зимин, Н.С.Петров// Опт. и спектр., 90:6 (2001)

Институт повышения квалификации и  
переподготовки кадров по новым  
направлениям развития техники,  
технологии и экономики,  
220107, Беларусь, г. Минск, Партизанский пр., 77

Поступило 23.04.2001

## Влияние лазерной стимуляции на структуру гальванического покрытия серебра

В.М. ПОЛЕВИКОВ

Гомельский государственный университет им. Ф.Скорины  
Советская 104, 246019, Гомель, Беларусь

Наиболее распространенным подходом при создании рабочих поверхностей контактов в электронике и электротехнике является формирование покрытий на основе металлов электролитическими методами [1]. При этом важной проблемой в гальванотехнике является увеличение скорости осаждения металла. Стремление повысить скорость и однородность гальванического осаждения привело к поиску дополнительных источников энергетического воздействия на процесс. Одним из многообещающих направлений исследований является металлизация, стимулированная лазерным излучением. Данный способ металлизации важен, главным образом, для электротехнической и электронной промышленности, поскольку позволяет существенно повысить скорость металлизации на автоматических линиях.

Воздействие лазерного излучения обеспечивает наряду с ускорением процесса осаждения стимуляцию различных стадий формирования кристаллической структуры получаемых покрытий.

Целью работы являлось изучение структурных характеристик локальных осадков серебра, сформированных на непроводящих подложках из ситалла и поликора с использованием проводящих подслоев из меди, хрома, титана и ванадия. При этом использовался метод атомно-силовой микроскопии (АСМ), являющийся мощным инструментом для исследования поверхностей твердых тел и покрытий.

Исследуемые образцы представляли собой сплошные покрытия серебра, нанесенные в процессе электрохимического осаждения, на фоне которых под действием лазерного излучения более интенсивно формировались локальные осадки серебра. Образцы были получены с использованием лазерной технологической установки “Квант-12” (длина волны излучения  $\lambda=1.06$  мкм, плотность мощности  $P = 1 \cdot 10^6$  Вт/см<sup>2</sup>).

Исследования топографии и структуры поверхности покрытия проводились с помощью экспериментально-вычислительного комплекса НАНОТОП-203, разработанного в ИММС НАНБ. Сканирование участков исследуемой поверхности серебра выполнялось в динамическом режиме при осцилляции вольфрамового зонда жесткостью 300 – 500 Н/м с частотой 40 – 60 КГц и с “легким” обстукиванием материала. В результате АСМ измерений формировались изображение высоты поверхности (топографии) и изображение фазового контраста. Изображения фазового контраста представляют собой значения сдвига фазы колебаний микрозонда в каждой точке сканирования. Сдвиг фазы тем больше, чем больше жесткость материала в точке обстукивания поверхности [2]. Поэтому более мягкие межкристаллические границы покрытия хорошо проявляются на изображениях фазового контраста.

Полученные массивы данных визуализировались и анализировались с помощью программы Surface Soft. При анализе трехмерных изображений топографии рассматривались типичные профильные сечения шероховатости образца, гистограммы распределения углов наклона и диаграммы ориентации элементов топографии и структуры для каждой исследуемой поверхности.

Исследования показали, что структура покрытия серебра в зоне локального осадка существенно отличается от структуры фона покрытия независимо от природы материала подложки и подслоя. В качестве иллюстрации на рисунках 1 и 2 приведены трёхмерное изображение поверхности, гистограммы углов наклона рельефа в точках поверхности и ориентация кристаллитов поверхности для фона (рис.1) и локального осадка (рис.2) покрытия серебра, полученного на ситалле с подслоем из ванадия. Анализ структурных особенностей покрытий серебра на ситалле с подслоем из ванадия показал, что средний размер зерен ( $R_{cp}$  в зоне локального осадка составляет  $\approx 600$  нм, в зоне фона  $\approx 350$  нм; глубина межзеренных провалов ( $Z_{cp}$ ) составляет соответственно  $\approx 30$  нм и  $\approx 60$  нм. Фон покрытия состоит из слабо ориентированных кристаллов, а поверхность кристаллитов локального осадка имеет достаточно четкую ориентацию вдоль одного направления. Эти факты свидетельствуют о том, что воздействие лазерного излучения стимулирует процессы рекристаллизации серебра при формировании покрытия, в результате чего в зоне локального осадка формируется более совершенная и регулярная кристаллическая структура.

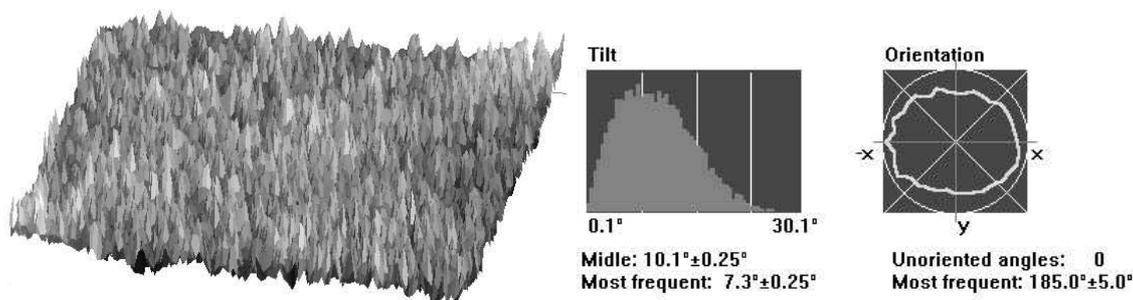


Рис. 1: Характеристики топографии поверхности серебра вне локального осадка (фон), осаждённого на ванадиевый подслоя ситалловой подложки (площадь сканируемого участка поверхности  $8,5 \times 8,5$  мкм, максимальная высота 320 нм): слева трёхмерное изображение; справа гистограмма углов наклона и ориентация структурных топографических элементов поверхности

Анализ топологии поверхности серебра, нанесенного на ситалл с подслоем титана, показал, что структура поверхности в зоне локального осадка также более совершенна, чем в области фона. Структурные фрагменты поверхности локального осадка серебра, линейный размер которых  $\approx 800$  нм, плотно упакованы, глубина провалов между ними составляет  $\approx 20$  нм. Степень ориентации зерен значительно ниже, чем в предыдущем случае.

Использование хрома в качестве материала подслоя обуславливает более мелкозернистую структуру серебра с линейными размерами зерен  $\approx 400$  нм и глубиной провалов  $\approx 20$  нм. Характерной особенностью этих образцов является высокая степень ориентированности кристаллов серебра в зоне локального осадка.

Локальные осадки серебра, полученные на ситалле с подслоем меди, отличаются достаточно высокой степенью ориентированности зерен. Их линейный размер составляет  $\approx 300$  нм, а глубина межзеренных провалов  $\approx 25$  нм.

Анализ топографии поверхности серебра, осажденного на подложки из поликора с различными проводящими подслоями, позволил выявить следующие закономерности. Использование различных материалов в качестве подслоя обуславливает, как и на

ситалле, различную степень зернистости и ориентированности кристаллитов. Общей отличительной чертой локальных осадков серебра, полученных на поликоре, является более высокая зернистость.

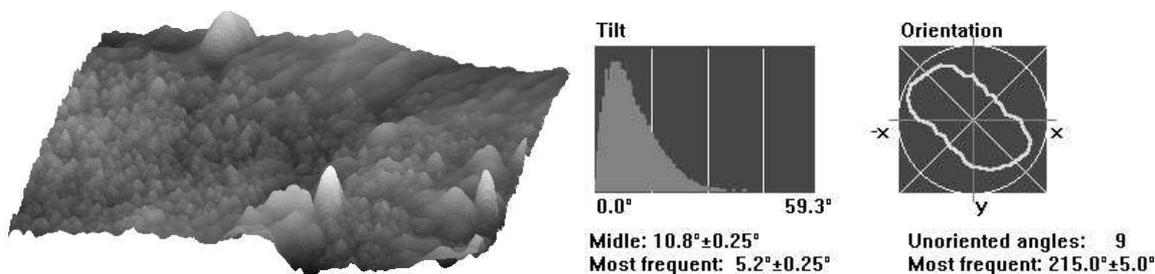


Рис. 2: Характеристики топологии поверхности серебра в зоне локального осадка, осаждённого на ванадиевый подслоя ситалловой подложки (площадь сканируемой поверхности  $8,5 \times 8,5$  мкм, максимальная высота 250 нм): слева трехмерное изображение; справа гистограмма углов наклона и ориентация структурных топографических элементов поверхности.

В целом на структурные особенности локальных покрытий серебра (следовательно, и на их физические свойства) существенное влияние оказывает в первую очередь природа материала проводящего подслоя; влияние природы материала подложки менее существенно.

Анализ полученных результатов выявил, что структура локальных осадков серебра становится более совершенной в следующем ряду используемых подслоев: медь, хром, ванадий, титан. (см. таблицу).

Таблица.

Основные характеристики топологии поверхности серебра в зоне локального осадка

	Ti	V	Cr	Cu
$R_{cp}$ , нм	800	600	400	300
$Z_{cp}$ , нм	20	30	20	25

Анализ структуры поверхностных слоев серебра на тонком субмикронном уровне показал, что при электрохимическом осаждении металла формируются плотно уложенные зеренные фрагменты покрытия размером 100-200 нм (рис. 3а). В условиях нанесения покрытия при одновременном воздействии лазерным излучением структура покрытия существенно изменяется: размер зерен увеличивается до 700-900 нм, характер их расположения становится более упорядоченным и сплошность покрытия возрастает. Данный эффект можно объяснить более интенсивными процессами кристаллизации, связанными с локальным подводом дополнительной тепловой энергии в зону формирования покрытия. Более высокая степень кристаллизации обеспечивает лучшие эксплуатационные характеристики рабочих поверхностей в электрических контактах: увеличение удельного электрического сопротивления, прочность и сплошность металлической пленки.

Таким образом, показано:

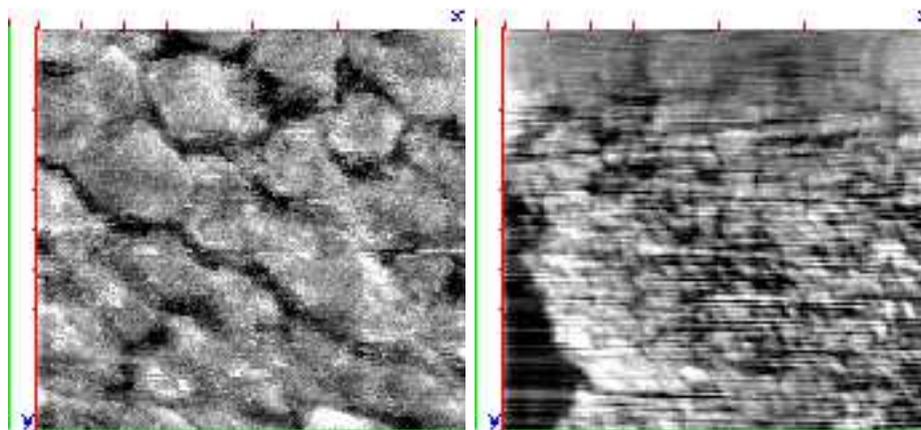


Рис. 3: АСМ – изображение фазового контраста серебра на кремнии (подслой хром). Поле сканирования  $3,3 \times 3,3$  мкм. Электрохимическое осаждение без (слева), с воздействием лазерным излучением (справа).

а) кристаллическая структура металлического покрытия в зоне локального осадка более совершенна по сравнению с электрохимическим фоном;

б) с ростом плотности мощности лазерного излучения средний линейный размер кристаллов металлов в зоне локального осадка увеличивается, структура становится более плотно упакованной;

в) кристаллическая структура в зоне локального осадка существенно зависит от природы используемого проводящего подслоя. Имеет место устойчивая закономерность увеличения среднего линейного размера кристаллов серебра при уменьшении коэффициента теплопроводности материала проводящего подслоя.

### Литература

- [1] В.Г.Анисимович, А.А.Хмыль, *Стимулирование гальванических процессов оптическим излучением*, Мн. (1991).
- [2] С.А.Чижик, А.М.Дубравин, Х.-С.Ан, *Анализ поверхностей твердых материалов с помощью изображений фазового контраста*, Российское совещание “Сканирующая зондовая микроскопия 2000”, Нижний Новгород, 2000. С.91-96.

Гомельский госуниверситет  
им. Франциска Скорины  
246699 Гомель, Беларусь

Поступило 15.06.2001

## О возможности восстановления профиля коэффициента поглощения неоднородного планарного оптического волновода

А.А. РОМАНЕНКО

Институт прикладной оптики НАН Беларуси,  
Могилев 212793, Б.Бирули, 11  
Tel./Факс (222)264649  
E-mail: ipo@physics.belpak.mogilev.by

Восстановление функции профиля диэлектрической проницаемости планарного оптического волновода  $\varepsilon(y)$  представляет значительный практический интерес [1]. В настоящее время предложен ряд методов, позволяющих восстановить распределение  $\text{Re}\varepsilon(y)$  [2–6]. В тоже время вопросы восстановления  $\text{Im}\varepsilon(y)$  остаются слабо изученными. Такое восстановление актуально с позиций отработки технологии получения оптических волноводов [7], и исследования механизмов взаимодействия активированных пленок с детектируемыми компонентами газов или жидкостей [8]. В настоящее время известен только метод восстановления  $\text{Im}\varepsilon$  однородного волновода. Он основан на решении соответствующего дисперсионного уравнения при условии, что измерены комплексные постоянные распространения как минимум двух мод [9]. Однако в случае, когда зависимость  $\text{Im}\varepsilon$  от  $y$  существенна, этот подход не пригоден.

В настоящей работе предложен подход, позволяющий восстановить функцию  $\text{Im}\varepsilon(y)$  неоднородного многомодового волновода. В нем используется информация о спектре комплексных постоянных распространения всех направляемых мод волновода, которые допускают экспериментальную регистрацию призмным методом [9].

Наличие поглощения в оптическом волноводе является, как правило, слабозмушающим фактором для распределения полей и вещественных частей постоянных распространения мод. Это обстоятельство позволяет воспользоваться теорией возмущений приводящей к соотношению [10]

$$\text{Im}\beta_l = k_0^2 \int_0^d Y_l^2(y) \text{Im}\varepsilon(y) dy \left( 2\text{Re}\beta_l \int_{-\infty}^{\infty} Y_l^2(y) dy \right)^{-1}. \quad (1)$$

Здесь  $l = 1, 2, \dots, M$ ,  $M$  — число направляемых мод,  $\beta_l = \text{Re}\beta_l + i\text{Im}\beta_l$  — комплексные постоянные распространения мод ТЕ — поляризации,  $d$  — толщина волновода,  $Y_l(y)$  — поперечное распределение поля моды,  $l$  — условный номер моды,  $k_0$  — волновое число вакуума. Выражение (1) будем рассматривать как соотношение, связывающее искомую функцию  $\text{Im}\varepsilon(y)$  со спектром мнимых частей постоянных распространения мод, которые могут быть экспериментально измерены [9]. При этом функция  $\text{Re}\varepsilon(y)$ , определяющая величины  $\text{Re}\beta_l$  и поля  $Y_l(y)$ , предполагается предварительно восстановленной. Для восстановления функции  $\text{Im}\varepsilon(y)$  представим ее в виде разложения по некоторому набору линейно-независимых функций  $\varphi_n(y)$ :

$$\text{Im}\varepsilon(y) = \sum_{n=1}^M a_n \varphi_n(y). \quad (2)$$

Неизвестные амплитуды  $a_n$  могут быть найдены методом наименьших квадратов [11]. Предполагая, что измеренные значения  $\text{Im}\beta_l$  являются равноточными, составим

сумму

$$I = \sum_{n=1}^M [\text{Im}\beta_l - k_0^2 \int_0^d Y_l^2(y) \sum_{n=1}^M a_n \varphi_n(y) dy (2\text{Re}\beta_l \int_{-\infty}^{\infty} Y_l^2(y) dy)^{-1}]^2 \quad (3)$$

Условия минимума  $I$  составляют алгебраическую систему

$$\sum_{n=1}^M \alpha_{ij} a_j = b_i, \quad (i = 1, 2, \dots, M), \quad (4)$$

где  $\alpha_{ij} = \sum_{n=1}^M C_{ki} C_{kj}$ ,  $C_{ki} = k_0^2 \int_0^d Y_l^2(y) \varphi_i(y) dy (2\text{Re}\beta_k \int_{-\infty}^{\infty} Y_l^2(y) dy)^{-1}$ ,  $b_i = \sum_{n=1}^M \beta_k C_{ki}$ .

При решении рассматриваемой обратной задачи важную роль играет выбор функций  $\varphi_n(y)$ , поскольку он определяет меру обусловленности системы (4) [12]. Из известных наборов функций, применяемых в теории возмущений для оптических волноводов [10,13-15], в настоящей работе исследованы три набора, а именно: четные тригонометрические функции  $\cos(n\pi y d^{-1})$  с периодом  $2d$ , поля волноводных мод  $Y_l(y)$ , а также квадраты этих полей  $Y_l^2(y)$ .

Численные расчеты были проведены для волноводов с профилями диэлектрической проницаемости  $\varepsilon(y)$ , имеющими максимальные значения на поверхности волновода. Распределения  $\varepsilon(y)$  задавались в виде

$$\varepsilon(y) = \varepsilon_s + \text{Re}\Delta\varepsilon_0 F(y) + i\text{Im}\Delta\varepsilon_0 f(y). \quad (5)$$

Здесь  $\Delta\varepsilon_0, \varepsilon_s$ , — соответственно приращение диэлектрической проницаемости на поверхности волновода и диэлектрическая проницаемость его подложки. Для расчетов были взяты распределения  $\varepsilon(y)$  с монотонными функциями  $F(y)$  и  $f(y)$  двух видов

$$F(y) = F_1(y) = \exp(-(\alpha y d^{-1})^2), \quad f(y) = f_1(y) = \exp(-(\gamma y d^{-1})^2) \quad (6)$$

$$F(y) = F_2(y) = \text{erf}(-(\sigma y d^{-1})^2), \quad f(y) = f_2(y) = \text{erf}(-(\eta y d^{-1})^2), \quad (7)$$

соответствующих диффузионным технологиям [3]. Расчеты выполнены при  $\varepsilon_s = 2.25 - i1 * 10^{-6}$ ,  $k_0 d = 200$ ,  $\alpha = 2$ ,  $\sigma = 2$ ,  $\text{Re}\Delta\varepsilon_0 = 0.1$  и различных  $\gamma$  и  $\eta$ . При указанных значениях число направляемых мод равнялось двенадцати для распределения (6) и девяти для распределения (7). Отыскание  $\text{Im}\beta_l$  осуществлялось методом контурного интегрирования [16].

В результате вычислительных экспериментов по восстановлению  $\text{Im}\varepsilon(y)$ , при использовании строго рассчитанных значений  $\text{Im}\beta_l$ , получено, что тригонометрический ряд дает наиболее адекватное восстановление  $\text{Im}\varepsilon(y)$ . Однако оказалось, что наличие шума в задании  $\text{Im}\beta_l$  приводит к существенной неустойчивости соответствующих результатов восстановления. Это указывает на то, что система (4) в случае тригонометрических функций плохо обусловлена. Использование в разложении (2) полей и квадратов полей мод рассматриваемого волновода привело к матрицам  $\alpha_{ij}$  системы (4) с преобладающими диагональными элементами. В результате восстановление  $\text{Im}\varepsilon(y)$  оказалось устойчивым к шумам величин  $\text{Im}\beta_l$ . При этом наиболее приемлемые результаты были получены при использовании квадратов полей мод. О точности восстановления  $\text{Im}\varepsilon(y)$  в последнем случае позволяет судить рисунок.

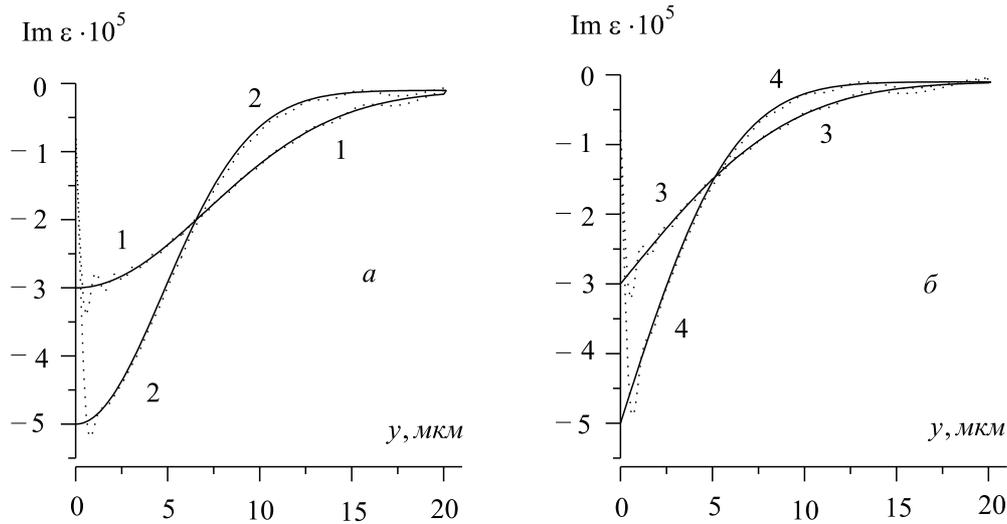


Рис. 1: Восстановление функций  $\text{Im}\varepsilon(y)$ . Точные функции — сплошные кривые; восстановленные — штриховые, *a* соответствует распределению (6), *б* — распределению (7), кривые 1 и 2 соответствуют  $\gamma = 2.0$  и  $\gamma = 3.0$ , кривые 3 и 4 соответствуют  $\eta = 2.0$  и  $\eta = 3.0$ .

Из рисунка видно, что графики восстановленных функций представляют собой кривые, колеблющиеся около графиков точных функций  $\text{Im}\varepsilon(y)$ . Максимальные отклонения восстанавливаемой функции от точной наблюдаются вблизи поверхности волновода. Эти отклонения объясняются тем, что поля мод в соответствующей области близки к нулю. Расчеты показали, что увеличение толщины волновода  $d$  (увеличение числа мод) ведет к росту частоты колебаний восстанавливаемой функции и уменьшению их амплитуды. Однако существенная погрешность восстановления  $\text{Im}\varepsilon(y)$  вблизи поверхности волновода сохраняется.

**Abstract.** An algorithm of reconstruction of profile of the imaginary part of permittivity of a nongomogeneous planar optical waveguide is proposed. It is based on processing an information about a spectrum of of imaginary parts of propagation constans of guided modes. The examples illustrating an efficiency of the approach are presented.

### Литература

- [1] S.Hosain, J.P.Meunier, E.Bourillot, F.De Fornel, J.Goudonnet // Fiber and Integr. Opt. 1995. V.14. N1. P.89–107.
- [2] J.M.White, P.F.Heidrich // Appl. Optics. 1976. V.15. N1. p.151.
- [3] А.И.Воитенков, В.Н.Могилевич // Квантовая электроника. 1983. т.10. N10. с. 2126.
- [4] W.Preude, A.Sharma // J.Lightwave Technology. 1985. V.3. N3. P.628.
- [5] А.Б.Сотский, А.В.Хомченко, Л.И.Сотская // Радиотехника и электроника. 1994. Т. 39. N10. с. 1591–1604.
- [6] J.Helms, J.Schmidtchen, D.Schuppert, K.Petermann, // J. Lightwave Technology. 1990. V.8. N5. P.625.

- 
- [7] О.Л.Артеменко, Г.В.Литвинович, В.К.Матченя, // Сб. Ковариантные методы в теоретической физике. Оптика и акустика. Минск, 1991. с.22–28.
- [8] А.В.Хомченко, Е.В.Глазунов, И.У.Примак // Письма в ЖТФ. 1999. т.25. вып.24. с.11–17.
- [9] А.Б.Сотский, А.А.Романенко, А.В.Хомченко, И.У.Примак // Радиотехника и электроника. 1999. т.44. N 6. с.687–695.
- [10] Д.Маркузе, Оптические волноводы. М.: Мир, 1974. 576с.
- [11] Г.Корн, Т.Корн, Справочник по математике. М.: Наука, 1973. 831с.
- [12] А.Н.Тихонов, В.Я.Арсенин, Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1986. 285с.
- [13] В.В.Шевченко // Радиотехника и электроника. 1986. т.31. N 5. с.849–864.
- [14] В.В.Шевченко // Дифференциальные уравнения. 1979. т.15. N 11. с.2004–2020.
- [15] *Интегральная оптика*, Под редакцией Т. Тамира. М.: Мир, 1978. 344с.
- [16] А.А.Романенко, А.Б.Сотский // ЖТФ. 1998. т.68. N 4. с.88–95.

## Лазер на кристалле $LiF : F_2^-$ с низким порогом генерации

Н.А.САСКЕВИЧ, Г.В.СИНИЦЫН

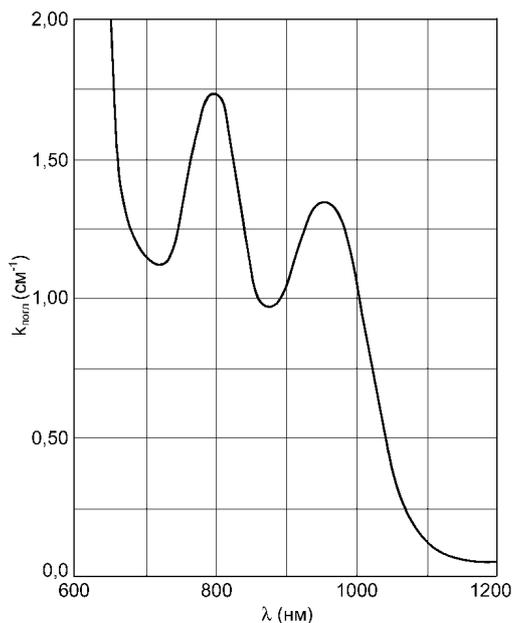
Одним из путей совершенствования лазеров на  $LiF$  с  $F$ -центрами окраски является осуществление и оптимизация их накачки лазерными диодами, обладающими такими достоинствами, как высокая эффективность преобразования электрической энергии в световую (десятки процентов) и малые размеры (единицы сантиметров с оснасткой).

В работе [1] лазер на окрашенном электронным пучком кристалле  $LiF : F_2^-$  с коэффициентом поглощения  $\kappa = 2,8 \text{ см}^{-1}$  на длине волны  $\lambda = 976 \text{ нм}$ , длиной  $l = 10 \text{ мм}$  накачивался в поперечном направлении импульсным излучением линейки диодных лазеров с  $\lambda = 976 \text{ нм}$  и длительностью импульса  $\tau = 100 \text{ нс}$ . В режиме свободной генерации был достигнут порог 14 Вт, лазер генерировал в окрестности  $\lambda = 1,16 \text{ мкм}$ .

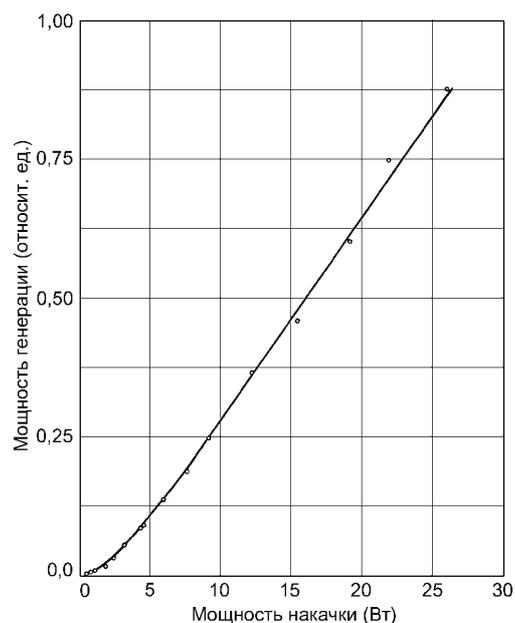
Мы исследовали возможность получения для лазера на  $LiF : F_2^-$  с продольной накачкой порога генерации заметно меньшего 1 Вт — типичной мощности  $InGaAs$  лазерных диодов, излучающих в окрестности максимума полосы поглощения  $F_2^-$ -центров окраски в  $LiF$ , который расположен вблизи  $\lambda = 960 \text{ нм}$ .

### Экспериментальные условия и результаты

В качестве активного элемента мы использовали кристалл  $LiF : F_2^-$  с поперечным сечением  $10 \times 12 \text{ мм}$  и длиной 4 мм, окрашенный  $\gamma$ -лучами по технологии, описанной в [2]. На рис.1(а) приведен спектр поглощения кристалла. Коэффициент поглощения в максимуме  $F_2^-$ -полосы на  $\lambda = 960 \text{ нм}$  равен примерно  $1,3 \text{ см}^{-1}$ . В области длин волн  $\lambda > 1170 \text{ нм}$  присутствует только спектрально нейтральное в полосе генерации поглощение, равное 7 составляет около 3.



(а) Спектр поглощения кристалла  $LiF : F_2^-$



(б) Зависимость мощности генерации от мощности накачки

Рис. 1:

Лазер на  $LiF : F_2^-$  накачивался в продольном направлении импульсным излучением лазера на  $LiF - OH^- : F_2^+$  с ламповой накачкой с длиной волны генерации  $\lambda = 950$  нм, моделирующим излучение диодного лазера на  $InGaAs$ . Длительность импульса накачки составляла от 1 до 3 мкс. Пучок накачки расширялся 3<sup>×</sup>-телескопом от 3-ёх мм в поперечном сечении до 9-ти мм и далее фокусировался на кристалл объективом "Индустар-37" с фокусным расстоянием  $f = 300$  мм через входное зеркало с пропусканием  $T = 85\%$  на  $\lambda = 950$  нм. Измеренный диаметр перетяжки пучка накачки на полувысоте составлял  $60 \pm 5$  мкм, её длина — 10 мм. Резонатор длиной 7 мм состоял из двух сферических зеркал с радиусом кривизны 50 мм каждое. Выходное зеркало с пропусканием 0,5% в полосе генерации имело коэффициент отражения на длине волны излучения накачки  $\lambda = 950$  нм равный 99%. Практически всё излучение, прошедшее кристалл, возвращалось этим зеркалом обратно в накачиваемую зону кристалла. В результате, полное поглощение излучения накачки кристаллом составляло 67%.

На рис.1(b) приведена зависимость мощности генерируемого излучения от мощности излучения накачки. Порог генерации в этом эксперименте составил 0,6 Вт. Лазер излучал в окрестности  $\lambda = 1146$  нм. Тщательной юстировкой фокусирующего объектива и зеркал резонатора порог был понижен до 0,4 Вт.

При десятикратном превышении порога генерации временные формы импульсов накачки и генерации были близки одна к другой, что свидетельствует о практическом отсутствии динамических потерь в спектральных полосах накачки и генерации.

Для активной зоны, облучённой второй гармоникой лазера на  $YAG : Nd^{3+}$  с плотностью мощности  $\sim 30$  МВт/см<sup>2</sup>, порог с 0,4 Вт был дополнительно снижен до 0,3 Вт. Поглощение излучения накачки после облучения практически не изменилось. Понижение порога, наиболее вероятно, вызвано уменьшением паразитных потерь в полосе генерации. Величина уменьшения потерь находится на уровне 1.

Таким образом, для лазера на  $LiF : F_2^-$  впервые достигнут порог в несколько сотен милливольт. Полученный результат свидетельствует о возможности возбуждения генерации в этом лазере с заметным превышением порога коммерческими  $InGaAs$  лазерными диодами мощностью 1 Вт, излучающими в окрестности  $\lambda = 975$  нм — вблизи максимума  $F_2^-$ -полосы кристалла  $LiF : F_2^-$ .

Авторы благодарят Н.Н.Васильева за предоставление кристалла  $LiF : F_2^-$ .

### Литература

- [1] V.V.Ter-Mikirtychev, Applied Optics, Vol.37, No.27, (1998), 6442.
- [2] В.А.Бондарчук, Н.Н.Васильев, В.М.Рейтеров, А.П.Шкадаревич, *Обзор / Центральный научно-исследовательский институт информации и технико-экономических исследований*: № 5186, Москва, 1990, 104 с.

## Отражение и прохождение электромагнитных волн при нормальном падении на би-анизотропную $\Omega$ -структуру

И.В. СЕМЧЕНКО, С.А. ХАХОМОВ

### 1. Введение

В последнее десятилетие значительное внимание уделяется созданию искусственных сред, обладающих гиротропными и анизотропными свойствами в микроволновом диапазоне [1–9]. Интерес был вызван в первую очередь потребностями в создании новых поглощающих материалов [10–14]. Существует несколько способов создания и производства искусственных киральных материалов. Один из них, заключающийся в помещении проводящих спиралей в полимерный образец, описан в [15]. Теоретическое объяснение некоторых экспериментальных результатов [15] при нормальном падении электромагнитных волн на такую среду было дано в [16].

Другим способом создания искусственных гиротропных сред является помещение металлических проволочных включений  $\Omega$ -образной формы в полимерный материал. Могут быть созданы изотропные среды, когда свойства полимера не зависят от выбранного направления, и ориентация  $\Omega$ -элементов в пространстве является хаотической. Возможен также случай, когда все  $\Omega$ -элементы упорядочены в пространстве и моделируемая среда приобретает анизотропные свойства. Может быть создана также периодическая слоистая среда, сформированная из слоев полимеров, содержащих металлические  $\Omega$ -включения. Чередующиеся слои могут обладать различными диэлектрическими, магнитными, киральными свойствами, что позволяет моделировать и предсказывать поведение новых сложных композиционных материалов и исследовать электромагнитные свойства таких сред. Наличие анизотропии в таких средах может создать дополнительные возможности для преобразования характеристик электромагнитных волн, и, следовательно, управления этими волнами.

В настоящей работе теоретически исследованы эффекты прохождения и отражения электромагнитных волн в слое искусственной би-анизотропной среды. Искусственная среда представляет собой так называемую  $\Omega$ -структуру, сформированную путем помещения металлических проволочных включений  $\Omega$ -образной формы в изотропный полимерный материал. Рассмотрен случай нормального падения волн. Решена граничная задача для искусственной  $\Omega$ -структуры с учетом многократного отражения электромагнитных волн от границ образца.

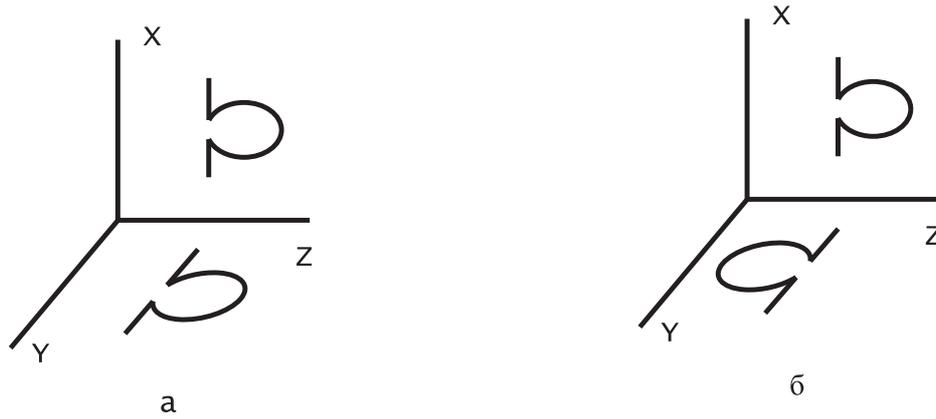
### 2. Геометрия задачи

В работе исследованы два вида  $\Omega$ -структур, представленные на рис.1. Предполагалось, что падающая волна распространяется вдоль оси  $Z$ . Численные расчеты сделаны для случаев, когда падающая волна поляризована вдоль оси  $X$  и в перпендикулярном направлении (вдоль оси  $Y$ ).

### 3. Теоретическое обоснование

Для описания свойств рассматриваемой структуры могут быть использованы следующие уравнения связи:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \mathbf{E} - j \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \alpha \mathbf{H}, \quad \mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H} + j \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \tilde{\alpha} \mathbf{E} \quad (1)$$


 Рис. 1: Геометрия  $\Omega$ -структур

Эти уравнения были предложены для би-изотропных сред в [17-19] и ранее для естественных кристаллов в [20, 21]. Здесь  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$  — векторы напряженности,  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{B}$  — векторы индукции электрического и магнитного полей соответственно,  $\varepsilon$  и  $\mu$  — тензоры диэлектрической и магнитной проницаемости,  $\alpha$  — тензор киральности, знак " $\sim$ " означает транспонирование.

После подстановки уравнений связи в уравнения Максвелла получаем следующее волновое уравнение:

$$\text{rot}(\mu^{-1}\text{rot}\mathbf{E}) + \varepsilon_0\mu_0(\varepsilon - \alpha\mu^{-1}\tilde{\alpha})\frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2} + j\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}[\text{rot}(\mu^{-1}\tilde{\alpha}\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}) + \alpha\mu^{-1}\text{rot}\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}] = 0 \quad (2)$$

Сначала рассмотрим по отдельности оба элемента в структуре, представленной на рисунке 1б. Если предположить, что композитная среда содержит только элементы, расположенные в плоскости XZ, то тензор диэлектрической проницаемости можно записать в виде

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{pmatrix},$$

где

$$\varepsilon_{11} = \varepsilon_{(host)} + \varepsilon_{11(omega)}, \quad \varepsilon_{22} = \varepsilon_{(host)}, \quad \varepsilon_{33} = \varepsilon_{(host)} + \varepsilon_{33(omega)}$$

Тензор магнитной проницаемости в этом случае может быть представлен в виде

$$\mu = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

так как мы предполагаем, что полимерный образец не обладает магнитными свойствами.

При этом тензор киральности может быть представлен в следующем виде:

$$\alpha = \begin{pmatrix} 0 & \alpha_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

В другом случае, если композитная среда включает только элементы, ориентированные в плоскости  $YZ$ , можно записать:

$$\varepsilon_{11} = \varepsilon(\text{host}), \quad \varepsilon_{22} = \varepsilon(\text{host}) + \varepsilon_{22}(\text{omega}), \quad \varepsilon_{33} = \varepsilon(\text{host}) + \varepsilon_{33}(\text{omega})$$

$$\mu_{11} \neq 1, \quad \mu_{22} = \mu_{33} = 1$$

$$\alpha = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \alpha_{21} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Для  $\Omega$ -структуры в целом тензоры диэлектрической, магнитной проницаемости и киральности могут быть представлены следующим образом:

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_t & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_t & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_e \end{pmatrix}, \quad \mu = \begin{pmatrix} \mu_t & 0 & 0 \\ 0 & \mu_t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \alpha = \begin{pmatrix} 0 & \alpha & 0 \\ \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Для композитной среды, элементы которой изображены на рис.1а, тензоры диэлектрической и магнитной проницаемости имеют такой же вид, а тензор киральности является антисимметричным [9]

$$\alpha = \begin{pmatrix} 0 & \alpha & 0 \\ -\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

#### 4. Собственные волны

Принимая во внимание симметрию структуры, волновое уравнение (2) можно представить в матричной форме:

$$\begin{pmatrix} \frac{k^2}{\mu_t} - \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 (\varepsilon_t - \frac{\alpha^2}{\mu_t}) & 0 \\ 0 & \frac{k^2}{\mu_t} - \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 (\varepsilon_t - \frac{\alpha^2}{\mu_t}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \end{pmatrix} = 0 \quad (3)$$

Приравнявая нулю детерминант полученной системы, получаем дисперсионное уравнение, решением которого являются волновые числа собственных мод электромагнитного поля в среде:

$$k_{1,2} = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \sqrt{\varepsilon_t \mu_t - \alpha^2}, \quad k_{3,4} = -k_{1,2} \quad (4)$$

#### 5. Граничная задача

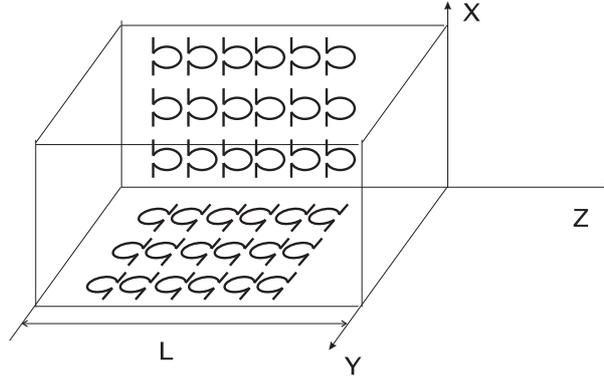
Поле в среде возбуждается падающей плоской электромагнитной волной, которую можно записать в виде:

$$\mathbf{E}_0 = (E_{01} \mathbf{x}_0 + E_{02} \mathbf{y}_0) e^{j(\omega t - k_0 z)}$$

$$\mathbf{H}_0 = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{k_0}{\omega} (E_{01} \mathbf{y}_0 - E_{02} \mathbf{x}_0) e^{j(\omega t - k_0 z)}$$

где  $k_0 = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$  — волновое число для вакуума.

Отраженная волна


 Рис. 2: Слой  $\Omega$ -структуры толщиной  $L$ 

$$\mathbf{E}_r = (E_{1r}\mathbf{x}_0 + E_{2r}\mathbf{y}_0)e^{j(\omega t + k_0 z)}$$

$$\mathbf{H}_r = -\frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{k_0}{\omega} (E_{1r}\mathbf{y}_0 - E_{2r}\mathbf{x}_0)e^{j(\omega t + k_0 z)}$$

и прошедшая волна

$$\mathbf{E}_\tau = (E_{1\tau}\mathbf{x}_0 + E_{2\tau}\mathbf{y}_0)e^{j(\omega t - k_0 z)}$$

$$\mathbf{H}_\tau = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{k_0}{\omega} (E_{1\tau}\mathbf{y}_0 - E_{2\tau}\mathbf{x}_0)e^{j(\omega t - k_0 z)}$$

также существуют вне слоя  $\Omega$ -структуры в окружающем воздушном пространстве. Волновое уравнение (2) также может быть представлено в ковариантной форме:

$$\left\{ k^2 \frac{1}{\mu_t} (1 - \mathbf{z}_0 \cdot \mathbf{z}_0) - \varepsilon_0 \mu_0 \omega^2 [(\varepsilon_t + (\varepsilon_n - \varepsilon_t)\mathbf{z}_0 \cdot \mathbf{z}_0) - \frac{\alpha^2}{\mu_t} (1 - \mathbf{z}_0 \cdot \mathbf{z}_0)] \right\} \mathbf{E} = 0, \quad (5)$$

где точка между векторами означает их прямое (диадное) произведение. Из условия непрерывности тангенциальных составляющих векторов напряженностей электрического  $\mathbf{E}$  и магнитного  $\mathbf{H}$  полей на границах структуры, где  $z = 0$  и  $z = L$  ( $L$  — толщина образца, см. рис.2), может быть получена система алгебраических уравнений

$z = 0$ :

$$E_{01} + E_{1r} = E_1 + E_3;$$

$$E_{02} + E_{2r} = E_2 + E_4;$$

$$\frac{k_0}{\omega} E_{02} - \frac{k_0}{\omega} E_{2r} = \frac{1}{\mu_t} \left( \frac{k}{\omega} - j\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \alpha \right) E_2 - \frac{1}{\mu_t} \left( \frac{k}{\omega} + j\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \alpha \right) E_4;$$

$$\frac{k_0}{\omega} E_{01} - \frac{k_0}{\omega} E_{1r} = \frac{1}{\mu_t} \left( \frac{k}{\omega} - j\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \alpha \right) E_1 - \frac{1}{\mu_t} \left( \frac{k}{\omega} + j\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \alpha \right) E_3;$$

$$\begin{aligned}
z = L: \\
E_1 e^{-jkL} + E_3 e^{jkL} &= E_{1\tau} e^{-jk_0 L}; \\
E_2 e^{-jkL} + E_4 e^{jkL} &= E_{2\tau} e^{-jk_0 L}; \\
\frac{1}{\mu_t} \left( \frac{k}{\omega} - j\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \alpha \right) E_2 e^{-jkL} - \frac{1}{\mu_t} \left( \frac{k}{\omega} + j\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \alpha \right) E_4 e^{jkL} &= \frac{k_0}{\omega} E_{2\tau} e^{-jk_0 L}; \\
\frac{1}{\mu_t} \left( \frac{k}{\omega} - j\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \alpha \right) E_1 e^{-jkL} - \frac{1}{\mu_t} \left( \frac{k}{\omega} + j\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \alpha \right) E_3 e^{jkL} &= \frac{k_0}{\omega} E_{1\tau} e^{-jk_0 L};
\end{aligned}$$

Эта система уравнений позволяет полностью решить граничную задачу для полимерного образца с металлическими включениями  $\Omega$ -формы при нормальном падении электромагнитных волн.

## 6. Численные расчеты

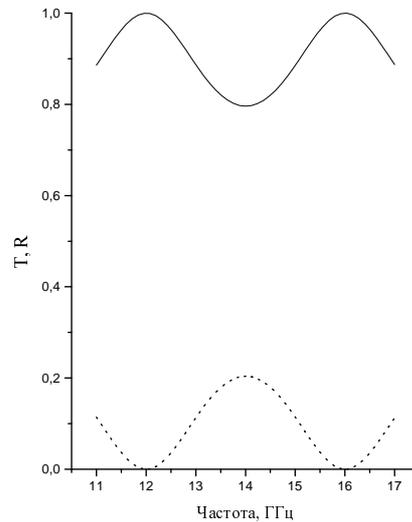


Рис. 3: Зависимость коэффициентов прохождения  $T$  и отражения  $R$  от частоты падающей волны.  $T$ - сплошная линия,  $R$ -пунктирная линия

Численные расчеты выполнены при следующих значениях параметров:  $\varepsilon_t = 3$ ;  $\mu_t = 1, 2$ ;  $\alpha = 0, 3$ ;  $L = 0, 02\text{м}$ ; частота падающей волны изменялась в диапазоне от 11 до 17 ГГц. Расчеты сделаны для случаев, когда падающая волна поляризована вдоль оси  $X$ , вдоль оси  $Y$  и под углом  $45^\circ$  относительно оси  $X$ . Следует отметить, что все решения граничной задачи удовлетворяют закону сохранения энергии и соотношение  $T + R = 1$  для коэффициентов прохождения  $T$  и отражения  $R$  выполняется с высокой точностью.

На рис.3 представлен график зависимости интенсивности прошедшей и отраженной волны от частоты падающей волны для случая, когда падающая волна поляризована вдоль оси  $X$ . Анализ графика позволяет сделать вывод, что на определенных частотах возможен случай практически полного прохождения волн через образец. Подобный эффект был теоретически предсказан ранее для случая искусственной одноосной киральной структуры, образованной путем включения проводящих металлических спиралей в полимерный образец [16, 22], и носит интерференционный характер.

Были исследованы также поляризационные характеристики отраженной и прошедшей волн. Для структур, представленных на рис.1а и рис.1б, поляризация прошедшей волны совпадает, а поляризация отраженной волны различна. Отраженная волна для структуры, представленной на рис.1б, является эллиптически поляризованной независимо от частоты волн и толщины композитного  $\Omega$ -слоя. Для указанных выше численных параметров эллиптичность отраженной волны достигает значения 3,3. В то же время для структуры, представленной на рис.1а, поляризация отраженной волны близка к циркулярной при любых частотах волн и любой толщине  $\Omega$ -слоя.

## 7. Заключение

В работе теоретически исследованы эффекты прохождения и отражения электромагнитных волн в слое искусственной би-анизотропной среды, представляющей собой так называемую  $\Omega$ -структуру, сформированную путем помещения металлических проволочных включений  $\Omega$ -образной формы в изотропный полимерный материал. Рассмотрен случай нормального падения волн. Решена граничная задача для искусственной  $\Omega$ -структуры с учетом многократного отражения электромагнитных волн от границ образца. Показана возможность практически полного прохождения волн через образец на определенной частоте. Исследованы также поляризационные характеристики отраженной и прошедшей волн.

Работа выполнена при поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (проект Ф99М-055)

## Литература

- [1] A. Sihvola, S. Tretyakov, and I. Semchenko (eds.), *Proceedings of Bianisotropic'93*, Gomel, Belarus.
- [2] F. Mariotte and J. P. Parneix (eds.), *Proceedings of the 3rd Int. Workshop on Chiral, Bi-isotropic and Bi-anisotropic Media "Chiral-94"*, Périgueux, France.
- [3] A. Sihvola, S. Tretyakov, U. Unrau, Vas. Varadan, Vi. Varadan and K. Whites (eds.), *Proceedings of Chiral'95*, The Pennsylvania State University, USA.
- [4] A. Priou, A. Sihvola, S. Tretyakov and A. Vinogradov, *Advances in Complex Electromagnetic Materials* (Kluwer Academic Publishers, NATO ASI Series 3, 1997), Vol 28.
- [5] W.H. Weiglhofer (ed.), *Proceedings of Bianisotropics'97* (University of Glasgow), Great Britain.
- [6] A.F. Jacob and J. Reinert (eds.), *Proceedings of Bianisotropics'98* (Technische Universität Braunschweig), Germany.
- [7] A.M. Barbosa and A. L. Topa (eds.), *Proceedings of Bianisotropics'2000*, Lisbon, Portugal.
- [8] I.V. Lindell, A.H. Sihvola, S.A. Tretyakov and A.J. Viitanen, *Electromagnetic waves in chiral and bi-isotropic media*, Boston and London: Artech House, 1994.

- [9] A. Serdyukov, I. Semchenko, S. Tretyakov and A.Sihvola, *Electromagnetics of bi-anisotropic materials: theory and applications*, Gordon and Breach Science Publishers, 2001.
- [10] K.W. Whites and C.Y. Chang, *Composite uniaxial bianisotropic chiral materials characterization: comparison of predicted and measured scattering*, J. Electromagn. Waves Applic., 11 (1997): 371–394.
- [11] S.A. Tretyakov, A.A. Sochava and C.R. Simovski, *Influence of chiral shapes of individual inclusions on the absorption in chiral composite coatings*, Electromagnetics, 16 (1996): 113–127.
- [12] J.H. Cloete, M. Bingle and D.V. Davidson, *The role of chirality in synthetic microwave absorbers*, Proc. Int. Conf. Electromagnetics in Advanced Applications (Torino, Italy), (1999): 55–58.
- [13] S.A. Tretyakov and A.A. Sochava, *Proposed composite material for nonreflecting shields and antenna radomes*, Electron. Lett., 29 (1993): 1048–1049.
- [14] S.A. Tretyakov and A. A. Sochava, *Novel uniaxial bianisotropic materials: reflection and transmission in planar structures*, Progress in Electromagnetics Research (PIER9) (Cambridge, MA:EMW Publishing), (1994): 157–179.
- [15] S.A. Kuehl, S.S. Grove, E. Kuehl, M. Bingle, and J.H. Cloete, *Manufacture of microwave chiral materials and their electromagnetic properties*, in *Advances in Complex Electromagnetic Materials* (Kluwer Academic Publishers, NATO ASI Series 3), Vol 28 (1997): 317–332.
- [16] I.V. Semchenko, S.A. Khakhomov, S.A. Tretyakov, S.H. Sihvola and E.A. Fedosenko, *Reflection and transmission by a uniaxially bi-anisotropic slab under normal incidence of plane waves*, J. Phys. D: Appl. Phys., 31 (1998): 2458–2464. Comment by W.S. Weiglhofer and A. Lakhtakia, 32 (1999): 2703–2704. Reply by S.A. Tretyakov, A.H. Sihvola, I.V. Semchenko and S.A. Khakhomov, 32 (1999): 2705–2706.
- [17] Sihvola A.H, Lindell I.V., 1991, *Bi-isotropic constitutive relations*. Microwave and Opt. Tech. Lett., vol. 4, No.8, pp.195-297.
- [18] Kong J.A., 1986, *Electromagnetic Wave Theory*, Willey, New York.
- [19] Monzon J.C., 1990, *Radiation and scattering in homogeneous general bi-isotropic region*, IEEE Trans. Ant. Propagat., vol. 38, No.2, pp.227-235.
- [20] Федоров Ф.И., 1976, *Теория гиротропии*, Наука и техника, Минск.
- [21] Бокуть Б.В., Сердюков А.Н., *К феноменологической теории естественной оптической активности*, ЖЭТФ, т. 61, (1971), №.5, с.1808 — 1813 .
- [22] I.V. Semchenko, S.A. Khakhomov, S.A. Tretyakov and S.H. Sihvola *Electromagnetics waves in artificial chiral structures with dielectric and magnetic properties*, Electromagnetics, 21 (2001): 401–414.

## Электромагнитные волны в поглощающих искусственных гиротропных средах с анизотропией диэлектрических и магнитных свойств

И.В.СЕМЧЕНКО, С.А.ХАХОМОВ, Е.А.ФЕДОСЕНКО

Кафедра общей физики,  
Гомельский государственный университет им. Ф.Скорины  
Советская 104, 246019, Гомель, Беларусь  
e-mail: Fedosenko@gsu.unibel.by

Искусственные композитные среды, обладающие киральными свойствами в микроволновом диапазоне, активно исследовались в течение последних десяти лет [1-11]. Такие среды могут использоваться для преобразования поляризации электромагнитных волн микроволнового диапазона. Также высказывалось предположение, что на основе искусственных киральных материалов могут быть созданы безотражательные покрытия металлических поверхностей. Исследования возможного использования искусственных киральных материалов для уменьшения отражения электромагнитных волн проводились во многих статьях. Однако в работе [9] сделан вывод о том, что киральность не является существенным свойством при создании безотражательных покрытий. Достичь существенного снижения интенсивности отраженных электромагнитных волн на определенной частоте можно также с помощью некиральных поглощающих слоев. Авторы работы [9] пришли к такому выводу в результате расчета рассеяния электромагнитных волн на металлических спиралях в диэлектрической среде.

В статье [10] рассмотрено отражение электромагнитных волн от анизотропного кирального диэлектрического слоя на металлической подложке. Исследовано влияние анизотропии диэлектрических свойств на коэффициент отражения электромагнитных волн. Точное решение граничной задачи в данном случае подтверждает вывод, сделанный в статье [9]. Киральность незначительно влияет на отражательные свойства искусственных сред. В данной статье путем точного решения граничной задачи дополнительно изучено влияние магнитных свойств киральной искусственной среды на интенсивность отраженных волн.

Рассматриваемая искусственная среда представляет собой металлические микроспирали, накрученные на нейлоновые нити, расположенные внутри диэлектрического полимерного материала. Оси микроспиралей ориентированы вдоль оси X, перпендикулярно направлению распространения электромагнитных волн. Микроволновые свойства такой среды можно описать материальными уравнениями [12-18]

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} + i\alpha \vec{H} \quad (1)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} - i\tilde{\alpha} \vec{E}, \quad (2)$$

где знак “~” означает транспонирование. Поскольку нейлоновые нити в образце ориентированы вдоль оси X, то тензор диэлектрической проницаемости имеет вид одноосного тензора, ось которого направлена по оси X и задается единичным вектором  $\vec{a}$ . Диэлектрические свойства среды одинаковы для всех направлений в плоскости YZ, то есть перпендикулярно нейлоновым нитям. Эти свойства описываются диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_{22} = \varepsilon_{33} = \varepsilon_o$ . Если вектор напряженности электрического поля

направлен вдоль нейлоновых нитей (вдоль X), то среда проявляет другие диэлектрические свойства, характеризующиеся относительной диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_{11} = \varepsilon_e$ .

Так как оси всех спиралей направлены вдоль оси X, то тензор киральности также является одноосным с единственным главным значением  $\alpha_{11} = \alpha_e$ , неравным нулю. Среда проявляет киральные свойства только в тех случаях, когда вектор напряженности электрического поля или вектор напряженности магнитного поля имеют компоненты вдоль оси X.

С учетом симметрии среды ее магнитные свойства также можно описать одноосным тензором относительной магнитной проницаемости  $\mu = \mu_o + (\mu_e - \mu_o)\vec{a} \cdot \vec{a}$ , где точка между векторами означает их прямое (диадное) произведение.

Уравнения Максвелла для плоских волн с учетом уравнений (1-2) можно записать в виде:

$$\vec{m}^{\times} \vec{E} = \mu \vec{H} - i\tilde{\alpha} \vec{E} \quad (3)$$

$$\vec{m}^{\times} \vec{H} = -\varepsilon \vec{E} - i\alpha \vec{H}, \quad (4)$$

где  $\vec{m} = n \vec{n}$  — вектор рефракции,  $n$  — показатель преломления, косой крест означает векторное произведение,  $\vec{n}$  — единичный вектор, направленный вдоль оси Z.

Из уравнений (3) и (4) получаем волновое уравнение для вектора напряженности электрического поля:

$$\{\vec{m}^{\times} \mu^{-1} \vec{m}^{\times} + i(\vec{m}^{\times} \mu^{-1} \tilde{\alpha} + \alpha \mu^{-1} \vec{m}^{\times}) + \varepsilon - \tilde{\alpha} \alpha \mu^{-1}\} \vec{E} = 0. \quad (5)$$

Решением уравнения (5) является суперпозиция собственных волн с амплитудами  $A_j$ ; волновыми числами  $k_j$  и эллиптичностью  $\gamma_j$

$$\vec{E} = \sum_{j=1}^4 A_j \frac{\vec{a} + i\gamma_j \vec{b}}{\sqrt{1 + |\gamma_j|^2}} e^{ik_j z - i\omega t}. \quad (6)$$

Эллиптичности собственных волн имеют вид

$$\gamma_j = \frac{n_j^2 \mu_o^{-1} - \varepsilon_e + \alpha_e^2 \mu_e}{n_j \alpha_e \mu_e^{-1}}, \quad (7)$$

где  $n_j = \frac{ck_j}{\omega}$  — показатель преломления собственной волны

$$n_{1,2}^2 = \frac{1}{2\mu_o^{-1} \mu_e^{-1}} (\mu_o^{-1} \varepsilon_o + \mu_e \varepsilon_e \pm \sqrt{(\varepsilon_o \mu_o^{-1} - \varepsilon_e \mu_e^{-1})^2 + 4\alpha_e^2 \mu_o^{-1} \mu_e^{-2} \varepsilon_o}), \quad (8)$$

причем  $n_{3,4} = -n_{1,2}$ .

Из (3) и (4) находим напряженность магнитного поля собственных волн:

$$\vec{H} = \sum_{j=1}^4 \frac{A_j}{\sqrt{1 + |\gamma_j|^2}} (i\mu_e^{-1} (\alpha_e - n_j \gamma_j) \vec{a} + \mu_o^{-1} n_j \vec{b}) e^{ik_j z - i\omega t}. \quad (9)$$

При решении граничной задачи рассмотрим случай, когда электромагнитные волны падают нормально на анизотропный киральный слой, который нанесен на металлическую подложку. В этом случае оси микроспиралей искусственной анизотропной

киральной среды расположены перпендикулярно направлению распространения волн. В качестве металлической подложки рассматривается алюминий.

Электромагнитную волну, падающую на границу диэлектрического искусственного слоя, можно представить в виде:

$$\vec{E}_e = (A_{1e}\vec{b} + A_{2e}\vec{a})e^{ik_0z-iwt} \quad (10)$$

$$\vec{H}_e = (-A_{1e}\vec{a} + A_{2e}\vec{b})e^{ik_0z-iwt}, \quad (11)$$

где  $k_0 = \frac{\omega n_0}{c}$  — волновое число электромагнитной волны в вакууме. Для отраженной волны можно записать:

$$\vec{E}_r = (A_{1r}\vec{b} + A_{2r}\vec{a})e^{-ik_0z-iwt} \quad (12)$$

$$\vec{H}_r = (A_{1r}\vec{a} - A_{2r}\vec{b})e^{-ik_0z-iwt}. \quad (13)$$

Поле в искусственной анизотропной среде описывается выражениями (6) и (9). Электромагнитные волны в металле можно представить следующим образом:

$$\vec{E}_m = (A_{1m}\vec{b} + A_{2m}\vec{a})e^{ik^1z-iwt} + (A_{4m}\vec{b} + A_{3m}\vec{a})e^{-ik^1z-iwt} \quad (14)$$

$$\vec{H}_m = \frac{ck^1}{\mu_1\omega}(A_{2m}\vec{b} - A_{1m}\vec{a})e^{ik^1z-iwt} + \frac{ck^1}{\mu_1\omega}(-A_{3m}\vec{b} + A_{4m}\vec{a})e^{-ik^1z-iwt}, \quad (15)$$

где  $k^1 = \frac{2}{c}\sqrt{i\pi\lambda\mu_1\omega}$  — волновое число электромагнитной волны, распространяющейся в металле,  $\lambda$  — электропроводность металла,  $\mu_1$  — относительная магнитная проницаемость металла.

Тогда условия для X-компонент электромагнитных волн на границе раздела воздух-анизотропный диэлектрик можно записать в виде:

$$A_{2e}e^{-ik_0l} + A_{2r}e^{ik_0l} = \sum_{j=1}^4 \frac{A_j}{\sqrt{1+|\gamma_j|^2}} e^{-ik_jl} \quad (16)$$

$$-A_{1e}e^{-ik_0l} + A_{1r}e^{ik_0l} = \sum_{j=1}^4 \frac{iA_j\mu_e^{-1}}{\sqrt{1+|\gamma_j|^2}} (\alpha_e - n_j\gamma_j) e^{-ik_jl}. \quad (17)$$

Для Y - компонент граничные условия имеют вид:

$$A_{1e}e^{-ik_0l} + A_{1r}e^{ik_0l} = \sum_{j=1}^4 \frac{i\gamma_j A_j}{\sqrt{1+|\gamma_j|^2}} e^{-ik_jl} \quad (18)$$

$$A_{2e}e^{-ik_0l} - A_{2r}e^{ik_0l} = \sum_{j=1}^4 \frac{A_j\mu_o^{-1}}{\sqrt{1+|\gamma_j|^2}} n_j e^{-ik_jl} \quad (19)$$

Аналогично записываются граничные условия на поверхности раздела диэлектрика и металла:

$$A_{2m} + A_{3m} = \sum_{j=1}^4 \frac{A_j}{\sqrt{1+|\gamma_j|^2}} \quad (20)$$

$$A_{1m} + A_{4m} = \sum_{j=1}^4 \frac{i\gamma_j A_j}{\sqrt{1 + |\gamma_j|^2}} \quad (21)$$

$$\frac{ck^1}{\mu_1\omega} A_{4m} - \frac{ck^1}{\mu_1\omega} A_{1m} = \sum_{j=1}^4 \frac{iA_j\mu_e^{-1}}{\sqrt{1 + |\gamma_j|^2}} (\alpha_e - n_j\gamma_j) \quad (22)$$

$$\frac{ck^1}{\mu_1\omega} A_{2m} - \frac{ck^1}{\mu_1\omega} A_{3m} = \sum_{j=1}^4 \frac{A_j\mu_o^{-1}}{\sqrt{1 + |\gamma_j|^2}} n_j. \quad (23)$$

Точное решение граничной задачи с учетом магнитных свойств искусственной анизотропной киральной среды позволяет исследовать отражение электромагнитных волн и его зависимость от магнитной проницаемости. В работе [10] изучена зависимость интенсивности отраженной волны от частоты для немагнитного материала. Исследовано влияние киральности и анизотропии на интенсивность отраженной волны. Определена частота на которой наблюдается минимальное отражение электромагнитной волны. График частотной зависимости интенсивности электромагнитной волны, отраженной от поверхности анизотропного немагнитного диэлектрика, представлен кривой 1 на рис. 1, если падающая волна поляризована вдоль оси X, а также кривой 1 на рис. 2, если она поляризована вдоль Y.

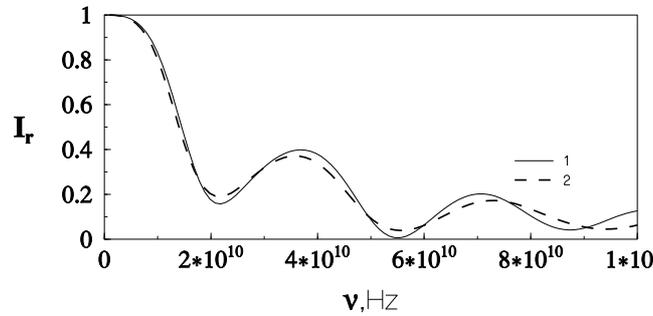


Рис. 1: График частотной зависимости интенсивности отраженной волны, если падающая волна поляризована вдоль оси X. 1 — для немагнитного диэлектрика, 2 — с учетом анизотропной магнитной проницаемости ( $l = 5.5\text{мм}$ ,  $\varepsilon_o = 4 + i0.8$ ,  $\varepsilon_e = 3 + i0.9$ ,  $\mu_1 = 1.0$ ,  $\mu_o = 1.1$ ,  $\mu_e = 1.3$ ,  $\lambda = 5.14 \cdot 10^{17}$ ).

Здесь же представлены графики зависимости интенсивности отраженной волны от частоты, если искусственная среда обладает анизотропными магнитными свойствами. Исследования проводились как для среды, обладающей анизотропией магнитных свойств, так и для изотропного образца. Расчеты показывают, что влияние анизотропии магнитных свойств среды на интенсивность отраженной электромагнитной волны незначительно, большее значение имеет величина относительной магнитной проницаемости. С увеличением относительной магнитной проницаемости искусственной киральной среды интенсивность отраженной волны на частоте минимального отражения возрастает. Наблюдается также небольшой сдвиг минимума интенсивности отраженной волны в область более высоких частот.

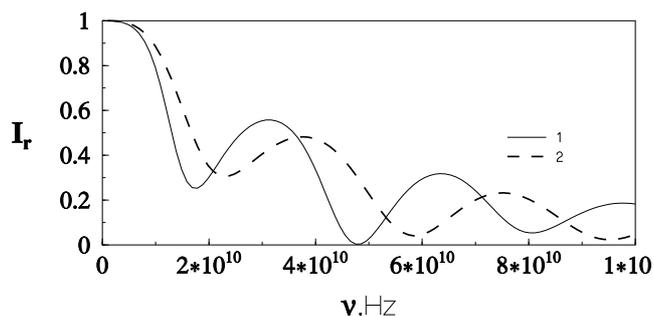


Рис. 2: График зависимости интенсивности отраженной волны от частоты когда падающая волна поляризована вдоль оси  $Y$ . 1 — для немагнитного диэлектрика, 2 — с учетом магнитной проницаемости. ( $l = 5.5\text{мм}$ ,  $\varepsilon_o = 4 + i0.8$ ,  $\varepsilon_e = 3 + i0.9$ ,  $\mu_1 = 1.0$ ,  $\mu_o = 1.1$ ,  $\mu_e = 1.3$ ,  $\lambda = 5.14 \cdot 10^{17}$ ).

### Литература

- [1] A.Priou, A.Sihvola, S.Tretyakov and A.Vinogradov, *Advances in Complex Electromagnetic Materials*, — Kluwer Academic Publishers, NATO ASI Series 3, vol 28,( 1997).
- [2] J.H.Cloete, *The status of experimental research on chiral composites*,— Proc. of Bianisotropics'97, (University of Glasgow), pp. 39-42,( 1997).
- [3] X.Lafosse, *New all-organic chiral material and characterisation between 4 and 6 GHz*,— 3rd Int. Workshop on Chiral, Bi-isotropic and Bi-anisotropic Media "Chiral-94", (Perigueux, France), pp. 209-214,( 1994).
- [4] K.W.White and C.Y.Chang, *Composite uniaxial bianisotropic chiral materials characterization: comparison of predicted and measured scattering*, — J. Electromagn. Waves Applic., vol. 11, pp. 371–394, (1997).
- [5] S.A.Tretyakov, A.A.Sochava, C.R.Simovski, *Influence of chiral shapes of individual inclusions on the absorption in chiral composite coatings*, — Electromagnetics, vol. 16, pp. 113-127,( 1996).
- [6] J.H.Cloete, M.Bingle and D.B.Davidson, *The role of chirality in synthetic microwave absorbers*, — Proc. Int. Conf. Electromagnetics in Advanced Applications, (Torino, Italy) pp. 55–58, (1999).
- [7] S.A.Tretyakov, A.A.Sochava, *Proposed composite material for nonreflecting shields and antenna radomes*, — Electron. Lett., vol. 29, pp. 1048–1049, (1993).
- [8] I.V.Semchenko, S.A.Khakhomov, S.A.Tretyakov, A.H.Sihvola, E.A.Fedosenko, *Reflection and transmission by a uniaxially bi-anisotropic slab under normal incidence of plane waves*,— Journal of Physics D: Applied Physics, No. 31,pp. 2458-2464, (1998).
- [9] C.F.Bohren, R.Luebers, H.S.Langdon, F.Hunsberger, *Microwave- absorbing chiral composites: Is chirality essential or accidental?* — Applied Optics, vol.31,no. 30, pp. 6403-6407, (1992).

- [10] I.V.Semchenko, S.A.Khakhomov, E.A.Fedosenko, *Artificial anisotropic chiral materials for decrease of reflection of electromagnetic waves from metallic surfaces*, — Proceedings of SPIE, v.4358, pp.309–315, (2001).
- [11] S.A.Kuehl, S.S.Grove, E.Kuehl, M.Bingle, J.H.Cloete, *Manufacture of microwave chiral materials and their electromagnetic properties*, — in Advances in Complex Electromagnetic Materials, ed. by A. Priou et al., Kluwer Academic Publishers, NATO ASI Series 3, vol. 28, pp. 317-332, (1997).
- [12] Ф.И.Федоров, *Теория гиротропии*, -Мн.:Навука і тэхніка,(1976).
- [13] Б.В.Бокуть, А.Н.Сердюков, *К феноменологической теории естественной оптической активности*, — Журн. эксп. и теор. физики, т.61, с. 1808–1813, (1971).
- [14] Б.В.Бокуть, А.Н.Сердюков, Ф.И.Федоров, *О форме уравнений связи в оптически активных кристаллах*, — Опт. и спектр., т.37, №2, с.288–293,(1774).
- [15] Б.В.Бокуть, А.Н.Сердюков, В.В.Шепелевич, *К феноменологической теории оптически активных сред*, — Опт. и спектр., т.37, №1, с.120–124,(1774).
- [16] А.Н.Sihvola, I.V.Lindell. *Bi-isotropic constitutive relations*, — Microwave and Opt. Tech. Lett., vol. 4, No.8, pp.195-297, (1991).
- [17] J.A.Kong, *Electromagnetic Wave Theory*, Willey, New York, (1986).
- [18] J.C.Monzon, *Radiation and scattering in homogeneous general bi-isotropic region*, IEEE Trans. Ant. Propagat., vol. 38, №.2, pp.227-235, (1990).

Гомельский госуниверситет  
им. Франциска Скорины  
246699 Гомель, Беларусь

Поступило 15.06.2001

## Наклонное падение электромагнитных волн на гиротропные слоисто-периодические структуры

И.В.СЕМЧЕНКО, В.Е.КАГАНОВИЧ

Кафедра общей физики, Гомельский государственный университет им. Ф.Скорины  
Советская 104, 246019, Гомель, Беларусь  
Факс: + 375-232-576557; e-mail: kaha\_vl@gsu.unibel.by

В настоящее время постоянно совершенствуются устройства передачи, приема и хранения информации, в связи с чем необходим поиск новой элементной базы устройств обработки информации. Одной из возможностей создания управляемых преобразователей поляризации электромагнитных волн является использование слоисто-периодических структур, сочетающих в себе свойства составляющих их сред.

Нами рассмотрена слоисто-периодическая структура, состоящая из произвольного количества повторяющихся элементарных ячеек, помещённая во внешнее магнитное поле. Предполагается, что первый слой такой ячейки является изотропным и не обладает гиротропными свойствами. Второй слой также изотропный, но обладает магнитооптической активностью, что проявляется в циркулярном двупреломлении волн внутри слоя.

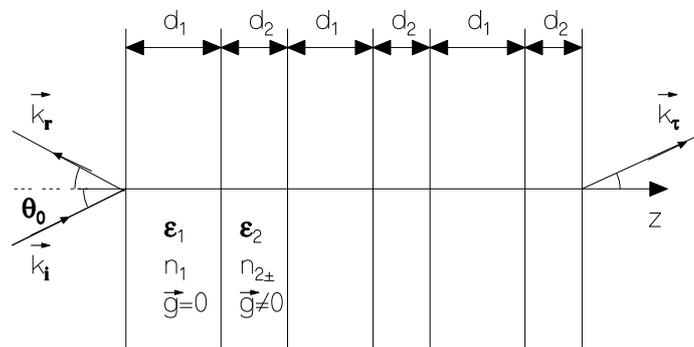


Рис. 1: Схематическое представление слоисто-периодической структуры

Для магнитоактивного слоя такой структуры справедливы следующие [1, 2] материальные уравнения :

$$\begin{cases} \vec{D} = \varepsilon \vec{E} + i \vec{g} \times \vec{E} \\ \vec{B} = \mu \vec{H}, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\vec{g}$  — вектор гирации, зависящий от кристаллографической симметрии среды и вектора напряженности магнитного поля.

На основании уравнений непрерывности тангенциальных составляющих векторов напряженности электрического и магнитного полей и решений уравнений Максвелла нами выражены элементы матрицы  $I_{ik}$  ( $4 \times 4$ ), которая связывает падающую волну с

прошедшей и отраженной волнами для границы раздела негиротропной и гиротропной сред. Элементы этой матрицы имеют вид:

$$\begin{aligned}
I_{11} &= A_+^{(2)} & I_{12} &= \alpha_- \cos(\theta_-) A_-^{(2)} & I_{13} &= -A_+^{(1)} & I_{14} &= \alpha_- \cos(\theta_-) A_-^{(1)} \\
I_{21} &= \frac{B_+^{(2)}}{\alpha_+ \cos(\theta_+)} & I_{22} &= B_-^{(2)} & I_{23} &= -\frac{B_+^{(1)}}{\alpha_+ \cos(\theta_+)} & I_{24} &= B_-^{(1)} \\
I_{31} &= I_{13} & I_{32} &= -I_{14} & I_{33} &= I_{11} & I_{34} &= -I_{12} \\
I_{41} &= -I_{23} & I_{42} &= I_{24} & I_{43} &= -I_{21} & I_{44} &= I_{22}
\end{aligned} \tag{2}$$

$$\text{где } A_{\pm}^{(p)} = \frac{\mu_2 n_1 \cos(\theta_{\pm}) + (-1)^p \mu_1 n_{\pm} \cos(\theta_{\pm})}{2\mu_2 n_1 \cos(\theta_1)}, \quad B_{\pm}^{(p)} = \frac{\mu_2 n_1 \cos(\theta_{\pm}) + (-1)^p \mu_1 n_{\pm} \cos(\theta_1)}{2\mu_2 n_1 \cos(\theta_1)},$$

$\alpha_{\pm} = \frac{i\mu_2 g_z}{(n_{\pm})^2 - \mu_2 \epsilon_2}$ ,  $p = 1, 2$ , индексы  $+$  и  $-$  указывают на принадлежность параметров к левой и правой циркулярным составляющим волн;  $\theta_+$  и  $\theta_-$  – углы между осью  $z$  и волновыми векторами левой и правой циркулярных составляющих волны в гиротропном слое;  $\theta_1$  – угол между осью  $z$  и волновым вектором волны в негиротропном слое;  $\mu_1, \epsilon_1, n_1 = \sqrt{\epsilon_1 \mu_1}$  – магнитная проницаемость, диэлектрическая проницаемость и коэффициент преломления слоя, не обладающего гиротропными свойствами;  $\mu_2, \epsilon_2, n_{\pm} = \sqrt{\frac{\mu_2 g_z^2 \sin^2(\theta_{\pm}) - 2\mu_2 \epsilon_2^2 \pm \sqrt{\mu_2^2 g_z^4 \sin^4(\theta_{\pm}) + 4\mu_2^2 \epsilon_2^2 g_z^2 \cos^2(\theta_{\pm})}}{-2\epsilon_2}}$  – магнитная проницаемость, диэлектрическая проницаемость и коэффициент преломления гиротропного слоя;  $g_z$  –  $z$ -составляющая вектора гирации.

Аналогичным способом выражаются элементы матрицы  $J_{ik}$  ( $4 \times 4$ ), которая связывает падающую волну с прошедшей и отраженной волнами на границе раздела гиротропной и негиротропной среды. Элементы матрицы  $J_{ik}$  можно представить следующим образом:

$$\begin{aligned}
J_{11} &= -D_+ - C_+ \cos(\theta_1) & J_{12} &= D_+ \alpha_- \cos(\theta_1) + C_+ \cos^2(\theta_-) \alpha_- \\
J_{13} &= D_+ - C_+ \cos(\theta_1) & J_{14} &= D_+ \alpha_- \cos(\theta_1) - C_+ \cos^2(\theta_-) \alpha_- \\
J_{21} &= \frac{D_- + C_- \cos(\theta_1)}{\alpha_- \cos(\theta_-)} & J_{22} &= \frac{-D_+ \alpha_- \cos(\theta_1) - C_- \cos^2(\theta_+) \alpha_+}{\alpha_- \cos(\theta_-)} \\
J_{23} &= \frac{-D_- + C_- \cos(\theta_1)}{\alpha_- \cos(\theta_-)} & J_{24} &= \frac{-D_+ \alpha_- \cos(\theta_1) + C_- \cos^2(\theta_+) \alpha_+}{\alpha_- \cos(\theta_-)} \\
J_{31} &= J_{13} & J_{32} &= -J_{14} \\
J_{33} &= J_{11} & J_{34} &= -J_{12} \\
J_{41} &= -J_{23} & J_{42} &= J_{24} \\
J_{43} &= -J_{21} & J_{44} &= J_{22}
\end{aligned} \tag{3}$$

где  $D_{\pm} = \frac{1}{2} \frac{\alpha_{\pm}}{\alpha_- - \alpha_+}$ ,  $C_{\pm} = \frac{1}{2} \frac{\mu_2 n_1 \cos(\theta_{\pm}) \alpha_{\pm}}{n_{\pm} \mu_1 \cos^2(\theta_-) \alpha_- - \cos^2(\theta_+) \alpha_+}$ . Матрица  $D_j$ , описывающая распространение волны внутри  $j$ -го слоя, имеет стандартный диагональный вид [3]. Перемножая граничные матрицы и матрицы распространения в среде, мы получили результирующую матрицу  $M_{ik}$  ( $4 \times 4$ ) для всей элементарной ячейки:

$$M = J D_1 I D_2 \tag{4}$$

Эта матрица связывает падающую волну с отраженной и прошедшей волнами для одной ячейки. В случае слоисто-периодической структуры, состоящей из  $N$  элементарных ячеек, матрицу  $M$  необходимо возвести в степень  $N$ . В результате, итоговая матрица

$M^{\text{эфф}}$  для всей слоисто-периодической структуры может быть записана как произведение:

$$M^{\text{эфф}} = I_a M^N I_b, \quad (5)$$

где  $I_a$  и  $I_b$  – матрицы прохождения электромагнитной волны через границы слоистой структуры с окружающей средой (воздухом).

Полученные амплитуды отраженной и прошедшей волн удовлетворяют закону сохранения энергии электромагнитного поля.

Чтобы наблюдался максимум отражения волны каждой ячейкой, толщины слоев должны удовлетворять соотношениям [4]:

$$2k_1 d_1 \cos(\theta_1) = (2m_1 + 1)\pi, 2k_2 d_2 \cos(\theta_2) = (2m_2 + 1)\pi, \quad (6)$$

где  $m_1$  и  $m_2$  – целые числа,  $k_1$  и  $k_2$  – волновые числа право- либо лево- циркулярно поляризованной волны в первом и втором слое. Аналогично условие максимального прохождения волны через ячейку можно записать следующим образом:

$$k_1 d_1 \cos(\theta_1) = m_1 \pi, k_2 d_2 \cos(\theta_2) = m_2 \pi. \quad (7)$$

Подбирая толщину магнитоактивного слоя, в зависимости от частоты электромагнитных волн и напряжённости магнитного поля мы можем добиться максимального отражения для одной циркулярно поляризованной волны и одновременно минимального для противоположной поляризации. Тогда при увеличении числа ячеек структуры интенсивность одной отражённой циркулярно-поляризованной волны монотонно возрастает и достигает значения насыщения (рисунок 2).

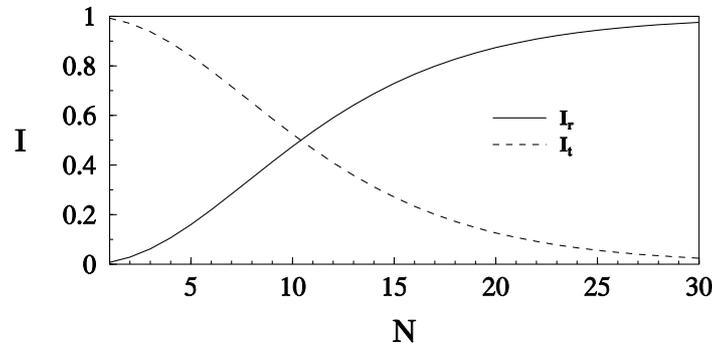


Рис. 2: Зависимость нормированных интенсивностей отраженной ( $I_r$ ) и прошедшей ( $I_t$ ) волн от числа ячеек в случае падения левополяризованной волны:  $h = 16 \cdot 10^5$  А/м,  $\lambda = 500$  нм, угол падения  $\theta_0 = 15^\circ$ ,  $\varepsilon_1 = 2,161$ ,  $\varepsilon_2 = 2,56$ ,  $\mu_1 = 1$ ,  $\mu_2 = 1$ ,  $g_z = -1,882 \cdot 10^{-4}$ ,  $d_1 = 1.93 \cdot 10^{-5}$  м,  $d_2 = 1.06 \cdot 10^{-3}$  м

В тоже время интенсивность другой циркулярно-поляризованной отраженной волны осциллирует, периодически принимая близкие к нулю значения (рисунок 3). Это даёт возможность получить поляризацию отражённой волны, близкую к циркулярной.

На рисунке 4 показано, как зависят интенсивности отраженной и прошедшей волн от угла падения  $\theta_0$ , если падающая волна является левополяризованной. На рисунке 5 приведены такие же графики, если падающая волна имеет правую круговую поляризацию

Из рисунка 4 видно, что при значении угла падения  $15^\circ$  для левополяризованной волны наблюдается локальный максимум интенсивности отраженной волны и, следо-

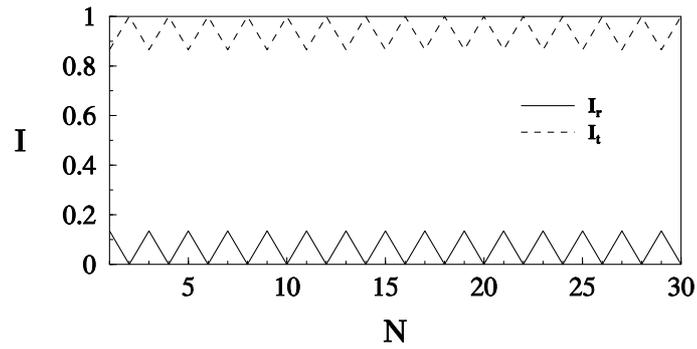


Рис. 3: Зависимость нормированных интенсивностей отраженной ( $I_r$ ) и прошедшей ( $I_t$ ) волн от числа ячеек в случае падения правополяризованной волны:  $h = 16 \cdot 10^5$  А/м,  $\lambda = 500$  нм, угол падения  $\theta_0 = 15^\circ$ ,  $\varepsilon_1 = 2,161$ ,  $\varepsilon_2 = 2,56$ ,  $\mu_1 = 1$ ,  $\mu_2 = 1$ ,  $g_z = -1,882 \cdot 10^{-4}$ ,  $d_1 = 1.93 \cdot 10^{-5}$  м,  $d_2 = 1.06 \cdot 10^{-3}$  м

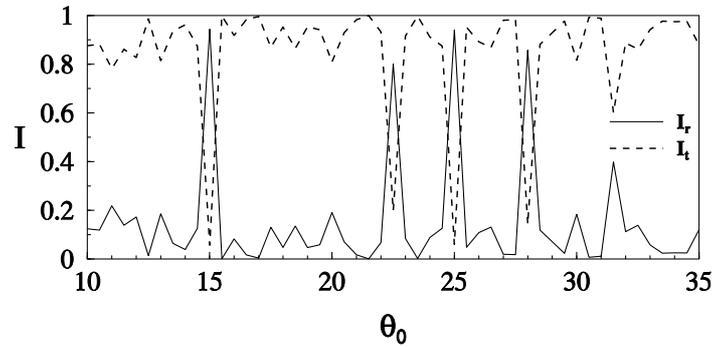


Рис. 4: Зависимость нормированных интенсивностей отраженной ( $I_r$ ) и прошедшей ( $I_t$ ) волн от угла падения в случае падения левополяризованной волны:  $h = 16 \cdot 10^5$  А/м,  $\lambda = 500$  нм,  $N = 25$ ,  $\varepsilon_1 = 2,161$ ,  $\varepsilon_2 = 2,56$ ,  $\mu_1 = 1$ ,  $\mu_2 = 1$ ,  $g_z = -1.882 \cdot 10^{-4}$ ,  $d_1 = 1.93 \cdot 10^{-5}$  м,  $d_2 = 1.06 \cdot 10^{-3}$  м

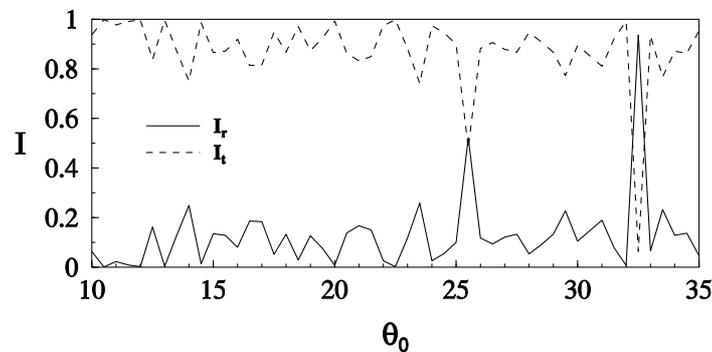


Рис. 5: Зависимость нормированных интенсивностей отраженной ( $I_r$ ) и прошедшей ( $I_t$ ) волн от угла падения в случае падения правополяризованной волны:  $h = 16 \cdot 10^5$  А/м,  $\lambda = 500$  нм,  $N = 25$ ,  $\varepsilon_1 = 2,161$ ,  $\varepsilon_2 = 2,56$ ,  $\mu_1 = 1$ ,  $\mu_2 = 1$ ,  $g_z = -1.882 \cdot 10^{-4}$ ,  $d_1 = 1.93 \cdot 10^{-5}$  м,  $d_2 = 1.06 \cdot 10^{-3}$  м

вательно, минимум прошедшей волны. В то же время для падающей правополяризованной волны (рисунок 5) максимальное отражение имеет место при других углах падения.

Таким образом, при наклонном падении электромагнитных волн на гиротропные слоисто-периодические структуры во внешнем магнитном поле имеет место отражение волн, селективное не только по частоте, но и по поляризации волны. При изменении напряженности внешнего магнитного поля, угла падения или частоты электромагнитных волн изменяются поляризационные характеристики как прошедшей, так и отраженной волн. В результате, возникает возможность использования такой слоисто-периодической структуры, обладающей селективным отражением света, в качестве управляемого магнитным полем преобразователя поляризации.

**Abstract.** One of the possibilities of creation of controlled converters of electromagnetic waves polarization is the use of stratified periodic structures, combining the properties of their components. The oblique incidence of electromagnetic waves on stratified periodic structure with gyrotropic properties, induced by an external magnetic field, is investigated by a matrix method. The stratified structure includes two layers, one of which has magnetic activity. When changing either an external magnetic field or an angle of incidence or the frequency of electromagnetic waves the polarization properties change both of transmitted and reflected waves. As a result there is the possibility to use such a structure, which has selective reflection of light, as the polarization converter controlled by a magnetic field.

### Литература

- [1] Ф.И.Федоров, *Теория гиротропии*, — Мн.:Навука і тэхніка,(1976).
- [2] А.Ф.Константинова, Б.Н.Гречушников, Б.В.Бокуть, Е.Г.Валяшко *Оптические свойства кристаллов*, — Мн.:Навука і тэхніка, (1995).
- [3] Р.Аззам, Н.Башара, *Эллипсометрия и поляризованный свет*, — М.:Мир, (1981).
- [4] А.Ярив, П. Юх, *Оптические волны в кристаллах*, — М.:Мир, (1987).

Гомельский госуниверситет  
им. Франциска Скорины  
246699 Гомель, Беларусь

Поступило 15.06.2001

## Предельные скоростные характеристики процесса передачи информации электромагнитным полем электронной подсистеме твердого тела

Г.В.Синицын, М.А.Ходасевич, А.С.Ясюкевич

Исследованиям предельных скоростных характеристик бозонных коммуникационных каналов более чем за тридцать лет посвящено множество работ (см., например, литературу в [1]). Это обусловлено необходимостью определения фундаментальных ограничений, присущих процессу передачи и обработки информации электромагнитным полем. Одной из наиболее плодотворных моделей является модель чисел заполнения для одиночного бозонного канала (см., например, [2, 3]), в которой передаваемый сигнал однозначно определяется количеством бозонов в каждой ортогональной продольной моде электромагнитного поля. В предыдущей работе [4] мы обобщили указанную модель на случай фермионного коммуникационного канала. В ней передаваемый сигнал определяется числами заполнения всех одночастичных состояний. Проведенное исследование скоростных характеристик фермионного коммуникационного канала, в котором носители информации представляют собой вырожденный Ферми-газ свободных электронов, показало, что квантово-статистические особенности носителей начнут проявляться при скоростях передачи информации  $10^{16}$  бит/с, а возможно, и ниже [4].

В настоящей работе на основе модели чисел заполнения мы исследуем предельные характеристики системы взаимодействующих информационных каналов, носители информации в которых подчиняются различным квантовым статистикам. Мы будем рассматривать характеристики именно процесса, а не какого-либо устройства, поскольку наличие любого средства сопряжения каналов может привести только к дополнительным информационным потерям. При этом необходимо учитывать следующие особенности электрон-фотонного взаимодействия. В рассматриваемой нами модели электронная подсистема представляет собой вырожденный газ свободных частиц. Как известно, взаимодействие фотона со свободным электроном можно рассматривать как двухступенчатый процесс, т.е. после поглощения электроном фотона первый должен взаимодействовать с некоторым третьим объектом. При этом на первом этапе (при длительностях светового сигнала  $\tau$ , не превышающих время свободного пробега электрона) конечное состояние электрона задается его начальным состоянием и энергией фотона. На втором этапе электрон может изменить свое состояние на любое из возможных, заранее не определенных состояний. В результате, количество передаваемой информации может только уменьшиться. Поэтому для нахождения предельных характеристик следует ограничиться исследованием лишь первого этапа. Определим его продолжительность для такого характерного полупроводника, как GaAs. Для величин концентрации электронов  $10^{24}$  м<sup>-3</sup> и их подвижности  $2000$  см<sup>2</sup> В<sup>-1</sup> с<sup>-1</sup> [5] время свободного пробега электронов составляет  $\approx 10^{-12}$  с.

Итак, мы рассматриваем информационное взаимодействие при передаче энергии из узкополосного бозонного канала с центральной частотой  $\nu = 3 \cdot 10^{14}$  Гц пучком фотонов двумерному вырожденному газу свободных электронов, находящемуся изначально в состоянии термодинамического равновесия при температуре  $T_0 = 300$  К. Требование узкополосности бозонного канала приводит к условию, чтобы длительность сигнала была значительно меньше периода колебаний электромагнитной волны. Для приведенных выше параметров коммуникационных каналов все условия применимости модели выполняются в субпикосекундном диапазоне длительностей сигнала.

Как известно, функция распределения равновесного состояния вырожденного Ферми-газа близка к ступенчатой. Ширина области размещения "тепловых" фермионов составляет около  $2kT_0$  вокруг энергии Ферми, где  $k$  — постоянная Больцмана. Принимая вероятность поглощения фотона близкой к единице, можно определить функцию распределения неравновесного состояния при одновременном поглощении электронной системой  $N$  фотонов. Покажем, что одновременное поглощение фотонов более выгодно с точки зрения передачи информации, чем все остальные возможные временные распределения сигнала. Пусть вначале с электронной подсистемой провзаимодействовали  $n$  фотонов и перевели электроны из области "тепловых" частиц в состояния с большей энергией. При поглощении следующего фотона может быть либо заполнено одно из  $n$  свободных состояний в области "тепловых" фермионов, либо переброшен в состояние с большей энергией один из оставшихся в этой области  $Z - n$  электронов, либо один из  $n$  электронов, уже провзаимодействовавших с фотонами, получит дополнительную порцию энергии. Здесь  $Z$  — количество состояний в области "тепловых" фермионов. Поскольку мы принимаем вероятность всех этих процессов одинаковой, то, следовательно, в данном случае фотон может провзаимодействовать с одним из  $n + (Z - n) + n = Z + n$  электронов, что приведет к увеличению неопределенности окончательного состояния системы, а следовательно, и ее энтропии по сравнению со случаем одновременного поглощения всех падающих фотонов. Фактически приведенные аргументы означают, что короткие сигналы в информационных каналах предпочтительнее длинных, что достаточно очевидно.

Определим энтропию  $S$  электронной подсистемы. В предположении  $Z \gg 1$  и  $N \gg 1$ , воспользовавшись выражениями для энергии  $E(T_0)$  и энтропии вырожденного Ферми-газа, находящегося в термодинамически равновесном состоянии при температуре  $T_0$ , а также выражениями для энергии Ферми и плотности состояний газа свободных электронов [6], получим:

$$S = \frac{2E(T_0)}{kT_0} - 2[N \ln N + (Z - N) \ln(Z - N) - Z \ln Z]. \quad (1)$$

Негэнтропийный принцип Бриллюэна [7] гласит, что количество информации  $I$ , которое может быть передано в системе оптическим сигналом с энергией  $E_s$ , равно разнице между энтропией равновесного состояния подсистемы с энергией  $E(T_0) + E_s$  и найденной величиной энтропии  $S$ . Нормирование количества информации на время  $\tau$  с учетом соотношения  $\Delta\nu \cdot \tau = 1$  между шириной полосы пропускания  $\Delta\nu$  бозонного канала и длительностью сигнала позволяет получить пропускную способность фермионного канала  $C_F$ :

$$C_F = \frac{2P_n}{kT_0} \left( \sqrt{1 + \frac{P_s}{P_n}} - 1 \right) + 2\Delta\nu [N \ln N + (Z - N) \ln(Z - N) - Z \ln Z]. \quad (2)$$

Здесь  $P_n$  и  $P_s$  — мощности шума и передаваемого сигнала, соответственно. Для пропускной способности узкополосного бозонного канала  $C_B$  воспользуемся выражением из [2], которое справедливо при условии  $h\nu \gg kT_0$ :

$$C_B = \Delta\nu \left[ \ln \left( 1 + \frac{P_s}{\Delta\nu h\nu} \right) + \frac{P_s}{\Delta\nu h\nu} \ln \left( 1 + \frac{\Delta\nu h\nu}{P_s} \right) \right]. \quad (3)$$

На рис.1 представлены пропускные способности узкополосного бозонного  $C_B$  и фермионного  $C_F$  каналов при указанных выше параметрах системы. Пропускная способность всей системы определяется меньшей из величин  $C_B$  и  $C_F$ . Видно, что существует

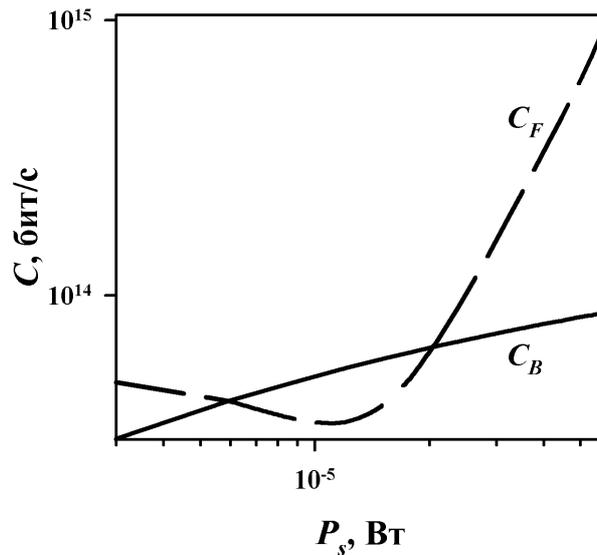


Рис. 1: Пропускные способности узкополосного бозонного  $C_B$  и фермионного  $C_F$  каналов при следующих параметрах системы:  $T_0 = 300$  К,  $\nu = 3 \cdot 10^{14}$  Гц,  $\Delta\nu/\nu = 0.05$ .

диапазон мощности сигнала, в котором пропускная способность узкополосного бозонного канала будет превышать пропускную способность фермионного канала при всех принятых нами выше предположениях. В таких условиях при передаче информации из первого канала во второй на предельных скоростях возможна ее потеря, что необходимо будет иметь в виду при разработке скоростных оптоэлектронных систем.

Итак, в рамках модели чисел заполнения нами оценена предельная пропускная способность системы, состоящей из бозонного и фермионного информационных каналов. Показано, что квантовая статистика носителей информации при высоких скоростях передачи данных будет существенно влиять на все информационные процессы в такой системе. Причем, в отличие от случая отдельных широкополосных каналов, когда предельные скоростные характеристики фермионных систем значительно превышают аналогичные характеристики бозонных систем при любых скоростях передачи информации, для которых существенны квантово-статистические особенности носителей информации [8], в рассматриваемой двухкомпонентной системе существует диапазон сигнальной мощности, где фермионный канал уступает бозонному.

Работа выполнена при поддержке Международного научно-технического центра (проект В-129).

**Abstract.** On the base of the number-state model the limiting rate characteristics are investigated of process of the information transmission by an electromagnetic field to the electronic subsystem in solid state medium. It is shown that there is a range of a signal power where the rate of the information transmission is determined by the limiting characteristics of the electronic subsystem.

### Литература

- [1] Caves C.M. and Drummond P.D. // Rev.Mod.Phys. 1994, **66**, 481–537.
- [2] Лебедев Д.С., Левитин Л.Б. // Доклады АН СССР, 1963, **149**, 1299–1302.

- 
- [3] Lebedev D.S. and Levitin L.B. // Information and Control, 1966, **9**, 1–22.
- [4] Синицын Г.В., Ходасевич М.А., Ясюкевич А.С. // Радиотехника и электроника, 2001, **46**, 1–6.
- [5] *Арсенид галлия. Получение, свойства и применение.* п/р. Кесаманлы Ф.П. и Наследова Д.Н. М., 1973.
- [6] Киттель Ч. Статистическая термодинамика. М., 1977.
- [7] Бриллюэн Л. Наука и теория информации. М., 1960.
- [8] Khodasevich M.A., Sinitsyn G.V., Yasukevich A.S. // Conference Digest, 2000 International Quantum Electronics Conference, QThD75, 173.

Отдел оптических проблем информатики  
Национальной академии наук Беларуси  
220141 Минск, Беларусь

Поступило 17.05.2001

## Effects of the interplay of dissipation and chirality in magnetoelectric materials

A. SIHVOLA<sup>1</sup>

Helsinki University of Technology, Electromagnetics Laboratory  
P.O. Box 3000, FIN-02015 HUT, Finland  
Fax: + 358-9-4512267; email: ari.sihvola@hut.fi

Certainly a very proper place to discuss the extremely rich variety of possible macroscopic behavior patterns of chiral materials is Belorussia with its great tradition on wave-material interaction studies, and, in particular, the University of Gomel where an active school with focus on magnetoelectric materials, lasers, and other nonlinear phenomena was founded several decades ago. The effect of Academician B.V. Bokut' (and here not forgetting the works of Academician F.I. Fedorov) continues to be felt through his writings and in the scientific output of his younger colleagues and students. Today, to an even greater degree, the results of the Belorussian school are available to the "Western" scientific community (see, for example [1]).

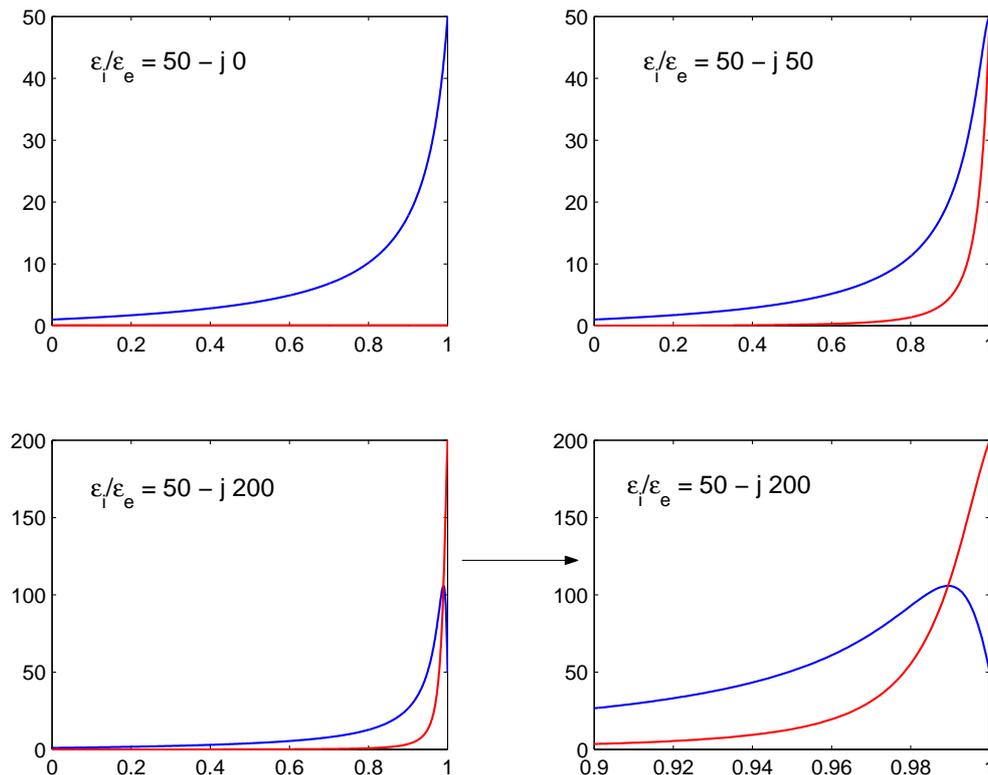


Figure 1: The percolation effect seen in Maxwell Garnett prediction for the effective permittivity of a mixture with the dielectric contrast  $\epsilon_i/\epsilon_e$ . The real part of the inclusion permittivity is kept the same ( $\epsilon'_i/\epsilon_e = 50$ ), but the imaginary part is varied in the different figures. Dark line: the real part; light line: the imaginary part of  $\epsilon_{\text{eff}}$ .

In this presentation I will focus on certain strange and counterintuitive ways in which the magnetoelectric materials can behave on their macroscopic level. It is of course acceptable that complex materials behave in a complex manner but certainly always there are the laws of

physics that set unbreakable boundary conditions to the possible patterns of characteristics these materials may display. There exists literature on the modelling of the effective material parameters of chiral and other magnetoelectric composites [4, 5] and some of the “emergent” macroscopic phenomena are discussed in those references. Here, in this presentation, I would like to remind ourselves on these special effects and strange phenomena, and also intend to go somewhat further to phenomena that perhaps have not been given any attention before, even within the bi-anisotropic community.

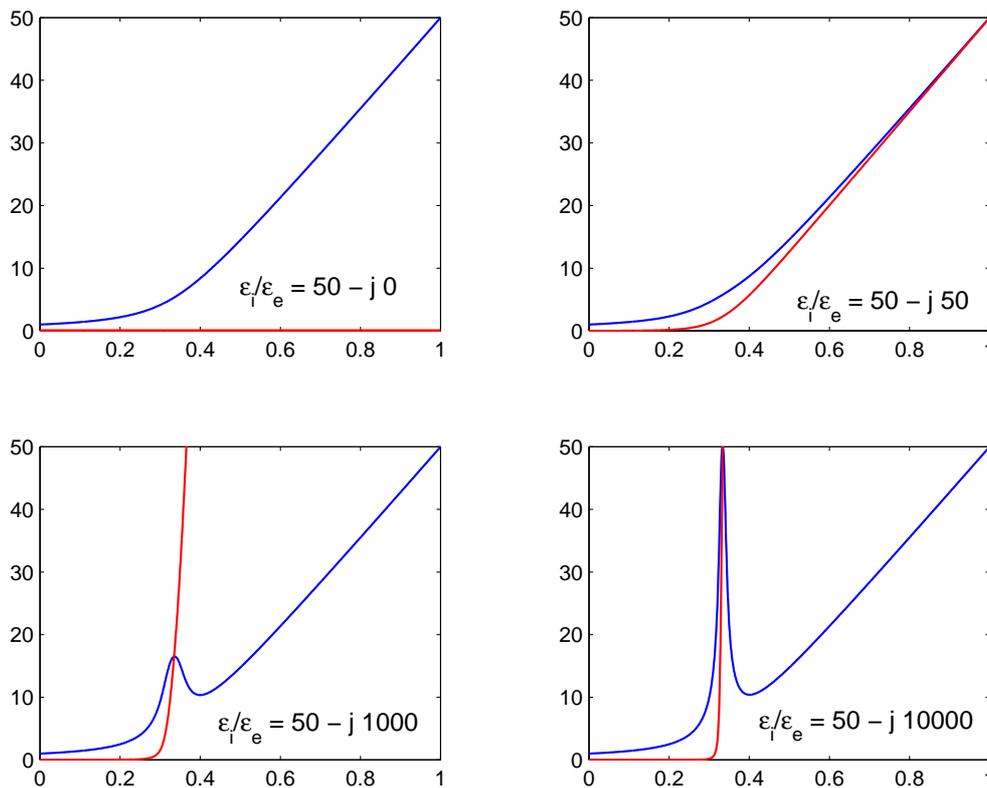


Figure 2: The same as in Figure 1; for the Bruggeman prediction.

One of the promising phenomena in this respect is *percolation*, not only in magnetoelectric material modelling but also in soil moisture studies, oil penetration in rocks, the spread of epidemics, forest fires, and wafer-scale integration in the manufacture of microchips [7]. Percolation is a nonlinear phenomenon; a very abrupt change in the behavior of certain parameters of a percolating material takes place there. In the modelling of random materials, percolation becomes important, when the material is composed of two components that have a strong contrast in one (or several) of their constitutive material parameters, for example permittivity.

And the percolation characteristics can be enhanced greatly by including losses to the mixture. Consider, for example, a mixture where spherical lossy dielectric scatterers are embedded in vacuum with volume fraction  $f$ . The effective permittivity of such a mixture is illustrated in Figure 1 where it is calculated according to the famous Maxwell Garnett formula [8], and also in Figure 2 where the model is the nearly-as-famous Bruggeman [9]. The percolatory abrupt change appears in the imaginary part of the effective permittivity, which happens at the volume fraction of  $f = 0.33$  for the Bruggeman case, and which comes to  $f = 1$  for Maxwell Garnett. But at least as interesting is the behavior of the real part. For certain conditions, the real part of the effective permittivity can become larger than that

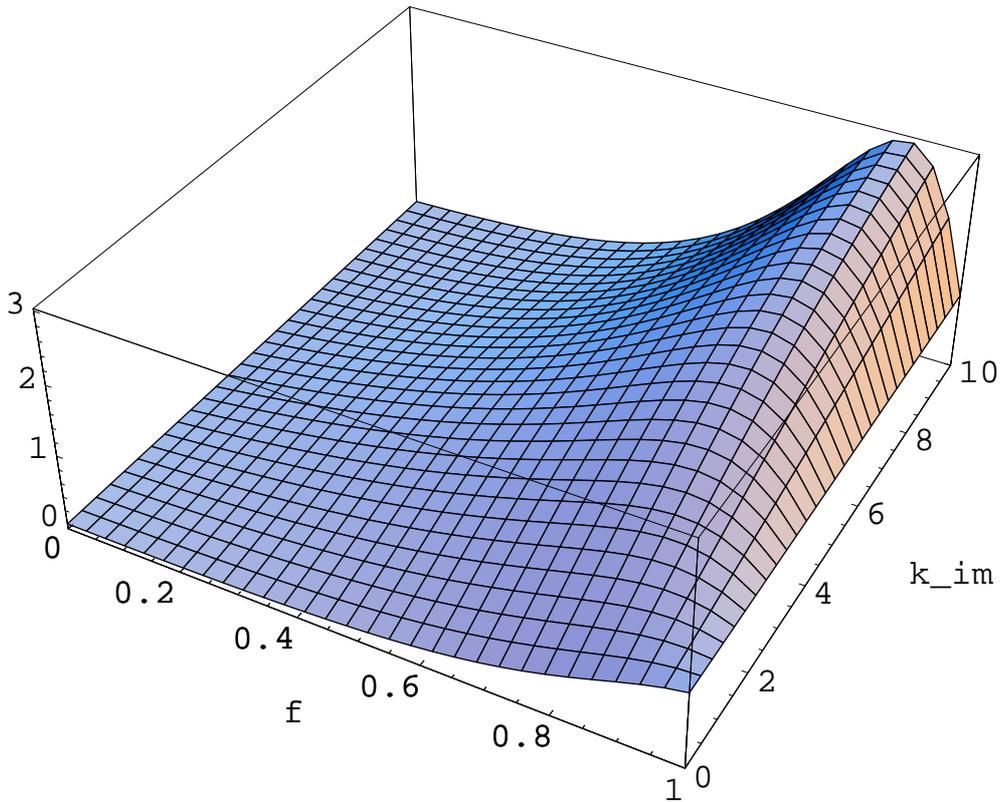


Figure 3: The real part of the effective chirality parameter  $\kappa_{\text{eff}}$  as a function of the volume fraction of the lossy chiral inclusions  $f$  and the imaginary part of the chirality parameter of the chiral inclusion phase. The other inclusion parameters are  $\epsilon_i = 2 - j10$ ,  $\mu_i = 1 - j$ , and  $\kappa_i = 1 - j\kappa_i''$ .

of either of the components (in the figures, the background (relative) permittivity is 1, and that of the inclusions 50). Furthermore, the increase is by no means marginal; it can be severalfold.

A maximum in  $\epsilon'_{\text{eff}}$  can be observed if the imaginary part of the relative permittivity of the inclusion phase is large enough; for example, in the Maxwell Garnett case, it has to obey  $\epsilon''_i > \sqrt{\epsilon_i'^2 + \epsilon_i' - 2}$ . Then a volume fraction of

$$f_{\text{max}} = \frac{(\epsilon_i'^2 + \epsilon_i' - 2)^2 + \epsilon_i''^2[2\epsilon_i'(\epsilon_i' + 1) + 5] + \epsilon_i''^4 - 3\epsilon_i''\sqrt{[(\epsilon_i' - 1)^2 + \epsilon_i''^2][(\epsilon_i' + 2)^2 + \epsilon_i''^2]}}{[(\epsilon_i' - 1)^2 + \epsilon_i''^2][\epsilon_i'^2 + \epsilon_i' + \epsilon_i''^2 - 2]} \quad (1)$$

gives the maximum for the real part of the effective permittivity of the mixture, given these values of the inclusion permittivity.

These examples were for “ordinary” dielectric materials, although superlossy. But what happens if we try to look for analogous phenomena in the magnetoelectric domain? One interesting effect that has not been paid attention before is what emerges when such highly-lossy materials are also allowed to be chiral. Let us look at the effective chirality parameter  $\kappa_{\text{eff}}$  of a mixture where the background is again vacuum and the inclusions spherical. Let the material parameters of the inclusions be  $\epsilon_i = 2 - j10$ ,  $\mu_i = 1 - j$ , and  $\kappa_i = 1 - j\kappa_i''$  with varying imaginary part of the inclusion chirality. (Note that here imaginary parts are forced on the permittivity and permeability for physical, rather than percolatory, reasons: the imaginary part of the chirality parameter for any material is bounded from above by the imaginary parts of the permittivity and permeability [4].) The real part of the effective chirality parameter—calculated according to the Maxwell Garnett mixing model—is illustrated in Figure 3 as a function of the volume fraction  $f$  of the inclusions. An effect is clear that the real part of the chirality parameter can attain higher values in a mixture as compared to the inclusions. Such an effect suggests a possibility to increase the rotatory power of chiral material by mixing it into a nonchiral host.

## References

- [1] A. Serdyukov, I. Semchenko, S. Tretyakov, A. Sihvola, *Electromagnetics of bi-anisotropic materials. Theory and applications*, 337 pages, Gordon and Breach Science Publishers (Electrocomponent Science Monographs), 2001. —For discussion on the historical aspects of the Belorussian electromagnetics school, see, for example [2, 3].
- [2] A. Sihvola, *Beyond yesterday's boundaries. A radioscientific trip to the former Soviet Union*, The Radioscientist, Vol. 3, No. 4, pp. 108-111, December 1992.
- [3] See the introduction and the historical article by L.M. Barkovskii in A. Priou, A. Sihvola, S. Tretyakov, A. Vinogradov (editors): *Advances in Complex Electromagnetic Materials*. NATO ASI Series 3. High Technology, Vol. 28, 396 pp., Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1997.
- [4] I. V. Lindell, A. H. Sihvola, S. A. Tretyakov, A. J. Viitanen, *Electromagnetic waves in chiral and bi-isotropic media*, 332 pp., Boston and London: Artech House, 1994.
- [5] A. Sihvola, *Electromagnetic mixing formulas and applications*. (Electromagnetic Waves Series, Vol. 47, 284 pp.) The Institution of Electrical Engineers, London, 1999. —See also [6] for a discussion of some unintuitive properties in the macroscopic behavior of composite media.

- [6] A. Sihvola, *Possibilities to break classical bounds for the effective permittivity of heterogeneous media*, Proceedings of the 2001 International Symposium on Electromagnetic Theory (URSI), pp. 258-260, May 13-17, 2001, Victoria, Canada.
- [7] D. Stauffer and A. Aharony, *Introduction to percolation theory*, Second Edition, Taylor & Francis, London and Philadelphia, 1994.
- [8] J.C. Maxwell Garnett, *Colours in metal glasses and in metal films*, Transactions of the Royal Society (London), Vol. CCIII, pp. 385-420, 1904.
- [9] D.A.G. Bruggeman, *Berechnung verschiedener physikalischen Konstanten von heterogenen Substanzen*, I. Dielektrizitätskonstanten und Leitfähigkeiten der Mischkörper aus isotropen Substanzen. *Annalen der Physik*, Series 5, Vol. 24, p. 636-679, 1935.

# Electron Iso-Energetic Surface Openness and Helicon Type Wave in Metal

V.R.SOBOL

Institute of Solid State and Semiconductor Physics  
P.Brovka Street, 17, 220072 Minsk, Belarus  
Fax: + 375–172–840888; email: sobol@ifttp.bas-net.by

Belarussian State University of Technology  
Sverdlova Street, 13a, 220050 Minsk, Belarus

## Abstract

The possibility of existence of the electromagnetic wave similar to the helicon type wave is analysed for metal anisotropy single crystal media having an openness of Fermi surface in the transverse direction to an external magnetic field. Usually helicon waves takes place due to specific conductivity tensor having off-diagonal Hall components being of much higher than diagonal these. However for open Fermi surface the only one transverse tensor component along the openness is small before Hall that. On this reason the existence of spiral waves in metal single crystal conductor (for instance copper) is hardly possible when crystallographic direction [111] is strictly orthogonal to wave vector direction being oriented along [110].

## Introduction

The tasks of electromagnetic wave propagation via different media are based on the macroscopic phenomenological Maxwell field equations being supplied with material equations. Material equations are determined with the type of electric conductivity for given frequency range. For metal media the only term should be taken into account is conductivity current. So the magnetostimulated anisotropy of conductivity is an important factor that determines the particle movement. The conductivity behaviour under steady magnetic field action during electromagnetic field excitation in surface layers should be determined from differential kinetic Boltzman equation. Here the phenomenological task of transverse electromagnetic wave excitation in metal single crystal sample is analyzed on the base of tensor connections between electric field component and current density in the approximation of weak spatial dispersion for electron probability distribution function. This approximation is valid for microwave range and also for optical range too.

## Analytical results and discussion

The total base equations for formulated problem are phenomenological these for conducting media having free charges.

$$\operatorname{rot} H = \frac{4\pi}{c} j; \operatorname{rot} E = -\frac{1}{c} \frac{\partial B}{\partial t} \quad (1)$$

Here  $H$ ,  $E$  and  $B$  — vectors of electromagnetic field. From the (1) it follows usual expression for presentation of electromagnetic field properties in metal media

$$\operatorname{grad} \operatorname{div} E - \nabla^2 E = -\frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial j}{\partial t} \quad (2)$$

here  $j$  — vector of conductivity current density. It is connected with components of electric field vector  $E$ . In linear approximation it is admitted to seek the decision in the form of  $\exp(ikr - i\omega t)$ , here  $k$  — wave vector,  $r$  — radius vector of any point in material,  $kr$  — scalar multiplication.

For this problem the matter equations are followed from kinetic equation for electron probability distribution function [1 — 3]. Kinetic equation is to be represented as

$$\left(\frac{1}{\tau} - i\omega\right)\psi + \Omega\psi + ikv = evE \quad (3)$$

here  $\tau$  — time of electron-impurities scattering,  $\Omega$  - Larmor frequency,  $e$  — electron charge,  $\psi$  — non-equilibrium addition to electron function,  $v$  — Fermi velocity. A weak spatial dispersion denotes that a respective last term in the left part of (4) is rather small in comparison with others. Respectively the parameter  $kr_L < 1$ , ( $r_L$  — Larmor radius). Beneath we concretize this approximative conditions and the range of validity for given analysis. For the case of strong external magnetic field the maximal parameter of frequency is Larmor frequency

$$\left|\frac{1}{\tau} - i\omega\right| \ll \Omega \quad (4)$$

The decision of (3) under conditions of (4) is well known and conductivity tensor is to be expressed as a function of parameter  $\gamma = (\tau^{-1} - i\omega)\Omega^{-1}$ [4]:

$$\sigma_{ik} = \sigma_0 \begin{pmatrix} \gamma^2 & \gamma & \gamma \\ -\gamma & 1 & 1 \\ -\gamma & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

here  $\sigma_0$  — static conductivity in zero magnetic field. Following to (2) it is possible to determine characteristic equation system, that represents frequency field in the sample

$$\begin{pmatrix} \left(k_z^2 - \frac{4\pi i\omega\sigma_0}{c^2\gamma^2}\right)E_x - \frac{4\pi i\omega\sigma_0\gamma}{c^2}E_y - \frac{4\pi i\omega\sigma_0\gamma}{c^2}E_z = 0 \\ \frac{4\pi i\omega\sigma_0\gamma}{c^2}E_x + \left(k_z^2 - \frac{4\pi i\omega\sigma_0}{c^2\gamma^2}\right)E_y - \frac{4\pi i\omega\sigma_0}{c^2}E_z = 0 \\ \frac{4\pi i\omega\sigma_0\gamma}{c^2}E_x - \frac{4\pi i\omega\sigma_0}{c^2}E_y - \frac{4\pi i\omega\sigma_0}{c^2}E_z = 0 \end{pmatrix} \quad (6)$$

As a result the wave vector can be represented

$$k_z^2 = \left(\frac{\tau^{-1} - i\omega}{\Omega}\right)^2 \frac{4\pi i\omega\sigma_0}{c^2} \quad (7)$$

For the most simple case the reversal relaxation time is higher of microwave field frequency. This takes place at helium temperatures in materials of large purity. For metals the value  $\tau$  is of the order of  $10^{-10}s$ . It corresponds to resistivity of the order of  $10^{-10}Ohm \cdot cm$  as the  $v$  is of the order of  $10^8 cm \cdot s^{-1}$ . For microwave region ( $\omega \sim 10^9 s^{-1}$ ) it is possible to neglect the influence of the wave frequency on electron properties and the responsibility of matter. The wave vector can be represented as

$$k_z = \frac{1+i}{\sqrt{2}\Omega\tau c} \sqrt{4\pi\omega\sigma_0} \quad (8)$$

Respectively a complex refraction index  $N$  and reflectivity coefficient  $R$  may be written

$$N = \frac{1+i}{\sqrt{2}} \frac{\omega_p}{\Omega\sqrt{\omega\tau}} \quad (9)$$

$$R \simeq 1 - \frac{2\sqrt{2}\omega\tau\Omega}{\omega_p} \quad (10)$$

What is the frequency range being valid for (8), (9), (10). The primary condition of weak spatial dispersion corresponds to the next frequency range which is a microwave that

$$\omega \prec \frac{\Omega^4 c^2 \tau}{\omega_p^2 v^2} \cong 10^{10} s^{-1} \quad (11)$$

So spiral wave of helicon type can not be excited in cubic single crystal metal sample along crystallographic direction [110] on the reason of the existence of isoenergetic surface openness in direction [111].

Another case of frequency range belongs to ( $\omega \sim 10^{11} s^{-1}$ ) and wave vector  $k_z$  for this range of spectrum corresponds to

$$k_z^2 = -\frac{\omega^2}{\Omega^2} \frac{4\pi i \omega \sigma_0}{c^2} \quad (12)$$

For this case the restriction of weak spatial dispersion defines frequency limit as

$$\omega^3 \prec \frac{\Omega^4 c^2}{\omega_p^2 \tau v^2} \cong 10^{31} s^{-3} \quad (13)$$

here  $\omega_p$  — plasmas frequency. The condition (13) determines the similar frequency range as for (11). This condition contradicts a bet to mentioned above frequency. However the approximation of effective small spatial dispersion may be applied for this case because the difference is of the one order in magnitude. Respectively wave vector, refraction index and reflectivity coefficient are to be established as

$$k_z = \frac{(1-i)\omega}{\sqrt{2}\Omega} \frac{\omega_p \sqrt{\omega\tau}}{c} \quad (14)$$

$$N = \frac{(1-i)\omega_p \sqrt{\omega\tau}}{\sqrt{2}\Omega} \quad (15)$$

$$R \cong 1 - \frac{2\sqrt{2}\Omega}{\omega_p \sqrt{\omega\tau}} \quad (16)$$

### Conclusion

The analysis has shown that the spiral electromagnetic waves of helicon type can not be excited in uncompensated metals (for instance copper) along crystallographic direction [110]. Copper has an open Fermi surface along crystallographic direction [111]. On this reason the movement of particle in the plane being orthogonal to an external magnetic field is infinite. Infinite movement of electrons stimulates an anisotropy of conductivity tensor transverse diagonal components and negativity of dielectric penetrability. An incline of direction of wave vector to Fermi surface openness does not exclude the probability of existence of electromagnetic wave in sample volume due to an existence of elongated closed electron orbits. The degree of inclination and the range of necessary magnetic field magnitude demand an additional analysis.

### References

- [1] O. V. Constantinov, V. I. Perel, *On the possibility of passage of electromagnetic waves through metals in strong magnetic field*, Zh. Eksp. Teor. Fiz., **1**, vol. **38**, (1960), 161-164.
- [2] J. F. Cochran, C. A. Shiffman, *Magnetic field dependence of the rf skin depth of gallium*, Phys. Rev., vol. **A140**, (1965), 1678-1688.
- [3] W. R. Wisseman, R. T. Bate, *Second-harmonic generation by damped alfen waves and helicons in anisotropic solid-state plasmas*, Phys. Rev. Lett., vol. **20**, (1968), 1492-1495.
- [4] I. M. Lifshitz, V. G. Peschansky, *Galvanomagnetic characteristics of metals with open Fermi surfaces. II.*, Zh. Eksp. Teor. Fiz., **1**, vol. **38**, (1960), 188-193.

# Low Temperature Microwave Impedance of Aluminum in Orthogonal Magnetic Field

V.R.SOBOL

Institute of Solid State and Semiconductor Physics  
P.Brovka Street, 17, 220072 Minsk, Belarus  
Fax: + 375-172-840888; email: sobol@ifttp.bas-net.by

## Abstract

The real part of surface low temperature impedance of aluminum and copper is analyzed on the base of the data on measurement of Q-factor for coaxial resonator. Microwave impedance (decimeter wave length range) have been tested under an action of strong magnetic field. Temperature range expands from liquid helium point to liquid nitrogen and up to room these. Non-monotonic behaviour of Q-factor in the function of magnetic field for resonator made of pure Al is observed and discussed as quaresonance absorption of field energy by special noncentral electron group of isoenergetic sufrace. The approximation of the free electron dispersion law is attracted to speculate the negativity of surface magnetoresistance of aluminum.

## Introduction

Magnetic field as a factor of an action on to moving charge particle always stimulates the transverse drift due to the direction of Lorentce force. So the probability of particle scattering during its displacement along primary direction increases under the conditions of magnetic field action. This mechanism stimulates the positive magnetoresistance under the charge transfer at steady electric field. Quantum phenomena in condensed matter (for example in metals having magnetic impurities) deliver negative magnetoresistance properties due to spin reverse of magnetic impurities. Here the negativity of surface magnetoresistance of pure aluminum is discussed as a result of quasiclassic manifestation for electron movement in aluminum. The analysis is based on the free electron dispersion law approximation that is rather suitable for closed Fermi surface. The frequency range of electromagnetic field corresponds to the approximation of weak space dispersion of electron probability density distribution function.

## Experiment

Coaxial resonators have been made totally from polycrystalline in structure materials. It should be mentioned that for decimeter wave range (about 70 cm) the volume cavity approach is not suitable and the coaxial system is one of possible that to model microwave properties of materials [1,2]. The length of resonator was about 10 cm, diameter 3,8 cm, so it was able to be placed into inner cylindrical cavity of superconducting solenoid of helium cryostat. Here the magnetic field vector coincides with resonator axis. The special heating devices and temperature monitoring apparatus gave possibility to maintain temperature of system under different levels on the principle of calorimeter functioning. The inhomogeneity of magnetic field via the resonator volume was less of 0.1 % and did not disturb measurement. The transverse electro magnetic standing wave have been excited and controled by magnetic loops being placed in the maximum of magnetic field amplitude. The properties have been studied by the method of frequency-response characteristic.

## Experimental results and discussions

For comparison the experiment have been made by means attraction of two different materials mainly aluminum and copper. The aluminum sample have a much higher initial purity before copper. So the temperature dependences of Q factor for Al resonator lies higher of these for copper resonator under the same conditions on magnetic field (Fig. 1).

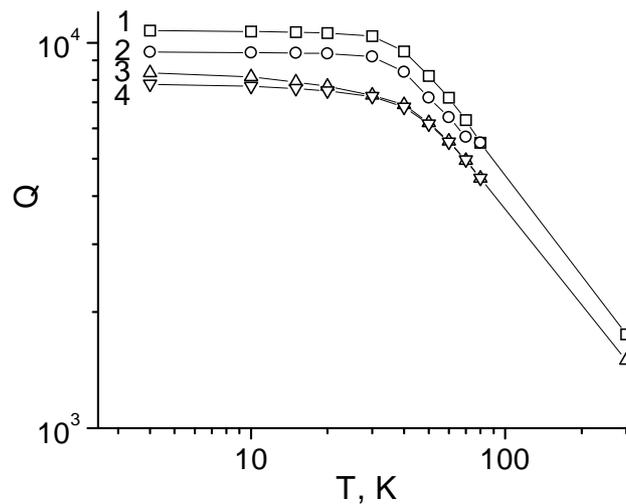


Figure 1: The temperature characteristic of Q-factor for aluminum (1,2) and copper (3,4) resonator under magnetic field  $B$ ,  $T$ : 0 (1, 3); 7 (2, 4).

For the aluminum the behaviour corresponds to Pippard conception of nonlocal connection between field and current [3-5]. Following Pippard only small part of particles, belonged to central section of Fermi surface takes part in efficient absorption of field energy. It should be state that electron free length achieves of skin depth magnitude under the temperature level of 60-70 K. In opposite to aluminum the copper resonator behaviour saturates at temperature of 10 K. This is a result of a less free electron length. Magnetic field increases losses for Al higher in comparison with copper on the reason that the Cu free electron length is about  $10^{-5}$  cm. In this task the electromagnetic field frequency  $\omega = 10^8 - 10^9 s^{-1}$ , electron scattering frequency for aluminum  $\tau^{-1} \simeq 10^9 - 10^{10} s^{-1}$ , and Larmor frequency at magnetic field of 7 - 8 T achieves of  $10^{11} - 10^{12} s^{-1}$ . So all three characteristic parameters of frequency are close on value. Under weak magnetic field the impedance is determined by electron-impurities scattering, and under strong magnetic field the particle dynamics plays significant role. The particle dynamics is represented in Q-factor of Al resonator being the function of magnetic field (Fig.2). Under the temperature range when the reversal relaxation time is higher of Larmor frequency the losses are not susceptible to magnetic field. It is interesting that at liquid helium temperature the weak magnetic field improves the frequency conductivity. In the frame of this task the magnetic field affect only the transverse radial movement of particles on shorting face of resonator. For non-stationary process there are no reasons to neglect the azimuthal component of particle displacement and respective field component [6]. Following mentioned above classical approximations the negativity of surface impedance in magnetic field is possible under resonance phenomena.

Here the resonance energy absorption is stimulated by electron groups having small Larmor radii. These electrons belong to non-central sections of Fermi surface and leave the skin-layer without any scattering. The electrons of central section can drift on its free length to transverse azimuthal direction without effective absorption energy of field. Analyse the magnetic field influence on to frequency conductivity and surface impedance of aluminum in the free electron approximation under conditions when the spatial dispersion of electron probability density distribution function is neglected:  $kr \ll 1$ ; ( $k$  — wave vector,  $r$  — Larmor radius). For the free electron approximation the static conductivity tensor is:

$$\sigma = \sigma_0 \begin{pmatrix} \frac{1}{1 + \beta^2} & \frac{\beta}{1 + \beta^2} & 0 \\ -\frac{\beta}{1 + \beta^2} & \frac{1}{1 + \beta^2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

here  $\sigma_0$  — static conductivity in zero magnetic field,  $\beta = \Omega\tau$ ,  $\Omega$  — Larmor frequency.

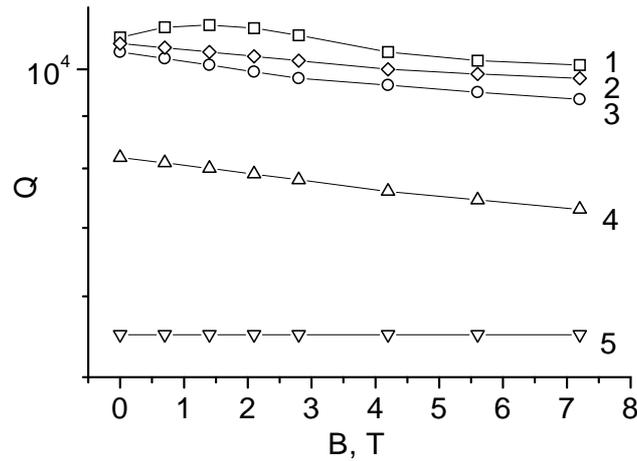


Figure 2: The characteristics of Q-factor for Al resonator in the function of magnetic field at the temperature T, K: 4.2 (1); 15 (2); 30 (3); 50 (4); 80 (5)

To define the magnetic field influence on surface resistance it is necessary to analyse the next determinant

$$\begin{vmatrix} k - \frac{4\pi i \omega \sigma_0}{c^2 (1 + \beta^2)} & -\frac{4\pi i \omega \sigma_0 \beta}{c^2 (1 + \beta^2)} & 0 \\ \frac{4\pi i \omega \sigma_0 \beta}{c^2 (1 + \beta^2)} & k - \frac{4\pi i \omega \sigma_0}{c^2 (1 + \beta^2)} & 0 \\ 0 & 0 & -\sigma_0 \end{vmatrix} = 0 \quad (2)$$

here  $k$  — z-component of wave vector (along an external magnetic field). As a result the dispersion law for field may be represented as

$$k^2 = \frac{4\pi i \omega \sigma_0}{c^2} \frac{1 \pm i\beta}{1 + \beta^2} \quad (3)$$

The reversal surface impedance  $Z$  has to be obtained on the base of wave vector

$$Z^{-1} = \frac{c}{4\pi} \left[ \frac{\omega_p^2 \tau \mp \beta + i}{\omega} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

here  $\omega_p$  — plasmas frequency. So following to (4) it is seen that the reversal surface impedance is a non-monotonic function of magnetic field. At the conditions of  $\beta \leq 1$  the Q-factor is an increasing function of magnetic field.

$$Z^{-1} \simeq \frac{c}{4\sqrt{2}\pi} \omega_p \sqrt{\frac{\tau}{\omega}} \left[ \left( 1 \mp \frac{\beta}{2} \right) + i \left( 1 \pm \frac{\beta}{2} \right) \right] \quad (5)$$

When the condition  $\beta \gg 1$  takes place, the reversal impedance is a drop function.

$$Z^{-1} \simeq \frac{c\omega_p}{4\pi} \sqrt{\frac{\tau}{\omega\beta}} \left[ \pm \left( 1 + \frac{i}{\beta} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

### References

- [1] W. Radlife, J. Gallop, C. Langham C., Microwave cavity made from high temperature superconductor, *Electron Lett.* 17, vol. 24, (1988), 1085-1086.
- [2] S. E. Demyanov, V. R. Sobol, A.A. Drozd, D. V. Pashik, Decimeter-wave impedance measurements of Y- and Tl- based superconductors with and without an external magnetic field, *Bull. Mater. Sci.* 3, vol. 14, (1991), 807-810.
- [3] A. B. Pippard, The surface impedance of superconducting and normal metals at high frequencies, *Proc. Roy. Soc. (London)*, 1026, vol. A191, (1947), 385-395.
- [4] G. E. Reiter, E. H. Sondheimer, The theory of the anomalous skin-effect in metals, *Proc. Roy. Soc. (London)*, 1042, vol. A195 (1948), 336-341.
- [5] R. G. Chambers, The anomalous skin-effect, *Proc. Roy. Soc. (London)*, 1123, vol. A215 (1952), 481-496.
- [6] V. R. Sobol, O. N. Mazurenko, A. A. Drozd, Quasi-two-dimensionality of electrons magnetodynamics in disk samples of Al, *Physics, Chemistry and Application of Nanostructures*, Minsk, (1995), 146-149.

## Сверхразрешение при восстановлении профиля диэлектрической проницаемости оптического волновода по дальнему полю излучения моды

Л.И. Сотская, А.Б. Сотский

Институт прикладной оптики Национальной Академии наук Беларуси  
212793, Могилев, Б-Бирули, 11  
Факс: +375-222-264649; E-mail: ipo@physics.belpak.mogilev.by.

Восстановление функций профиля диэлектрической проницаемости  $\varepsilon(x, y)$  неоднородных оптических волноводов является одной из основных задач интегральной оптики. Среди известных методов восстановления  $\varepsilon(x, y)$  наиболее универсальны методы, основанные на измерении пространственного распределения интенсивности излучения основной волноводной моды из торца волновода [1]. В них осуществляется восстановление поперечной компоненты электрического поля моды  $\psi(x, y)$ , подстановка которого в волновое уравнение дает прямую расчетную формулу для  $\varepsilon(x, y)$  [2]. Наиболее простой способ получения  $\psi(x, y)$  в случае волноводов, имеющих в сечении две ортогональные оси симметрии, мог бы состоять в измерении углового распределения интенсивности излучения моды в дальней зоне с последующим расчетом  $\psi(x, y)$  путем фурье-преобразования корня квадратного из интенсивности. Однако при таком подходе возникает ограничение, вызванное конечностью спектра пространственных частот дальнего поля. В работах [3,4] оно привело к ложным колебаниям функций  $\varepsilon(x, y)$ , исключаящим их однозначное восстановление. Преодоление данного ограничения предполагает аналитическое продолжение фурье-образа поля моды  $\hat{\psi}(k_x, k_y)$  из экспериментального диапазона  $\sqrt{k_x^2 + k_y^2} \leq a < k_a$  ( $k_a$  — волновое число среды) на полную плоскость пространственных частот. Нахождение такого продолжения известно еще как решение проблемы сверхразрешения [5].

В настоящей работе представлен алгоритм аналитического продолжения  $\hat{\psi}(k_x, k_y)$ , применимый для восстановления распределений  $\varepsilon(x, y)$  оптических волокон и волноводов канального типа. Предлагаемый алгоритм представляет собой обобщение результатов работы [6], посвященной исследованию планарных волноводов.

Пусть мода оптического волновода, поляризованная вдоль оси  $0x$ , набегаёт на торец волновода, расположенный в плоскости  $z = 0$  и излучается в полупространство  $z > 0$ , занятое однородной средой с волновым числом  $k_a$  (рис.1). Используя одноволновое приближение [3] в интеграле Зоммерфельда [7], получаем для радиальной составляющей вектора Пойнтинга дальнего поля:

$$S_R(k, \varphi) = 0.5(k_0 Z_0)^{-1} R^{-2} (k_a^2 - k_y^2) |\hat{\psi}(k, \varphi)|^2, \quad (1)$$

$$\hat{\psi}(k, \varphi) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx dy \psi(x, y) \exp(\mathbf{i}k_x x + \mathbf{i}k_y y), \quad (2)$$

где  $k_0 = 2\pi\lambda_0^{-1}$  — волновое число вакуума,  $Z_0$  — волновое сопротивление вакуума,  $k_x = k \cos \varphi$ ,  $k_y = k \sin \varphi$ ,  $k = k_a \sin \theta$ , и фигурируют сферические координаты точки наблюдения  $R$ ,  $\theta$ ,  $\varphi$  (рис.1). В контексте выражений (1) и (2) серьезным препятствием на пути восстановления поля моды  $\varphi(x, y)$  произвольного волновода по измеряемому распределению  $S_R(k, \psi)$  является комплексность функции  $\hat{\psi}(k, \varphi)$ , т.е. известная фазовая

проблема. Однако при наличии в сечении волновода упомянутых элементов симметрии функция  $\hat{\psi}(k, \varphi)$  может быть выбрана вещественной. При фиксированном  $R$  она равна

$$\hat{\psi}(k, \varphi) = C\kappa(k, \varphi)\sqrt{S_R(k, \varphi)(k_a^2 - k_y^2)^{-1}}, \quad (3)$$

где  $C$  — постоянная, а  $\kappa(k, \varphi)$  принимает значения  $\pm 1$ , изменяя свой знак в точках нулевых минимумов функции  $S_R(k, \varphi)$ . В результате  $\psi(x, y)$  допускает расчет посредством применения фурье-преобразования в выражении (2).

С целью восстановления профиля диэлектрической проницаемости волновода воспользуемся скалярным приближением [3], согласно которому  $\psi(x, y)$  является собственной функцией задачи

$$\nabla_x^2 \psi + \nabla_y^2 \psi + k_0^2[\Delta\varepsilon(x, y) - b]\psi = 0, \quad \lim_{x^2+y^2 \rightarrow \infty} \psi = 0, \quad (4)$$

где  $b = k_0^{-2}\beta^2 - \varepsilon_s$ ,  $\beta$  — постоянная распространения моды,  $\varepsilon_s$  — диэлектрическая проницаемость окружающей волновод среды. В (4) использовано представление  $\varepsilon(x, y) = \Delta\varepsilon(x, y) + \varepsilon_s$ . Здесь функция  $\Delta\varepsilon(x, y) \rightarrow 0$  при  $r = \sqrt{x^2 + y^2} \rightarrow \infty$ , причем для существующих технологий получения волноводов она, как правило, допускает оценку

$$|\Delta\varepsilon(x, y)| \leq q \exp(-pr^2), \quad (5)$$

где  $q$  и  $p$  — положительные константы. В согласии с (2), (4),

$$\Delta\varepsilon(x, y) = b + k_0^{-2} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\infty dk k^3 \hat{\psi}(k, \varphi) e \left[ \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\infty dk k \hat{\psi}(k, \varphi) e \right]^{-1}, \quad (6)$$

где  $e = \exp[-\mathbf{i}kr \cos(\varphi' - \varphi)]$  и использованы полярные координаты:  $x = r \cos \varphi'$ ,  $y = r \sin \varphi'$ . Но как следует из (3), функция  $\hat{\psi}(k, \varphi)$  может быть измерена только в диапазоне  $k \leq a$ . В такой ситуации можно попытаться заменить бесконечные пределы интегрирования в (6) на  $a$ . Однако эта замена приводит к упомянутым ложным колебаниям. Исключение указанной трудности предполагает аналитическое продолжение функции  $\hat{\psi}(k, \varphi)$  при фиксированном  $\varphi$  за пределы диапазона  $[0, a]$ .

Для обоснования возможности такого продолжения представим уравнение (4) с учетом (2) в виде

$$\Phi(k) = \hat{\psi}(k, \varphi)(k^2 + k_0^2 b) = \left(\frac{k_0}{2\pi}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx dy \Delta\varepsilon(x, y) \psi(x, y) \exp(\mathbf{i}k_x x + \mathbf{i}k_y y). \quad (7)$$

В согласии с (5), интеграл в правой части (7) сходится равномерно, определяя таким образом целую функцию  $\Phi(k)$  при любом  $\varphi$ . Отсюда следует, что  $\hat{\psi}(k, \varphi)$  является аналитической функцией комплексной переменной  $k$  в полосе  $|\operatorname{Im} k| < k_0 \sqrt{b}$  и в силу своей единственности допускает аналитическое продолжение с отрезка вещественной оси  $[0, a]$  на всю указанную полосу. Однако практическое осуществление такого продолжения составляет некорректную задачу, которая разрешима только при ограничении класса искомых функций [5].

С целью конкретизации вида функций  $\hat{\psi}(k, \varphi)$  применим к (7) неравенство Гельдера. Учитывая (5) и квадратичную интегрируемость функции  $\psi(x, y)$ , находим:

$$|\Phi(k)| \leq q' \exp[|k|^2 (4p)^{-1}].$$

где  $q' > 0$  — постоянная. Таким образом,  $\Phi(k)$  является целой функцией конечного типа и представима в виде равномерно сходящегося бесконечного произведения, содержащего нули  $\Phi(k)$ , равные  $a_i$  ( $i = 1, 2, \dots$ ) [8]. Учитывая наличие плоскостей симметрии в сечении волновода, из (2), (4), (7) нетрудно заключить, что нулями  $\Phi(k)$  наряду с  $a_i$  являются также  $-a_i$ ,  $a_i^*$  и  $-a_i^*$ , где звездочка означает комплексное сопряжение. Это обстоятельство, а также редукция упомянутого произведения в случае четной функции  $\psi(x, y)$  ( $\psi(x, y) = \psi(-x, y) = \psi(x, -y)$ ) приводят к представлению

$$\hat{\psi}(k, \varphi) = (k^2 + k_0^2 b)^{-1} \exp(-\alpha(\varphi)k^2) \sum_{i=1}^n C_i(\varphi) k^{2(i-1)}, \quad (8)$$

где  $\alpha(\varphi) > 0$ ,  $C_i(\varphi)$  — вещественные функции  $\varphi$ ,  $n$  — порядок редукции.

Выражение (8) относится к волноводам, окруженным однородной средой, т.е. к волноводам типа оптических волокон. Исследование же волноводов канального типа, внедренных в приповерхностную область диэлектриков, предполагает их искусственную симметризацию за счет использования зеркальной поверхности, приводимой в контакт с поверхностью волновода (рис.1) [4,6]. В этом случае  $\psi(x, y) = \psi(-x, y)$ ,  $\psi(x, y) = -\psi(x, -y)$ , и аналогом (8) является

$$\hat{\psi}(k, \varphi) = (k^2 + k_0^2 b)^{-1} \exp[-\alpha(\varphi)k^2] \sum_{i=1}^n C_i(\varphi) k^{2i-1}. \quad (9)$$

Для определения фигурирующих в (8), (9) величин  $b$ ,  $\alpha(\varphi)$ ,  $C_i(\varphi)$  по распределению  $\hat{\psi}(k, \varphi)$  вида (3) эффективен метод наименьших квадратов, детали которого описаны в [6]. После нахождения названных величин выражения (8), (9) дают искомое аналитическое продолжение функции  $\hat{\psi}(k, \varphi)$ , погрешность которого при отсутствии измерительного шума равномерно снижается с ростом порядка редукции  $n$ . Эта зависимость продемонстрирована ниже. Вместе с тем при наличии шума возникает проблема выбора оптимального  $n$  в (8), (9). Ее решение, основанное на теории проверки статистических гипотез, аналогично представленному в [6]. Таким образом, выполнив построение функций (8), (9) по предложенному алгоритму при значениях  $\varphi = j \Delta \varphi$ , где  $j = 1, 2, \dots, m$ ,  $\Delta \varphi = \pi(2m)^{-1}$  и затем численно рассчитав интегралы в (6), мы придем к однозначному восстановлению искомой функции  $\Delta \varepsilon(x, y)$ .

Эффективность изложенного подхода проверена на тестовых примерах восстановления профилей диэлектрической проницаемости одномодовых оптических волокон и канальных волноводов. В них использованы точные функции  $S_R(k, \varphi)$ , полученные путем численного решения интегрального уравнения, эквивалентного задаче (4) [9]. Типичные результаты восстановления представлены на рис.2. Они относятся к одномодовому (при  $\lambda_0 = 0.6328 \mu\text{м}$ ) диффузионному канальному волноводу, описываемому моделью

$$\Delta \varepsilon(x, y) = 0.0125 \exp[-(yw^{-1})^2] [\operatorname{erf}(xw^{-1} + 0.5F) - \operatorname{erf}(xw^{-1} + 0.5F)],$$

и получены при  $w = 2.23 \mu\text{м}$ ,  $F = 2$  и  $\theta_{max} = 0.2$  (последнее значение соответствует диапазону изменения отношения  $S_R(k, \varphi) [S_R(k, \varphi)]_{max}^{-1} \sim 30 \text{дБ}$ ). Согласно рис.2, предложенный алгоритм аналитического продолжения  $\hat{\psi}(k, \varphi)$  позволяет восстановить функцию  $\Delta \varepsilon(x, y)$  с субволновым разрешением уже при выборе порядка редукции  $n \geq 3$ .

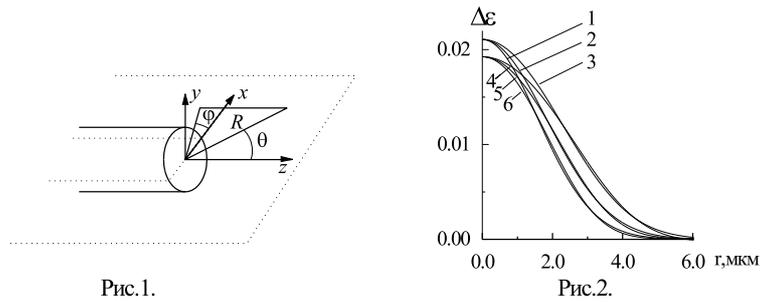


Рис.1.

Рис.2.

Рис. 1: Исследуемая структура. Пунктир — вспомогательная зеркальная поверхность в случае канального волновода, расположенного в области  $y > 0$ . Рис.2. Восстановление профиля  $\Delta\varepsilon(x, y)$  диффузионного канального волновода. Зависимости 1, 4 соответствуют  $\varphi = 0.5\pi$ ; 2,5 —  $\varphi = 0.25\pi$ ; 3,6 —  $\varphi = 0$ . Кривые 4-6 получены при  $n = 1, 2$ . Кривые 1-3 — точные функции и результаты восстановления, относящиеся к  $n \geq 3$ .

Работа выполнена при поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований.

**Abstract.** The algorithm of analytical continuation of Fourier transform of an optical waveguide mode field is proposed. The algorithm is shown permits to reconstruct the permittivity profiles of optical fibers and channel waveguides from the mode far field pattern with subwavelength resolution.

### Литература

- [1] S.Hosain, et al, *Fiber and Integr. Opt.*, vol. 14 (1995), 89–107.
- [2] L.McCaughan, E.E.Bergman, *J. Lightwave Technol.*, vol.1 (1983) 241-244.
- [3] W.Freude, A.J.Sharma, *Lightwave Technol.*, vol.3 (1985), 628–634.
- [4] А.Б.Сотский, А.В.Хомченко, Л.И.Сотская, *Радиотехника и электроника*, том. 39, (1994) 1591–1604.
- [5] Г.П. Болтс, *Обратные задачи в оптике*, Москва, Машиностроение (1984).
- [6] А.Б.Сотский, Л.И.Сотская, *Оптика и спектроскопия* (в печати).
- [7] А.Зоммерфельд, *Оптика*, Москва, И.Л. (1953).
- [8] М.А.Лаврентьев, Б.В.Шабат, *Методы теории функций комплексного переменного*, Москва, Наука (1973).
- [9] A.V.Sotsky, L.I.Sotskaya, *Opt. and Quant. Electron.*, vol.31 (1999), 733–749.

## Интегрально-оптические датчики электрического поля на основе кристалла ниобата лития: теоретические аспекты чувствительности

А.Б.Сотский, И.У.Примак, Л.И.Сотская

Институт прикладной оптики НАН Беларуси Могилев 212793, ул. Б.-Бирули, 11  
Tel./Fax +375(222) 264649 E-mail: ipo@physics.belpak.mogilev.by

Измерение напряженностей и пространственной ориентации электрических полей является одним из важных приложений оптических датчиков. Среди устройств такого рода особый интерес, благодаря своей компактности и простоте включения в волоконно-оптический тракт, представляют интегрально-оптические датчики, в которых используется линейный электрооптический эффект [1-3]. Их основным элементом служит волноводный интерферометр Маха-Цендера, преобразующий фазовую модуляцию света в амплитудную. Однако в известных датчиках достижение необходимой асимметрии условий для плеч интерферометра предполагает либо использование внешней антенны [1,2], либо создание сложных волноводных конфигураций, обеспечивающих различную для каждого из плеч глубину проникновения поля волноводной моды в электрооптический материал [3]. В последнем случае существенной асимметрии добиться не удастся, что приводит к сравнительно низкой чувствительности измерений ( $\sim 10^6$   $^{-1}$ ).

В настоящей работе исследованы более эффективные устройства, в которых нарушение симметрии детектируемого поля и его усиление достигаются за счет пространственного разделения заряда в системе свободных планарных электродов.

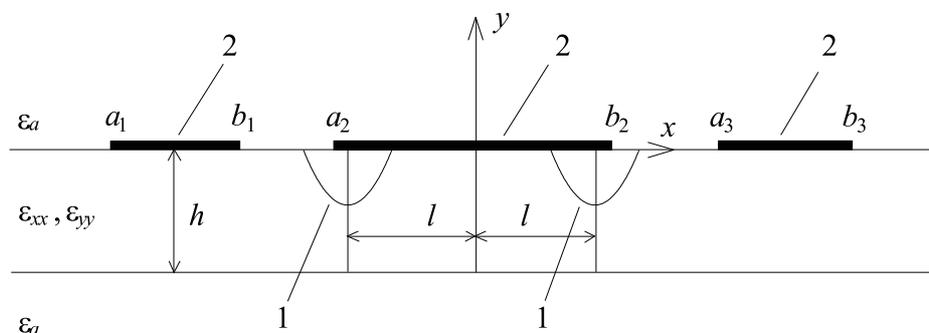


Рис. 1: Поперечное сечение активной области датчика: 1-волновод, 2-электроды.

Поперечное сечение активной области рассматриваемых устройств представлено на рис.1. Данная область включает пластину кристалла ниобата лития  $Z$ -среза толщины  $h$ , окруженную однородной средой с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_a$ . Значение  $h$  предполагается много меньшим размеров кристалла в  $x$ - и  $z$ -направлениях. В качестве плеч интерферометра используются одномодовые диффузионные каналные волноводы, в которых для минимизации поглощения света материалом электродов рабочими являются моды квази-ТЕ поляризации. На поверхности кристалла  $y = 0$  расположены свободные (т.е. не подключенные к какому-либо источнику напряжения и имеющие нулевые полные заряды) параллельные электроды. Электроды предполагаются бесконечно тонкими (их толщина много меньше ширины) и имеющими в  $z$ -направлении длину  $L$ , удовлетворяющую условию  $L \gg 2c$ , где  $2c$ —ширина электродной системы в  $x$ -направлении. В описанной конфигурации разность фаз мод на выходе активной

области интерферометра дается выражением [4, 5]

$$\Delta\Phi = 0.5LR_{13}\varepsilon_o^{1.5} \int_{-\infty}^0 dy \int_{-\infty}^{\infty} dx [u^2(x-l, y) - u^2(x+l, y)] E_y(x, y) \left[ \int_{-\infty}^0 dy \int_{-\infty}^{\infty} dx u^2 \right]^{-1}. \quad (1)$$

Здесь  $k_0 = 2\pi\lambda_0^{-1}$ —волновое число вакуума,  $R_{13}$ —компонента электрооптического тензора кристалла,  $\varepsilon_o$ —диэлектрическая проницаемость кристалла для волн обыкновенной поляризации,  $E_y(x, y)$ —составляющая управляющего электрического поля,  $x = \pm l$ — координаты центров волноводов,  $u(x, y)$ —собственная функция скалярной волноводной задачи

$$\nabla_x^2 u + \nabla_y^2 u + [k_0^2(\varepsilon_o + \Delta\varepsilon f(x, y)) - \beta^2]u = 0, \quad u|_{y=0} \equiv 0, \quad \lim_{x^2+y^2 \rightarrow \infty} u = 0, \quad (2)$$

где  $\Delta\varepsilon f(x, y)$  — функция профиля диэлектрической проницаемости волновода,  $\beta$ — постоянная распространения моды. Заметим, что пределы интегрирования в (1) распространены до бесконечности в предположении локализованного распределения  $u(x, y)$ .

Допустим, что датчик помещен в постоянное электрическое поле  $\mathbf{E}^{(0)}$ . При описанных ограничениях электрическое поле в системе, равное  $\mathbf{E} = -\nabla\varphi$ , описывается двумерным уравнением Пуассона

$$\nabla_x \varepsilon_{xx} \nabla_x \varphi + \nabla_x \varepsilon_{yy} \nabla_y \varphi = -\sigma(x)\delta(y). \quad (3)$$

Здесь  $\varepsilon_{xx}(y)$ ,  $\varepsilon_{yy}(y)$ —компоненты статического тензора диэлектрической проницаемости слоистой среды,  $\delta(y)$ —дельта-функция Дирака,  $\sigma(x)$  — поверхностная плотность зарядов, отличная от нуля только на отрезках оси  $0x$ , занятых электродами.

В соответствии с (3), поле  $\mathbf{E}$  может быть представлено в виде суммы  $\mathbf{E} = \mathbf{E}^{(1)} + \mathbf{E}^{(2)}$ , где  $E_x^{(1)} = E_x^{(0)}$ ,

$$E_y^{(1)} = E_y^{(0)} \quad y > 0, y < -h, \quad E_y^{(1)} = \varepsilon_a \varepsilon_{yy}^{-1} E_y^{(0)} \quad -h < y < 0, \quad (4)$$

$$E_{x,y}^{(2)}(x, y) = \sum_{i=1}^n \int_{a_i}^{b_i} G_{x,y}(x-x', y) \sigma(x') dx', \quad (5)$$

$n$ —число электродов,  $a_i, b_i$ —координаты краев  $i$ -го электрода,  $G_{x,y}$ —функции источника для слоистой среды, явный вид которых можно найти, например, в [6]. Из равенства  $E_x^{(0)} + E_x^{(2)} = 0$  на электродах следуют интегральные уравнения относительно функций  $\sigma_i(x)$ :

$$\sum_{i=1}^n \int_{a_i}^{b_i} G_x(x-x', 0) \sigma_i(x') dx' = -E_x^{(0)}, \quad x \in (a_j, b_j), \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad (6)$$

где  $\sigma_i(x) = \sigma(x)$  при  $x \in (a_i, b_i)$ .

Согласно (1),(4),(5), вклад в величину  $\Delta\Phi$  дает лишь составляющая электрического поля  $E_y^{(2)}$ , которая, в силу существования резольвенты системы (6) [6], пропорциональна  $E_x^{(0)}$ . Таким образом, рассматриваемыми датчиками регистрируется только величина  $E_x^{(0)}$ . Оценка чувствительности соответствующих измерений предполагает решение системы (6). В [7] обоснован способ ее приближенного интегрирования, согласно которому в области кристалла

$$E_x^{(2)}(x, y) = E_{x_o}^{(2)}(x, -qy) + \sum_{j=1}^{\infty} \Delta^j \{E_{x_o}^{(2)}[x, q(2hj-y)] - E_{x_o}^{(2)}[x, q(2hj+y)]\}, \quad (7)$$

$$E_y^{(2)}(x, y) = -q \left\{ E_{yo}^{(2)}(x, -qy) + \sum_{j=1}^{\infty} \Delta^j [E_{yo}(x, q(2hj - y)) + E_{yo}(x, q(2hj + y))] \right\}, \quad (8)$$

$$q = \sqrt{\varepsilon_{xx}\varepsilon_{yy}^{-1}}, \quad \Delta = (1 - \sqrt{\varepsilon_{xx}\varepsilon_{yy}\varepsilon_a^{-1}})(1 + \sqrt{\varepsilon_{xx}\varepsilon_{yy}\varepsilon_a^{-1}}),$$

где функции  $E_{x,y,o}^{(2)}(x, y)$  равны функциям  $E_{x,y}^{(2)}(x, y)$  для электродной системы датчика, расположенной в вакууме. Данные функции имеют вид [8]

$$E_{xo}^{(2)}(x, y) = -\text{Re}F, \quad E_{yo}^{(2)}(x, y) = \text{Im}F, \quad F = \sum_{j=1}^n \int_{a_j}^{b_j} \bar{\sigma}(x')(x' - \zeta)^{-1} dx', \quad (9)$$

где  $\zeta = x + iy$ , а нормированные плотности заряда  $\bar{\sigma}_j(x)$  подчиняются системе сингулярных интегральных уравнений

$$E_x^{(0)} = \lim_{y \rightarrow +0} \text{Re} \sum_{i=1}^n \int_{a_i}^{b_i} \bar{\sigma}_i(x')(x' - \zeta)^{-1} dx', \quad x \in (a_j, b_j), \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad (10)$$

техника интегрирования которой изложена в [9].

Приведем результаты исследования датчика в случае симметричной трехэлектродной системы, изображенной на рис.1. Пусть  $b_3 = -a_1 = c$ ,  $a_3 = -b_1 = b$ ,  $b_2 = -a_2 = a$ . Тогда, в соответствии с (7)-(10), компонента  $E_x^{(2)}$  является четной, а  $E_y^{(2)}$  — нечетной функциями  $x$ . Графики функций  $E_x^{(2)}(x)$  и  $E_y^{(2)}(x)$ , рассчитанные на основании (8)-(11) при значениях  $\varepsilon_{xx} = 43$ ,  $\varepsilon_{yy} = 29$ ,  $ha^{-1} = 200$ ,  $ba^{-1} = 1.333$ ,  $ca^{-1} = 135$ ,  $ya^{-1} = -0.11$ , представлены на рис.2а. Их вид свидетельствует о том, что наличие свободных электродов приводит к существенному локальному усилению напряженности поля в области кристалла.

В рассматриваемом случае разность фаз  $\Delta\Phi = k_0 L \varepsilon_o \sqrt{\varepsilon_o} R_{13} E_x^{(0)} \Gamma$ , где

$$\Gamma = \int_{-\infty}^0 dy \int_{-\infty}^{\infty} dx E_y^{(2)}(x, y) (E_x^{(0)})^{-1} u^2(x - l, y) \left[ \int_{-\infty}^0 dy \int_{-\infty}^{\infty} dx u^2(x, y) \right]^{-1}.$$

Результаты расчета интеграла перекрытия полей  $\Gamma(l)$  приведены на рис.2б. Они получены после решения задачи (2) методом вариационного разделения переменных [10] при  $\Delta\varepsilon = 0.046$ ,  $\lambda_0 = 0.6328$  мкм,  $a = 15$  мкм,  $b = 20$  мкм,  $c = 2020$  мкм,  $h = 3000$  мкм и соответствуют модели [10]

$$f(x, y) = 0.5 \exp[-(yw^{-1})^2] [\text{erf}(xw^{-1} + 0.5F) - \text{erf}(xw^{-1} - 0.5F)],$$

в которой выбраны  $F = 2$ ,  $w = 1.65$  мкм. Как видно из рис.2б, существует оптимальное взаимное расположение электродов и волноводов. При оптимальном  $l = 0.92a$  имеем  $\Gamma = 27.3$ . Этому значению при  $L = 2 \cdot 10^4$  мкм,  $\varepsilon_o = 5.2$ ,  $R_{13} = 8.6 \cdot 10^{-6-1}$  соответствует  $\Delta\Phi = K E_x^{(0)}$ , где  $K = 665.7^{-1}$ . Отсюда, задаваясь минимальной регистрируемой разностью фаз  $\Delta\Phi = 10^{-3}$  [11], получаем оценку чувствительности  $[E_x^{(0)}]_{\min} \sim 1.5^{-1}$ . При детектировании гармонических полей указанное значение  $\Delta\Phi$  может быть снижено на три порядка [1]. В этом случае величина  $[E_x^{(0)}]_{\min} \sim 1.5 \cdot 10^{-3-1}$  находится на уровне чувствительности интегрально-оптических датчиков с внешней антенной [1,2].

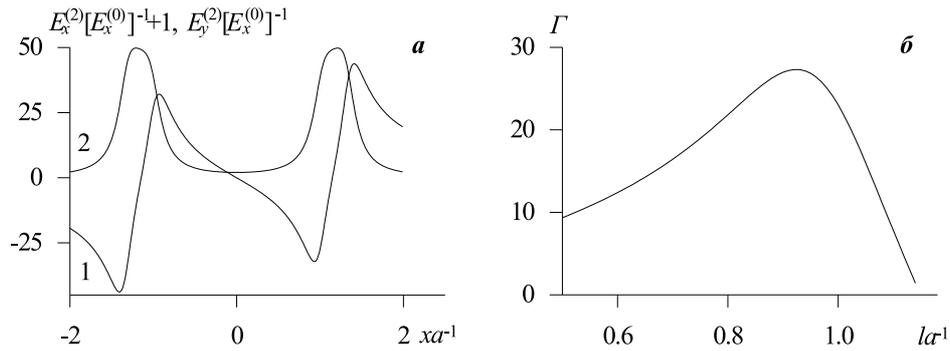


Рис. 2: а : напряженность электрического поля в области кристалла при  $y = -0.11a$ . Кривые 1-зависимости  $E_y^{(2)}(x)$ , 2-зависимости  $E_x^{(2)}(x)$ , б : зависимость  $\Gamma$  от  $l$ .

Таким образом, использование свободных планарных электродов позволяет создать эффективный интегрально-оптический датчик электрического поля. Приведенные значения его чувствительности имеют лишь оценочный характер. Они могут варьироваться в широких пределах за счет выбора конфигурации электродной системы.

**Abstract.** New schemes of electric field strength and direction sensors containing channel optical waveguides and planar electrode systems located on a lithium niobate crystal surface are proposed. An effect of amplification of a detected signal due to redistribution of a charge density in the electrode systems is predicted. The problem of sensitivity of the Mach-Zehnder interferometric sensors based on an electrooptic effect in titan-diffused channel waveguides is studied in details.

### Литература

- [1] С.Н.Булмер // Appl. Phys. Lett. 1988. Vol.53. N24. P.445-447.
- [2] А. К.Никитин, А.А.Тищенко, А.И.Черняй //Зарубежная радиоэлектроника. 1990. N10. С.14-30.
- [3] N.A.F.Jaeger, L. Young // J. Lightwave Technology. 1987. Vol. LT-5. N6. P.745-750.
- [4] А.М.Гончаренко, А.Б.Сотский // Докл. АН БССР. 1978. Т.22. N9. С.788-790.
- [5] Ю.С.Кузьминов, *Кристалл ниобата лития*, М.: Наука, 1987. 264 с.
- [6] М.Кobayashi // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 1978. Vol. MTT-26. N2. P.119-126.
- [7] А.В.Sotsky, L.I.Sotskaya, V.I.Sivucha //Proc. SPIE. 1993. Vol.1932. P.275-296.
- [8] В.И.Вольман, Ю.В.Пименов, *Техническая электродинамика*, М.: Связь, 1971. 475с.
- [9] С.Г.Михлин, *Интегральные уравнения*, М.: ГИИТЛ, 1949. 380с.
- [10] А.Б.Сотский, Л.И.Сотская, Ю.Д.Столяров // Радиотехника и электроника. 1989. Т.34. N6. С.1158-1165.
- [11] W.Lukosz // Sensors and Actuators. 1995. Vol. B29. P.37-50.

## Временная эволюция дифракционных характеристик голограмм в фотополимерах

В.В.СЫСУЕВ, Е.А.ДОВОЛЬНОВ, С.Н.ШАРАНГОВИЧ

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники,  
634050, Томск пр. Ленина, 40, тел. 8(3822) 41-36-43, e-mail shr@svch.rk.tusur.ru

В настоящее время в мире активно ведутся работы по изучению фотополимеров. Для этого были созданы математические модели, основанные на уравнениях Лоренса-Лоренца и нелинейных соотношениях теории фотополимеризации, описывающие процессы записи и считывания голограмм и позволяющие оценить частотную селективность голограмм, записанных плоскими волнами и гауссовыми пучками света [1,2].

Эти модели содержат ряд параметров, таких, как время полимеризации, время диффузии мономера, максимальное приращение показателя преломления и другие, численное значение которых неизвестно. По имеющимся результатам экспериментов, полученным в других лабораториях, определить эти параметры оказалось невозможно из-за недостатка данных.

В данной работе приведены результаты экспериментальных исследований кинетики записи высокоэффективных голограмм в фотополимерных материалах и их сопоставление с ранее развитой теоретической моделью. Пространственно-временное распределение амплитуды записываемой решетки показателя преломления:

$$n_1(\tau) = n_{1p}(\tau) + n_{1i}(\tau), \quad (1)$$

где первое слагаемое  $n_{1p}$  дает прямой вклад в амплитуду решетки реакции полимеризации, тогда как второе  $n_{1i}$  - обусловлено вытеснением мономером инертной компоненты и пропорционально  $\delta n_i$

$$n_{1p}(\tau) = \delta n_p \left\{ f(\tau) + \int_0^{\tau_y} b \exp \left[ -s \left\{ 1 - (1 + 2\tau'/\pi)^{-2} \right\} \right] f(\tau') d\tau' \right\}, \quad (2)$$

$$n_{1i}(\tau) = \delta n_i \int_0^{\tau_y} b \exp \left[ -s \left\{ 1 - (1 + 2\tau'/\pi)^{-2} \right\} \right] f(\tau') d\tau' \quad , \quad (3)$$

$$f(\tau) = \frac{8}{3\pi} \frac{1}{(1 + 2\tau/\pi)^{14/5}} \int_0^{\tau} \frac{d\tau'}{(1 + 2\tau'/\pi)^{1/5}} \exp \left[ - \int_{\tau'}^{\tau^{\odot}} b d\tau'' \right]. \quad (4)$$

Отметим, что при малых  $\tau \ll 1$  величина  $\delta n_p$  будет

$$n_{1p} = \frac{8}{3\pi} \delta n_p \tau + \frac{4}{\pi^2} \left[ \frac{\pi}{3} b \delta n_i - \frac{58}{15} \delta n_p \right] \tau^2, \quad (5)$$

тогда как  $n_{1i}$  является квадратичной функцией по  $\tau$ . В области  $\tau \gg 1$  временные зависимости  $n_{1p}$  и  $n_{1i}$  совпадают. Амплитуда решетки в стационарном режиме ( $\tau \rightarrow \infty$ ) будет

Исследования проводились на автоматизированном стенде, сопряженном с ЭВМ и позволяющем записывать голограммы под различными углами, а также исследовать изменение их дифракционных характеристик в процессе записи. Экспериментальная установка состояла из следующих частей: одномодового Ge-Ne лазера типа ЛНГ-207 мощностью 1 мВт, двух затворов, интерферометра, поворотного стола, узла крепления образца с образцом фотополимера. Запись проводилась двумя пучками лазера, под различными углами (10, 20, 30, 40 градусов). Измерения для каждого угла записи проводились в шести образцах фотополимера, предоставленных ИОХ СО АН РФ (г. Новосибирск). После исследований образцы с записью были убраны на хранение.

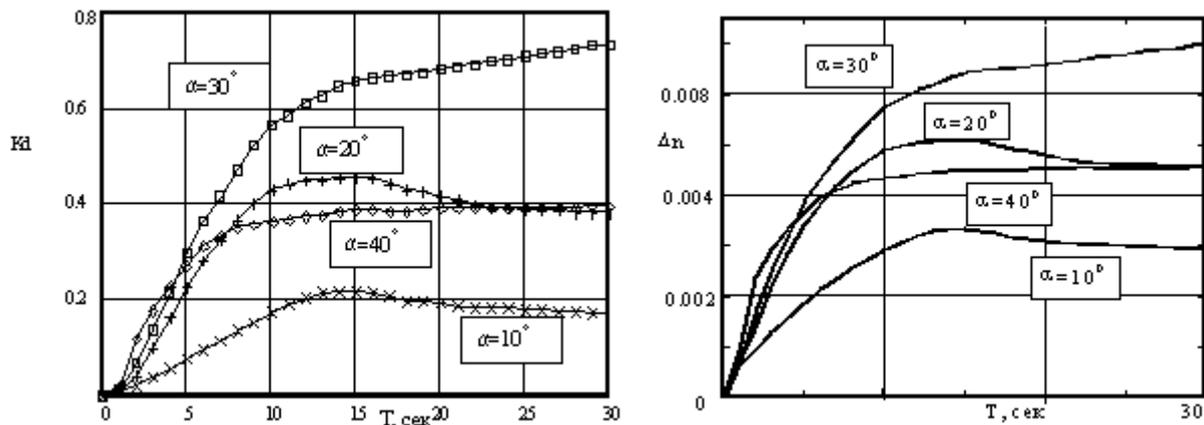


Рис. 1: Динамика коэффициента дифракции  $K_d$  (экспериментальные данные) и амплитуды решетки показателя преломления  $\Delta n$  при разных углах записи.

Графики динамики получены из графиков динамики коэффициента эффективности дифракции  $K_d$  путем пересчета по формуле Когельника. Систематическая погрешность состояла из ошибки 16-разрядного АЦП плюс ошибка шкалы измерения. Случайная ошибка измерений определялась для 6 опытов при коэффициенте Стьюдента  $t = 3$  и доверительной вероятности  $\alpha = 0.96$ . Суммарная относительная погрешность измерений составила 5.2%. При малых эффективностях дифракции (менее 10%) имеется возможность получить параметры математической модели в первом приближении, как это показано в [1]. Полученные результаты приведены в таблице 1 ( $T_p$ - характеристическое время полимеризации,  $D_m$ - коэффициент диффузии,  $\delta n_p$  вклад в  $\Delta n$  за счет полимеризации и  $\delta n_i$  - за счет вытеснения инертной компоненты мономером).

Таблица 1

$\alpha$ , угол	$2 \delta n_p$	$\delta n_{st}$	$T_p$	$b_1$	$b$	$\delta n_i$	$T_m$ , сек	$D_m$
10 °	$2 \times 10^{-2}$	$2.94 \times 10^{-3}$	21.33	-	-	-	-	-
20 °	$2 \times 10^{-2}$	$4.56 \times 10^{-3}$	24.38	0.86	0.55	$2.91 \times 10^{-3}$	44.35	$1.88 \times 10^{-11}$
30 °	$2 \times 10^{-2}$	$6.98 \times 10^{-3}$	28.47	1.69	1.07	$1.2 \times 10^{-3}$	26.54	$1.41 \times 10^{-11}$
40 °	$2 \times 10^{-2}$	$4.57 \times 10^{-3}$	17.52	0.95	0.61	$1.22 \times 10^{-3}$	28.97	$7.42 \times 10^{-12}$
среднее			23.46			$1.78 \times 10^{-3}$	33.29	$1.34 \times 10^{-11}$

Полученные данные качественно согласуются с результатами других исследований [3]. При подстановке полученных параметров в математическую модель динамики записи [1, 2] в области больших эффективностей дифракции (более 80%) расхождение экспериментальных и теоретических кривых составило не менее 24%. Для уточнения параметров математической модели мы воспользовались методом градиентного спуска, приняв данные таблицы 1 за первое приближение. Уточненные таким образом пара-

метры математической модели приведены в таблице 2.

**Таблица 2**

$\alpha$ , угол	$\delta n_p$	$T_p$	$\delta n_i$	$D_m$
10 °	$1.5 \times 10^{-2}$	21	$1.78 \times 10^{-3}$	$1 \times 10^{-11}$
20 °	$2.4 \times 10^{-2}$	19	$1.78 \times 10^{-3}$	$0.2 \times 10^{-11}$
30 °	$2.8 \times 10^{-2}$	20	$1.78 \times 10^{-3}$	$1.1 \times 10^{-11}$
40 °	$1.8 \times 10^{-2}$	9	$1.7 \times 10^{-3}$	$1.3 \times 10^{-11}$
среднее	$2.13 \times 10^{-2}$	17.25	$1.76 \times 10^{-3}$	$0.9 \times 10^{-11}$

На рисунке 2 показаны результаты совмещения экспериментальных и теоретических зависимостей кинетики записи, полученных на основе параметров табл.2. Как видно, среднеквадратическое расхождение составляет не более 4 %.

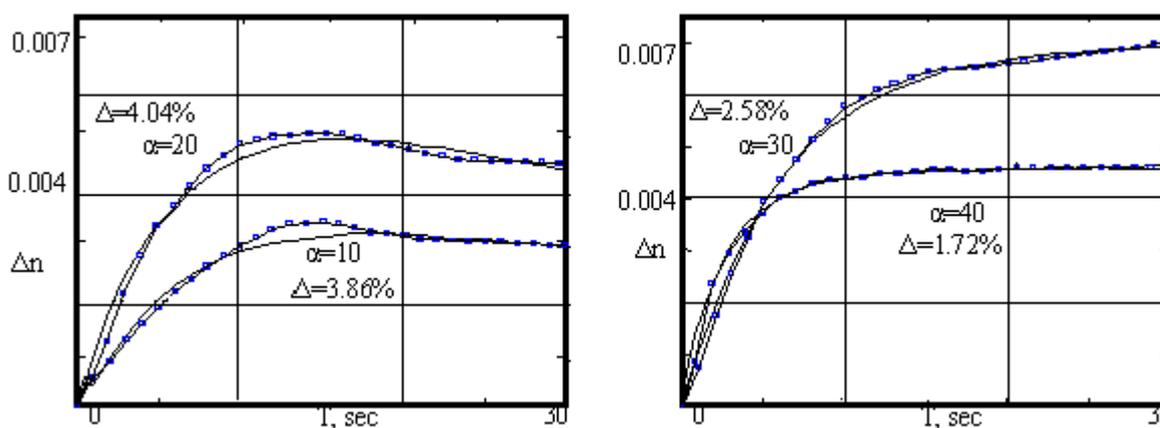


Рис. 2: Совмещение экспериментальных и расчетных (сплошные кривые) зависимостей кинетики записи голограмм в фотополимере при разных углах записи.

Таким образом, представленные результаты экспериментальных исследований и полученные на их основе параметры математической модели записи голографических решеток в фотополимерных материалах свидетельствуют о возможности использования развитой в работе [2] теории записи голограмм в голографических фотополимерных материалах как при малых, так и больших эффективностях дифракции. Полученные результаты могут быть использованы для оптимизации процессов записи голограмм в фотополимерах и при создании частотно-избирательных элементов спектральных мультиплексоров.

Через год после проведения первых экспериментов образцы с записью были вновь взяты для исследований по предмету изменения дифракционных характеристик записанных год назад голограмм. Каждый образец с голограммой исследовался 6 раз для получения достоверных результатов, которые затем пересчитывались в дифракционные характеристики: коэффициент дифракции  $K_{\text{диф}}$  и нормированный коэффициент дифракции  $K_{\text{диф норм}}$  (для оценки угловой селективности). На рис.3 представлены графики зависимости  $K_{\text{диф}}$  от угла считывания для голограмм, записанных под разными углами в 2000 году (а), и исследуемых через год хранения т.е. в 2001 году (б).

Из полученных данных видно, что увеличилась эффективность дифракции. Это можно объяснить тем, что голограмма не была закреплена тепловым либо световым излучением, т.е. вне области записи в полимере остался неизрасходованный мономер, что стало причиной проявления эффектов оптического и темнового усиления голографических решеток.

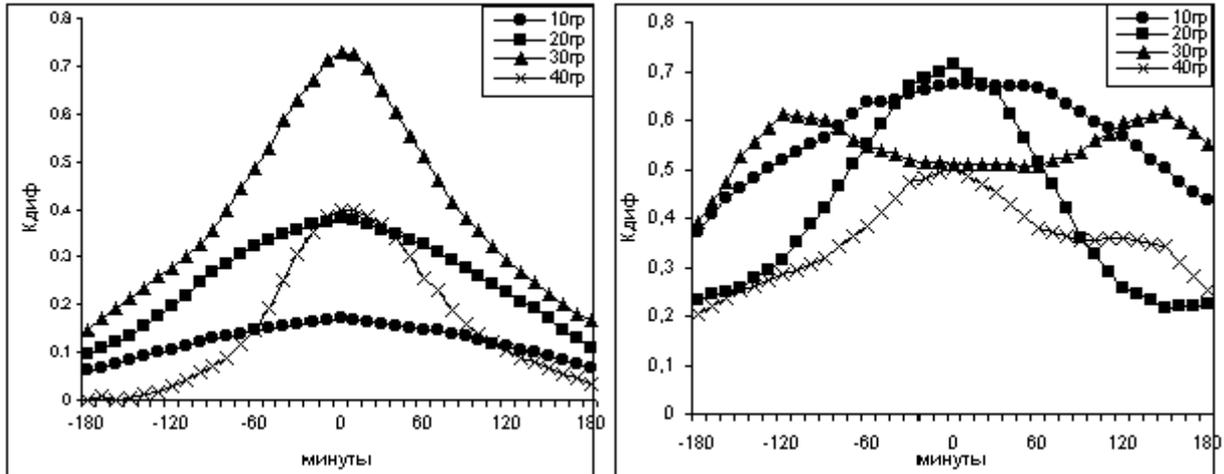


Рис. 3: Графики зависимости  $K_{\text{диф}}$  от угла для голограмм, записанных под разными углами, полученные в 2000 году (а) и 2001 году (б).

Так как запись голографической решетки складывается из двух составляющих, как это видно из (1), то данные эффекты можно объяснить следующим образом.

В процессе записи голограммы мономер полностью использовался в области голограммы. Так как область голограммы много меньше площади образца, то с течением времени при долговременном хранении мономер вследствие его градиента концентрации диффундирует в область записи. Вследствие этого в области записанной голографической решетки происходит перераспределение компонент фотополимерной композиции. В результате вытеснения инертной компоненты из минимумов в максимумы решетки увеличивается ее амплитуда, т.е. наблюдается **эффект темнового усиления**. **Эффект оптического усиления** наблюдается в процессе считывания голографических решеток. В этом случае при освещении голограммы одним пучком (процесс считывания) на голографической решетке происходит дифракция, в результате чего дифрагированный и прошедший пучки, интерферируя, дозаписывают голограмму, используя диффундированный мономер.

Из рис. 3 (б) видно, что для угла записи  $30^\circ$  дифракционная характеристика имеет <двугорбый> вид, что можно объяснить нелинейностью амплитудно-фазового распределения результирующей голографической решетки.

Для оценки величины изменения угловой селективности голографических решеток на рис.4 представлены графики зависимости  $K_{\text{дифнорм}}$  от угла считывания для голограмм, записанных под разными углами, полученные в 2000 году (а) и 2001 году (б).

Для практических приложений в WDM и DWDM устройствах важна полоса пропускания по длине волны, поэтому угловую селективность пересчитываем по формулам перехода в селективность по длине волны. Так как общий вид дифракционных характеристик остается неизменным, то результаты приведем в виде таблицы. В таблице 3 наглядно представлены изменения эффективности дифракции ( $K_{\text{диф}}$ ) и полосы пропускания  $\Delta\alpha$  и  $\Delta\lambda$  (по углу и по длине волны), произошедшие за год хранения.

Таблица 3

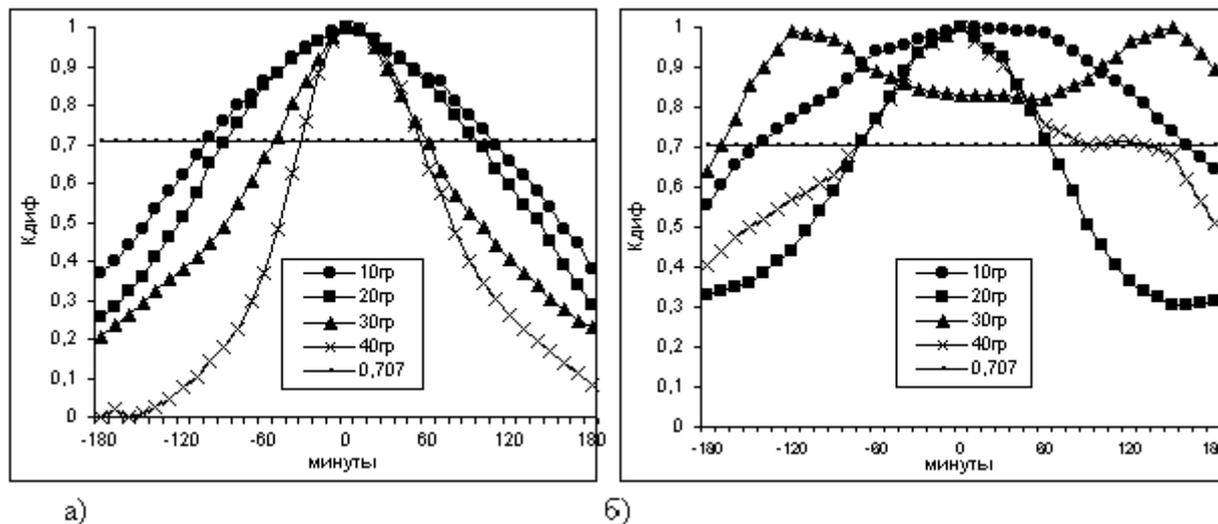


Рис. 4: Графики зависимости  $K_{\text{дифнорм}}$  от угла для голограмм, записанных под разными углами, полученные в 2000 году (а) и 2001 году (б).

	$K_{\text{диф}}$	$K_{\text{диф}}$	$\Delta\alpha$ , мин.	$\Delta\lambda$ , мкм
$\alpha$ , угол	2000	2001	2000	2001
10 °	0.17	0.67	0.44	0.62
20 °	0.38	0.71	0.19	0.140
30 °	0.73	0.51	0.08	0.26
40 °	0.4	0.5	0.05	0.1

### Литература

- [1] E.Kovalenko, S.Sharangovich, T.Zelenskaya // Synthetic metals. №83,1996.P.293-300.
- [2] E.S. Kovalenko, S.N. Sharangovich, V.V. Sysuev // Proc/ SPIE. Paper № 3516-65 1998. P.456-464.
- [3] R.H.Wopschall, T.R.Pampalone, *Appl. Optics*, vol.11, N9, 1972. .P.2096-2097.

## Кинетика поверхностных температур при лазерно-тепловой диагностике контактов

Н.К.Толочко, С.С.Пряхин, Ю.В.Хлопков

Витебский государственный технологический университет,  
210035, г.Витебск, Московский просп., 72  
Институт технической акустики НАНБ,  
210717, г.Витебск, просп. Людникова, 13

### Введение

Теплофизические особенности внутри объекта, поверхность которого подвергается воздействию теплового потока, оказывают влияние на теплоотвод и могут проявляться по температурному отклику. Лазерно-тепловая дефектоскопия использует данные тепловых сигналов, отвечающих переходным процессам нагрева и охлаждения поверхностей объектов под действием потока непрерывного лазерного излучения. Кинетики температур поверхности могут быть получены путем регистрации вторичного теплового излучения с помощью малоинерционных датчиков ИК-области спектра и обработки регистрируемого сигнала. Метод контроля является неразрушающим, и при необходимости может использоваться для оперативной проверки 100% выпускаемой продукции.

Использование лазерно-тепловой дефектоскопии представляет интерес для обнаружения брака в композициях, образующих тепловой контакт в месте соединений материалов: поверхностных покрытиях, паяных соединениях и др. [1, 2]. Недостаточная адгезия, отслоения, отклонения количества или структуры соединяющего материала оказывают влияние на отвод тепла от нагреваемой поверхности.

Настоящая работа посвящена проблеме выбора параметров, по которым возможно сопоставление кинетик поверхностных температур, в процессах контроля. Задача решалась математически с привлечением одномерной модели нестационарного процесса нагрева двухслойного тела поверхностным потоком тепла [3, 4].

### Тепловая модель и постановка задачи

Рассматривается процесс нагрева тела под действием поверхностного теплового источника с равномерно распределенной по поверхности плотностью потока тепловой мощности  $q$ .

Тело состоит из слоев: верхнего, имеющего толщину  $h$ , и полубесконечного подслоя. Материалы характеризуются постоянными теплофизическими характеристиками, различающимися для верхнего слоя и подслоя:  $\lambda_1, \lambda_2$  - коэффициенты теплопроводности;  $a_1, a_2$  - коэффициенты температуропроводности.

Для описания процесса нагрева со временем  $t$  используем функции  $T_1, T_2$  распределения температур по глубине тела  $z$  для верхнего слоя и подслоя соответственно.

Неидеальность теплопередачи от верхнего слоя нижнему моделируется введением в зону контакта теплового сопротивления  $R$ , объекта характеризующегося малой тепловой емкостью.

Стандартные процедуры замены переменных:  $\theta = T \frac{\lambda_1}{qh}$ ;  $Fo = t \frac{a_1}{h^2}$ ;  $\zeta = \frac{z}{h}$  и введение параметров:  $\beta = \frac{a_2}{a_1}$ ;  $\gamma = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$ ;  $Bi = \frac{1}{R} \cdot \frac{h}{\lambda_1}$  позволяют записать задачу теплопроводности в безразмерном виде:

$$\begin{aligned}\frac{\partial\theta_1}{\partial Fo} &= \frac{\partial^2\theta_1}{\partial\zeta^2}; & 0 < Fo < +\infty; & 0 < \zeta \leq 1 \\ \frac{\partial\theta_2}{\partial Fo} &= \frac{\partial^2\theta_2}{\partial\zeta^2}; & 0 < Fo < +\infty; & 1 < \zeta \leq +\infty\end{aligned}\quad (1)$$

с начальными условиями:

$$\theta_1 = 0; \quad \theta_2 = 0; \quad Fo = 0 \quad (2)$$

граничным условиями на краях:

$$\begin{aligned}\frac{\partial\theta_1}{\partial\zeta} &= -1; & 0 < Fo < +\infty; & 0 < \zeta \leq 1 \\ \theta_2 &\rightarrow 0; & 0 < Fo < +\infty; & \zeta \rightarrow +\infty\end{aligned}\quad (3)$$

дополнительными условиями на границе контакта:

$$\frac{\partial\theta_1}{\partial\zeta} = \gamma \frac{\partial\theta_2}{\partial\zeta}; \quad 0 < Fo < +\infty; \quad \zeta = 1 \quad (4)$$

для объекта с идеальным контактом между слоями:

$$\theta_1 = \theta_2; \quad \zeta = 1 \quad (5.a)$$

для объекта с неидеальным контактом:

$$-\frac{\partial\theta_1}{\partial\zeta} = Bi(\theta_1 - \theta_2) \quad (5.б)$$

### Полученные результаты и обсуждение

В случае идеального контакта задача (1)–(4), (5.a) имеет аналитическое решение:

$$\theta_1(\zeta, t) = 2Fo^{1/2} \left\{ \text{ierfc} \frac{\zeta}{2Fo^{1/2}} + \sum_{n=1}^{\infty} g^n \left[ \text{ierfc} \frac{2n - \zeta}{2Fo^{1/2}} + \text{ierfc} \frac{2n + \zeta}{2Fo^{1/2}} \right] \right\} \quad (6)$$

$$\theta_2(\zeta, t) = 2Fo^{1/2} \frac{\beta^{1/2}}{\gamma} (1 - g) \sum_{n=0}^{\infty} g^n \text{ierfc} \frac{(2n + 1) + (\zeta - 1)\beta^{-1/2}}{2Fo^{1/2}} \quad (7)$$

$$\text{где: } g = \frac{1 - \gamma\beta^{-1/2}}{1 + \gamma\beta^{-1/2}} \quad (8)$$

Полученное нами решение (6)–(8) отличается от представленного в работе [3]. Однако, проведя процедуры дифференцирования и проверяя условия (1)–(4), (5.a), можно алгебраически убедиться в его справедливости.

Для неидеального контакта задача (1)–(4), (5.б) решалась численными методами. Поскольку в данном случае нас прежде всего интересовало влияние параметра  $Bi$  - числа Био, характеризующего состояние теплового контакта между слоями, данный параметр задачи в расчетах варьировался от  $2^{-7}$  до  $2^7$ . Параметры задачи  $\beta$ ,  $\gamma$  принимались равными единице. Временной предел в расчетах был выбран  $Fo_{max} = 40$ .

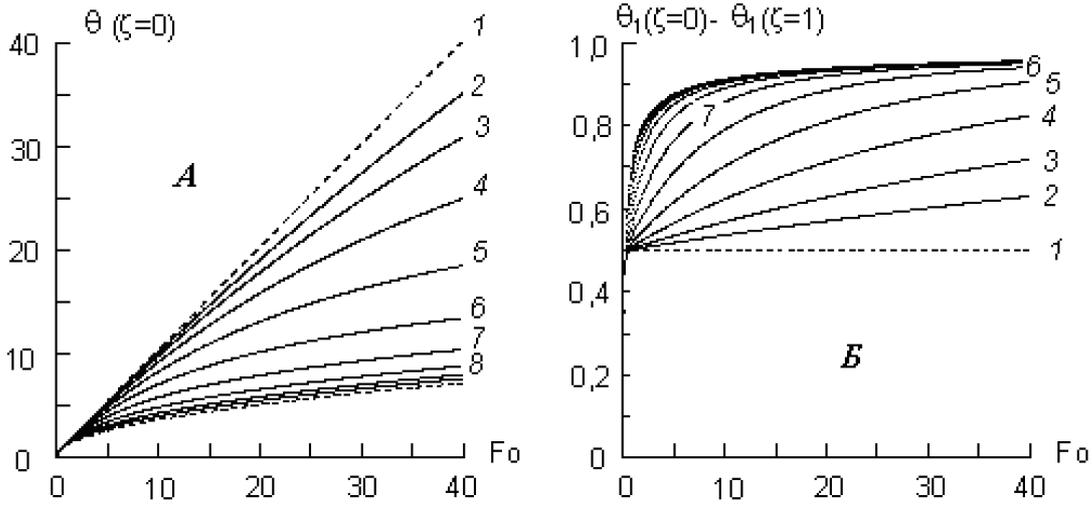


Рис. 1: Насыщение температуры поверхности  $\theta(\zeta = 0)$  (А) и перепада температур на верхнем слое  $\theta_1(\zeta = 0) - \theta_1(\zeta = 1)$  (Б) от времени  $Fo$  в условии нагрева тепловым потоком для разных значений числа Био: 1)  $Bi = 0$ ; 2)  $Bi = 2^{-7}$ ; 3)  $Bi = 2^{-6}$ ; 4)  $Bi = 2^{-5}$ ; 5)  $Bi = 2^{-4}$ ; 6)  $Bi = 2^{-3}$ ; 7)  $Bi = 2^{-2}$ ; 8)  $Bi = 2^{-1}$ .

На рис.1(А) представлены характеристики насыщения температур поверхностей двухслойных систем в процессе нагрева тепловым потоком.  $Bi = \infty$  и  $Bi = 0$  получены из аналитического выражения (6) при значении  $g = 0$  и  $g = 1$ . Характеристики объектов с неидеальными контактами располагаются между ними. Следует отметить малые отличия между собой характеристик, соответствующих значениям  $2^{-1} < Bi < \infty$ . Однако в условии монтажа на фольгированный материал в силу разницы сечений теплоотвода в зоне контакта следует ожидать, что тепловое сопротивление существенно превысит сопротивление вывода, фиксируемого пайкой элемента. Этому соответствует возможность сопоставлять между собой кинетики нагрева соединений в процессе лазерного контроля, соответствующие значениям  $Bi \ll 1$ , т.е. в области сильного влияния данного параметра на ход температур. В случае локальной тепловой изоляции верхнего слоя (при отслоении покрытия) мы также имеем дело со случаем  $Bi \ll 1$ .

Анализ динамик перепада температур на верхнем слое рис.1(Б) показывает возможность выделить в его нарастания две компоненты: 1)  $\Delta\theta_0$  - функция быстрого переходного процесса, отвечающая значению  $Bi = 0$ ; 2)  $\Delta\theta_{Bi}$  - дополнительная функция медленного переходного процесса:

$$\theta_1(\zeta = 0, Fo) - \theta_1(\zeta = 1, Fo) = \Delta\theta_0(Fo) + \Delta\theta_{Bi}(Fo) \quad (9)$$

Отметим, что временные масштабы компонентов переходных процессов соответственно:  $\sim 0,5$  для  $\Delta\theta_0(Fo)$  и  $\sim 1/Bi$  для  $\Delta\theta_{Bi}(Fo)$ .

Отделение от характеристик насыщения температур поверхности  $\theta(\zeta = 0, Fo)$  быстрой функции насыщения  $\Delta\theta_0(Fo)$  показало, что получаемые функции являются медленно растущими. Причем для малых значений числа Био  $0 < Bi < 2^{-3}$  временной ход дополнительной функции описывается приближенной формулой:

$$\theta(\zeta = 0, Fo) - \Delta\theta_0(Fo) = Bi^{-1}[1 - \exp(-BiFo)] \quad (10)$$

Таким образом, при обработке данных для  $Bi \ll 1$  временной структуре характеристик насыщения поверхностных температур можно поставить в соответствие двухэкс-

пониженный процесс с характерными временными параметрами быстрого и медленного  $\tau_B$ ,  $\tau_M$ :

$$T = T_0 \left\{ \tau_M \left[ 1 - \exp \left( -\frac{t}{\tau_M} \right) \right] + \frac{\tau_B}{2} \left[ 1 - \exp \left( \frac{2t}{\tau_B} \right) \right] \right\} \quad (11)$$

Физический смысл параметров  $\tau_B$ ,  $\tau_M$  - времена релаксации температур внутри верхнего слоя и стекания тепла из верхнего контакта соответственно. Внутренние особенности теплообмена объектов в первую очередь оказывают влияние на эти масштабы. Предэкспоненциальный множитель  $T_0$ , пропорциональный плотности эффективно действующего на поверхность теплового потока, также заслуживает внимания в процессах диагностики как несущий информацию о взаимодействии поверхности с излучением и являющийся показателем состояния поверхности.

Для измерений абсолютных значений характерных времен насыщения и относительных для предэкспоненциального множителя целесообразно использовать участок спада температур по окончании лазерного нагрева; длительность импульса лазерного нагрева  $\tau$  выбирать из соотношения  $\tau_B \ll \tau \sim \tau_M$ .

### Заключение

Проведен анализ процесса нарастания температур поверхности объекта лазерно-теплового контроля, имеющего внутренний контакт теплофизически разнородных материалов, с использованием одномерной модели нагрева двухслойного тела. Для случая идеального теплового контакта между слоями получено аналитическое решение задачи теплопроводности.

Численные решения, отвечающие неидеальному тепловому контакту, позволили выявить во временном ходе нарастания поверхностных температур два характерные времени, отвечающие параметрам теплообмена между поверхностью и контактом верхнего слоя и между самим слоем и подслоем. Если термическое сопротивление контакта существенно превышает сопротивление верхнего слоя, то кинетика нагрева поверхности описывается двухэкспоненциальной временной функцией. Параметры функций имеют выраженный физический смысл, их использование целесообразно при выявлении и классификации дефектов в объектах контроля.

**Abstract.** The parameterization problem for laser-heating inspection of joints is considered.

### Литература

- [1] Vanzetti R./Electronic Packaging and Production. 1984. V.24. No.2. P.117-121.
- [2] Толочко Н.К., Хлопков Ю.В, Каменков В.С., Пряхин С.С. *Лазерно-тепловой контроль качества приповерхностной структуры изделий и соединений* // Теоретические и технологические основы упрочнения и восстановления изделий машиностроения: Сб. научн. трудов /Под ред. С.А. Астапчика, П.А. Витязя. Мн.: Технопринт, ПГУ, 2001. С.515-518.
- [3] Рыкалин Н.Н., Углов А.А., Кокора А.Н. *Лазерная обработка материалов*. М.: Машиностроение, 1975. 296 с.

- [4] *Лазерная и электронно-лучевая обработка материалов: Справочник* / Рыкалин Н.Н., Углов А.А., Зуев И.В., Кокора А.Н. М.: Машиностроение, 1985. 496 с.

## Механизм образования оптических анизотропных нелинейных волноводов в поликарбонате

А.В.ТОМОВ

Институт прикладной оптики Национальной Академии наук Беларуси  
212793, Могилев, Б-Бирули, 11  
Факс: +375-222-264649; E-mail: ipo@physics.belpak.mogilev.by.

Интерес к использованию органических и полимерных материалов в устройствах записи, передачи и обработки оптической информации в значительной мере обусловлен их технологической гибкостью, разнообразием свойств, а также возможностью, при необходимости, относительно простого изменения этих свойств в соответствии с решаемой задачей. Наиболее полно эти достоинства проявляются при создании устройств нелинейной оптики и их базовых элементов, в частности, нелинейно-оптических волноводов, одним из типов которых являются полимерные волноводы, легирование азокрасителем [1, 2].

Ранее сообщалось о формировании волноводов в подложках из поликарбоната на основе 1,1-ди-(4-оксифенил) пропана методом диффузии из насыщенного раствора азокрасителя метиловый красный (МК) [3]. Нелинейно-оптические явления в волноводах этого типа обусловлены фотоиндуцированными процессами транс-цис-изомеризации молекул красителя. Исследования показали, что в полосе поглощения молекул красителя величина нелинейного показателя преломления  $n_2$  для  $\lambda_1 = 633\text{нм}$  достигает  $4,5 \times 10^{-5}\text{см}^2/\text{Вт}$ . Кроме того, были обнаружены изменения оптических свойств указанных волноводов под воздействием только красного света (режим самовоздействия, стационарный случай) в диапазоне интенсивностей  $0,01\text{-}1\text{ Вт}/\text{см}^2$ , обусловленные, по всей вероятности, тем, что часть молекул красителя изначально пребывает в цис-форме. При этом  $n_2 = -3 \times 10^{-4}\text{см}^2/\text{Вт}$ , а нелинейный коэффициент поглощения  $k_2 = 5 \times 10^{-6}\text{см}^2/\text{Вт}$  [4]. Обнаруженное явление оказывает значительное влияние на нелинейно-оптические процессы в волноводах. В частности, при реализации в них оптической модуляции света оказалось, что ее эффективность существенно зависит от соотношения интенсивностей модулирующего ( $\lambda_2 = 488\text{нм}$ ) и модулируемого ( $\lambda_1$ ) световых пучков [5].

Еще одной особенностью диффузионных волноводов в поликарбонате является наличие сильной анизотропии. Оказалось, что в приповерхностном слое поликарбоната волновод образуется только для ТЕ поляризации зондирующего излучения, в то время как для ТМ поляризации образуется так называемый волновод с вытекающими модами [6]. Применение оригинальной методики [7] обработки результатов измерений постоянных распространения мод в оптических слоях такого типа показало, что в этом случае приповерхностный слой и подложка разделены тонким слоем с пониженным показателем преломления (ПП). На основе анализа результатов исследования образцов методами рентгеноструктурного анализа и ИК- спектроскопии [6] было сделано предположение, что наблюдаемая анизотропия в значительной мере обусловлена преимущественной ориентацией макромолекул полимера в плоскости образца. Однако недостаток данных не позволял достоверно судить о механизме формирования такого рода структур.

Для выяснения этого механизма в одинаковых условиях были изготовлены две серии образцов диффузионных волноводов в поликарбонате при различных временах диффузии. Серия 1 изготавливалась в полном соответствии с технологией [3], а при

изготовлении серии 2 использовался чистый, без азокрасителя, растворитель. Исследования спектров мод полученных структур на  $\lambda_1$  показали, что в образцах серии 2 для соответствующих поляризаций образуются те же самые типы волноводов, что и в серии 1, но с меньшим изменением величины ПП. Для сохранения общности подхода, а также, исходя из того, что профили ПП полученных волноводных структур близки к прямоугольному на обеих поляризациях [6], эти структуры рассматривались в виде однородных тонких пленок с показателем преломления  $n$  и толщиной  $d$ . Расчет параметров  $n$  и  $d$  по измеренному спектру ТЕ-мод производился путем решения дисперсионного уравнения для тонких пленок [8], а в случае ТМ-мод — по методике, изложенной в [9]. Если число измеренных мод в спектре было больше двух, то расчет производился последовательно для каждой пары мод, а результаты усреднялись. Полученные таким образом параметры волноводных слоев в образцах обеих серий представлены в таблице 1.

Таблица 1. Параметры волноводных слоев в поликарбонате, полученных диффузией из раствора азокрасителя МК (серия 1) и в чистом растворителе (серия 2)

Время диффузии	1 мин.	2 мин.	4 мин.
Серия 1	$n = 1,5866$	$n = 1,5864$	$n = 1,5863$
ТЕ поляризация	$d = 4,81$ мкм	$d = 6,37$ мкм	$d = 9,40$ мкм
Серия 1	$n = 1,57879$	$n = 1,5786$	$n = 1,5787$
ТМ поляризация	$d = 4,51$ мкм	$d = 5,99$ мкм	$d = 9,74$ мкм
Серия 2	$n = 1,5739$	$n = 1,5746$	$n = 1,5744$
ТЕ поляризация	$d = 4,26$ мкм	$d = 5,88$ мкм	$d = 10,16$ мкм

Следует отметить, что при таком подходе точность определения параметров в каждом случае была различной. Однако, исходя из того, что для обеих поляризаций зондирующего излучения толщина полученных при одинаковом времени диффузии слоев должна быть одинаковой, можно утверждать, что отклонения приведенных в таблице 1 данных от истинных значений не превышает 10 процентов. Несоответствие этому критерию явилось причиной того, что в таблицу не включены данные образцов серии 2, соответствующие ТЕ поляризации зондирующего излучения. В этом случае приращение ПП в слое по отношению к подложке оказалось настолько малым, что не позволило достоверно измерить постоянные распространения мод даже при использовании иммерсионной жидкости.

Тем не менее полученные данные позволяют сделать некоторые выводы, проясняющие механизм образования волноводов [3] и причину возникновения в них значительной анизотропии. Во-первых, сам факт существования волноводов для обеих поляризаций в образцах серии 2 подтверждает высказанное в [6] предположение о роли растворителя в изменении ПП полимера. Во-вторых, представленные в таблице 1 данные позволяют разделить вклады, обусловленные воздействиями азокрасителя и растворителя, и оценить их величины. Действительно, разность ПП между образцами серий 1 и 2 на ТМ поляризации приблизительно одинакова и в среднем равна  $42,7 \times 10^{-4}$ . Очевидно, что эта величина соответствует вкладу азокрасителя. В предположении его изотропности вычтем эту величину из ПП на ТЕ поляризации волноводов серии 1. (Здесь и далее используются средние значения величины ПП по 3 образцам одной серии для соответствующей поляризации). С учетом того, что ПП исходного поликарбоната на ТЕ и ТМ поляризациях равняются 1,5804 и 1,5780 соответственно, получается, что обусловленный воздействием растворителя вклад в приращение ПП слоев на ТЕ поляризации

$\approx 17 \times 10^{-4}$ . Легко подсчитать, что аналогичный вклад на ТМ поляризации имеет обратный знак и почти в два раза большую величину.

Полученные результаты в совокупности с результатами [6] позволяют объяснить механизм образования волноводов [3] следующим образом. Под воздействием растворителя подвижность макромолекул в твердом полимере увеличивается, и некоторая их часть располагается параллельно поверхности образца, тем самым увеличивая степень упорядоченности молекул полимера в приповерхностном слое. В результате, в этом слое реализуется так называемая селективная одноплоскостная ориентация молекул полимера [10], приводящая к увеличению ПП на ТЕ поляризации и вдвое большему его уменьшению на ТМ поляризации [10, 11].

Таким образом, приращение ПП в нелинейно-оптических волноводах, получаемых методом химической диффузии азокрасителя в поликарбонат, обусловлено двумя процессами: увеличением ПП материала, вызванным введением молекул азокрасителя, и его изменением в результате ориентации молекул полимера, инициированной воздействием растворителя. Знак этого изменения для ТЕ и ТМ поляризаций зондирующего излучения различен, что и является причиной наблюдаемой в этих волноводах анизотропии ПП, приводящей к вытеканию распространяющегося излучения одной из поляризаций в подложку. Этот эффект позволяет использовать рассматриваемые волноводы в качестве основы для интегрально-оптических поляризационных фильтров.

**Abstract.** Formation of azo-dye-doped nonlinear optical waveguides in polycarbonate is shown to be stipulated by two processes: azo-dye diffusion and orientation of polymer macromolecules.

### Литература

- [1] M.J. Goodwin, R. Glenn, I. Bennion, *Organic nonlinear optical waveguides formed by solvent-assisted indiffusion*, Electr. Lett., vol.22, No15, (1986), 789-790.
- [2] G.J.Lee, D.Kim, M.Lee, *Photophysical properties and photoisomerization processes of MR embedded in rigid polymer*, Appl.Opt., vol.34, No1,(1995), 138- 143.
- [3] А.В.Томов, *Диффузионные волноводы в поликарбонате*, Письма в ЖТФ, т.21, №10, (1995), 25-28.
- [4] А.В.Томов, А.И.Войтенков, А.В.Хомченко, *Оптическая нелинейность полимерных волноводов, легированных азокрасителями*. ЖТФ, т.68, №2, (1998), 124-126.
- [5] A.V.Tomov, A.I.Voitenkov, *All-optical modulation in azo-dye-doped polymer waveguides*, Opt. Com., vol.174, (2000), 133-137.
- [6] А.В.Томов, *Анизотропия приповерхностных слоев поликарбоната при легировании азокрасителем*, POLYCOM-2000, Гомель, 2000, 166-168.
- [7] И.У.Примак, А.В.Томов, *О возможности восстановления профиля показателя преломления волноводов с вытекающими модами*, Весці НАНБ, Сер.физ.-мат., № 2, (2001), 97-101.
- [8] *Интегральная оптика*, Под ред. Т.Тамира, Москва, Мир, 1978, 344 с.

- [9] Tie-Nan Ding, E.Garmire, *Measuring refractive index and thickness of thin films: a new technique*, Appl. Optics, vol.22, No 20, (1983), 3177-3181.
- [10] *Новейшие методы исследования полимеров*, Под ред. Б.Ки, Москва, Мир, (1966), 571 с.
- [11] С.Келих, *Молекулярная нелинейная оптика*, Москва, Наука, (1981), 671 с.

# Complex Eigenmodes in Planar Waveguides with Pseudochiral Omega Media

A. L. TOPA, C. R. PAIVA, A. M. BARBOSA

Instituto de Telecomunicações, Instituto Superior Técnico  
Av. Rovisco Pais 1, 1049-001 Lisboa, Portugal  
Fax: +351-21-8418472; Email: antonio.topa@lx.it.pt

## Abstract

In this paper we search for the complex eigenmodes of a dielectric asymmetric pseudochiral waveguide. The propagating hybrid modes are classified in homogeneous surface modes, inhomogeneous surface modes and semileaky modes, the later corresponding to complex solutions of the modal equation. Power leakage will occur, whenever one of the two characteristic waves ceases to be internally reflected at the film-substrate interface. Homogeneous guided modes turn into semileaky modes when the pseudochiral parameter exceeds a certain transition value.

## 1. Introduction

The pseudochiral or omega medium is an artificial complex medium [1], which is obtained by doping a host isotropic medium with  $\Omega$ -shaped conducting microstructures. Any external electric or magnetic field induces both electric and magnetic polarizations, which arise perpendicular to each other. The electromagnetic properties of these media suggest promising applications in the design of reciprocal devices and components for the microwave and millimeter wave regimes [2]–[4].

In this paper, we investigate the complex solutions of the modal equation of an asymmetric dielectric pseudochiral slab. The complex spectrum of an asymmetric pseudochiral slab waveguide, in which both the film and the substrate are pseudochiral media but with an isotropic superstrate, is explored. The complex eigenmodes radiate energy into the substrate, provided that the constitutive parameters are properly chosen. They cannot be found in common isotropic waveguides, where only leaky unguided modes may exist. Power leakage into the substrate occurs because one of the two constituent characteristic waves ceases to be totally internal reflected at the film-substrate interface. These complex waves are usually termed semileaky waves [5] or leaky guided modes [6], since one of the two characteristic waves still remains completely guided by the film layer.

For the spatial orientation considered in this paper only hybrid modes propagate in the waveguide. Each hybrid mode is a weighted combination of the two characteristic waves. Leakage will occur under the form of an exiting wave if one of the two composite characteristic waves ceases to be totally reflected. In this case, the longitudinal wavenumber becomes complex, as two real roots of the modal equation collide over the real axis and originate a pair of conjugate complex roots. Therefore, the complete discrete spectrum of this waveguide includes a set of complex solutions in addition to the real guided modes.

## 2. Problem Formulation

The asymmetric pseudochiral waveguide depicted in Fig. 1 will be analyzed. It is assumed uniform in the  $y$ -direction and made of spatially nondispersive lossless  $\Omega$ -media. For a

bianisotropic  $\Omega$ -media the constitutive relations may be written as

$$\begin{aligned} \mathcal{D} &= \bar{\epsilon} \cdot \mathbf{E} + \bar{\xi} \cdot \mathcal{H} \\ \mathcal{B} &= \bar{\zeta} \cdot \mathbf{E} + \bar{\mu} \cdot \mathcal{H} \end{aligned} \quad (1)$$

where  $\mathcal{H} = Z_0 \mathbf{H}$ ,  $\mathcal{D} = \mathbf{D}/\epsilon_0$  and  $\mathcal{B} = Z_0 \mathbf{B}/\mu_0$  are normalized field vectors. In this case,  $\bar{\epsilon}$  and  $\bar{\mu}$  are dimensionless relative dielectric permittivity and relative magnetic permeability tensors, and  $\bar{\xi}$  and  $\bar{\zeta}$  are dimensionless magnetoelectric coupling tensors. As the medium is assumed to be spatially nondispersive, these relations are local.

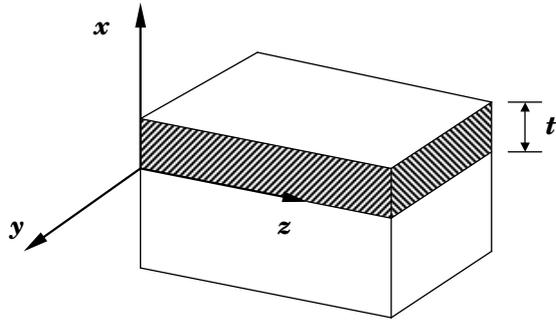


Fig. 1: Asymmetric pseudo-chiral slab waveguide: Both the film and the substrate are made of  $\Omega$ -media and the upper medium is the air.

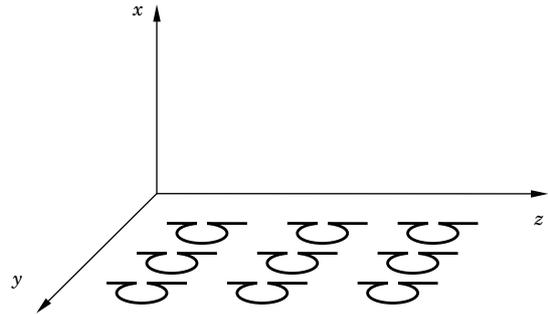


Fig. 2: Spatial orientation of the planar  $\Omega$ -shaped perfectly conducting microstructures in the hosting isotropic medium.

We consider time-harmonic field variation of the form  $\exp(j\omega t)$ , and forward plane wave propagation of the form  $\exp(-jkz)$ , where  $k$  is the longitudinal wavenumber given by  $k = (\beta - j\alpha)k_0$  with  $\beta$  being the normalized phase constant and  $\alpha$  the normalized attenuation constant.

The  $\Omega$ -shaped microstructures dopped in the isotropic host material are oriented as depicted in Fig. 2. The normal to the plane of the loops points in the  $x$ -direction while the stamps are aligned along  $z$  and the loops are oriented in the  $y$ -direction. Therefore tensors  $\bar{\epsilon}$ ,  $\bar{\mu}$ ,  $\bar{\xi}$  and  $\bar{\zeta}$  have the following dyadic representation [7]:

$$\begin{aligned} \bar{\epsilon} &= \epsilon_{xx} \hat{x} \hat{x} + \epsilon_{yy} \hat{y} \hat{y} + \epsilon_{zz} \hat{z} \hat{z} \\ \bar{\mu} &= \mu_{xx} \hat{x} \hat{x} + \mu_{yy} \hat{y} \hat{y} + \mu_{zz} \hat{z} \hat{z} \\ \bar{\xi} &= j\Omega \hat{z} \hat{x} \\ \bar{\zeta} &= -j\Omega \hat{x} \hat{z} \end{aligned} \quad (2)$$

where  $\Omega$  is the dimensionless pseudo-chiral parameter here assumed to be the same in the two layers and positive. This parameter would be negative if the loops were oriented in the negative  $y$ -direction. Moreover, all the constitutive parameters are real since the media are assumed lossless.

With the spatial orientation depicted in Fig. 2, all the propagating modes in the waveguide are hybrid, since the two characteristic waves propagate coupled. When  $\Omega = 0$  the hybrid modes degenerate into the common TE and TM surface modes of the biaxial anisotropic case. The guided modes of a grounded pseudo-chiral slab in this configuration have been already addressed in the literature. Expressions for the transverse wavenumbers of the two characteristic waves,  $h_a$  and  $h_b$  in the film and  $q_a$  and  $q_b$  in the substrate, can be found in [7], and the derivation of the modal equation of the waveguide depicted in Fig. 1 can be found in [8].

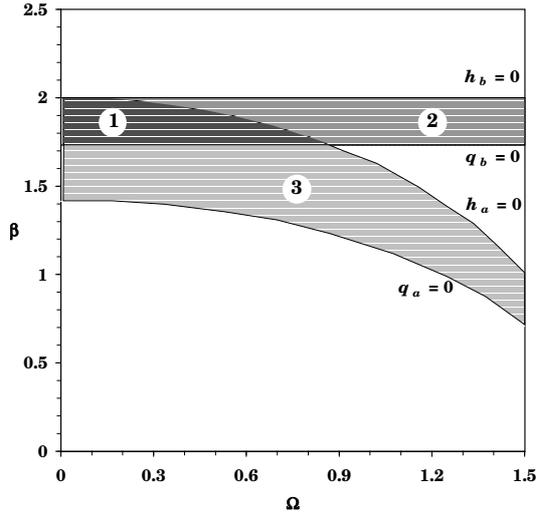


Fig. 3: The three ranges for the normalized phase constant  $\beta$  as a function of the pseudo-chiral parameter  $\Omega$ , for the hybrid modes of the pseudo-chiral planar waveguide depicted in Fig. 1: (1) Homogeneous surface modes; (2) Inhomogeneous surface modes; (3) Semileaky modes.

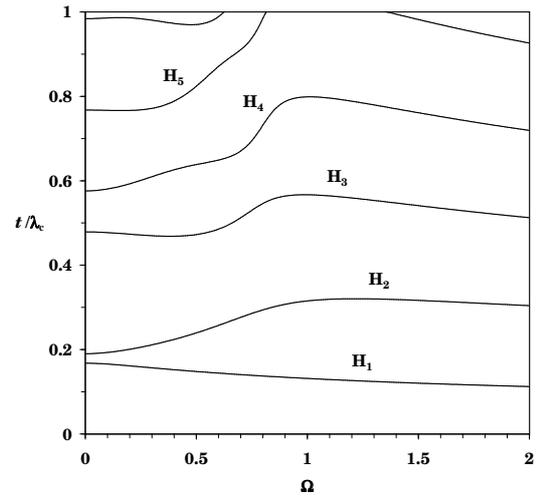


Fig. 4: Variation of the normalized phase constant  $\beta$  with  $\Omega$  for the first propagating hybrid modes of an asymmetric slab waveguide with  $t/\lambda = 0.5$ . The thick line represents the semileaky mode while the curved dashed line corresponds to  $h_a = 0$  and the horizontal to  $q_b = 0$ .

### 3. Numerical Results

For the sake of numerical simulation the following values for the dimensionless constitutive parameters were considered:  $\epsilon_{xx}^f = \epsilon_{yy}^s = 2$ ,  $\epsilon_{yy}^f = 4$ ,  $\epsilon_{zz}^f = \epsilon_{zz}^s = 3$ ,  $\epsilon_{xx}^s = 1$ ,  $\mu_{xx}^f = \mu_{xx}^s = 1$ ,  $\mu_{yy}^f = \mu_{zz}^s = 2$  and  $\mu_{zz}^f = \mu_{yy}^s = 3$ , where superscript  $s$  stands for *substrate* and  $f$  for *film*.

In Fig. 3 we show the three ranges for the normalized phase constant, as a function of the pseudo-chiral parameter  $\Omega$ . Considering separately the contribution of the two characteristic waves propagating in the film, one has  $\beta_b > \beta > \gamma_b$ , where  $\beta_b = \sqrt{\epsilon_{xx}^f \mu_{yy}^f}$  is such that  $h_b = 0$  for  $\beta = \beta_b$ , while  $\gamma_b = \sqrt{\epsilon_{xx}^s \mu_{yy}^s}$  is such that  $q_b = 0$  for  $\beta = \gamma_b$ . For the other characteristic wave, one has  $\beta_a > \beta > \gamma_a$ , where  $\beta_a = \sqrt{\epsilon_{yy}^f (\mu_{xx}^f - \Omega^2 / \epsilon_{zz}^f)}$  is such that  $h_a = 0$  for  $\beta = \beta_a$ , while  $\gamma_a = \sqrt{\epsilon_{yy}^s (\mu_{xx}^s - \Omega^2 / \epsilon_{zz}^s)}$  is such that  $q_a = 0$  for  $\beta = \gamma_a$ .

From Fig. 3, one can easily see that both waves propagate with total reflection at  $x = 0$  when  $\beta > \gamma_b$ . Within this range, region (1) corresponds to homogeneous surface modes, while region (2) corresponds to inhomogeneous surface modes.

If  $\beta < \gamma_b$ , *i.e.* in region (3), semileaky modes will occur since one of the two characteristic waves is not totally internally reflected from the film–substrate interface. These modes correspond to a coupled mode in which one of the characteristic waves is guided in the film while the other is radiating energy into the substrate, thereby forcing the longitudinal propagation constant to become complex.

In Fig. 4 the variation of the normalized phase constant  $\beta$  with the pseudo-chiral parameter  $\Omega$  is depicted for the first propagating hybrid modes of an asymmetric slab waveguide with  $t/\lambda = 0.5$ . The descriptor  $H_p$  represents each hybrid mode, with the subscript  $p$  ( $p \geq 1$ ) indicating the order of the mode when the modes are ordered after increasing cutoff frequencies. The curved dashed line corresponds to the asymptotic value  $h_a = 0$  while the horizontal one corresponds to  $q_b = 0$ . The semileaky mode (thick line) starts propagating for  $\Omega$  above some transition value  $\Omega_t$ , after the collision of two leaky unguided modes.

Finally, in Fig. 5 we show the *root locus* in the complex plane of the normalized longitudinal wavenumber for the same semileaky mode of Fig. 4. The leakage starts occurring for  $\Omega$  above the transition value  $\Omega_t$ , roughly corresponding to  $\beta = \gamma_b$ .

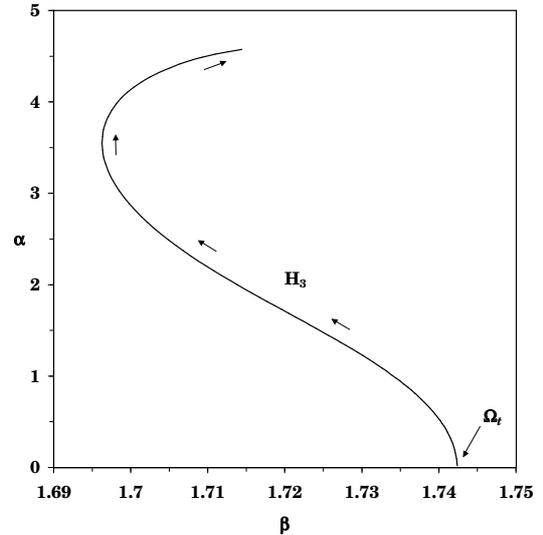


Fig. 5: Root locus in the complex plane of the normalized longitudinal wavenumber for the third hybrid mode, which becomes complex when  $\Omega$  exceeds the transition value  $\Omega_t = 0.71475$ . Arrows indicate  $\Omega$  increasing between  $\Omega_t$  and 1.2.

#### 4. Conclusions

The complex spectrum of an asymmetric pseudo-chiral slab waveguide was explored. It was shown that an asymmetric pseudo-chiral slab waveguide, where both the film and the substrate are made with pseudo-chiral  $\Omega$ -media, can support semileaky modes radiating energy into the substrate, if the pseudo-chiral parameter  $\Omega$  is greater than a certain transition value.

#### References

- [1] M. M. I. Saadoun, N. Engheta, "Pseudo-chiral  $\Omega$ -medium and guided-wave structures: Theory and principles," *Proc. URSI Int. Symp. Electromag. Theory*, Sydney, pp. 17–20, Aug. 1992.
- [2] M. M. I. Saadoun, N. Engheta, "A reciprocal phase shifter using novel pseudo-chiral or  $\Omega$ -medium," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, Vol. 5, pp. 184–188, 1992.
- [3] J. Mazur, D. Pietrzak, "Field displacement phenomenon in a rectangular waveguide containing a thin plate of an  $\Omega$ -medium," *IEEE Microwave Guided Wave Lett.*, Vol. 6, pp. 34–36, Jan. 1996.
- [4] A. L. Topa, C. R. Paiva, A. M. Barbosa, "Full-wave analysis of a nonradiative dielectric waveguide with a pseudo-chiral  $\Omega$ -slab," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. 46, pp. 1263–1269, 1998.

- 
- [5] C. R. Paiva, A. L. Topa, A. M. Barbosa, “Semileaky waves in dielectric chirowaveguides,” *Optics Lett.*, Vol. 17, No. 23, pp. 1670–1672, Dec. 1992.
  - [6] A. Knoesen, T. K. Gaylord, M. G. Moharam, “Hybrid guided modes in uniaxial dielectric planar waveguides,” *IEEE J. Lightwave Technol.*, Vol. 6, No. 6, pp. 1083–1104, June 1988.
  - [7] A. L. Topa, C. R. Paiva, A. M. Barbosa, “Complete spectral representation for the electromagnetic field of planar multilayered waveguides containing pseudo-chiral  $\Omega$ -media,” *Progress in Electromagnetics Research*, Vol. 18, Ch. 5, pp. 85–104, EMW Publishing, Cambridge, 1998.
  - [8] A. L. Topa, C. R. Paiva, A. M. Barbosa, “Complex spectrum of planar omega structures,” *Proc. ICEAA'01—International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications*, Turin, Italy, September 2001 (accepted for presentation).

## Exotic composite materials: a review of recent developments

S.A. TRET'YAKOV

Radio Laboratory, Helsinki University of Technology  
P.O. 3000, FIN-02015 HUT, Finland  
Phone: +358-9-451-2243, Fax +358-9-451-2152,  
E-mail: sergei.tretyakov@hut.fi

### Abstract

In this presentation we will review recent developments in the field of exotic composite materials, mainly of spatially dispersive composites with complex-shaped or loaded inclusions. The emphasis will be on two research directions: very thin (compared to the wavelength) layers and materials with unusual properties, such as materials in which both the permittivity and permeability are negative. We will show that certain arrays of planar metal particles located very near to a metal ground plane exhibit resonance properties due to interaction with the ground plane (usually, cancellation with the image currents occur). This opens a way to design very thin covering layers which transform electric walls into magnetic walls. Regarding complex volume composites, we will discuss, among other issues, the means to provide negative permittivity and permeability which can make it possible to design novel lenses.

In this paper, we present the results related to thin resonant coverings, and only briefly mention other topics to be presented in the conference.

### 1. Extremely thin resonant coverings

Let us consider an ideally conducting plane illuminated by a normally incident plane wave. Suppose we want to considerably modify the electromagnetic response of this reflector covering the surface by a very thin (compared to the wavelength) non-magnetic layer. In particular, we are interested in creating artificial magnetic surfaces in such a way. At first glance, this seems to be impossible simply because the electric field very near to the plane is very small, so that whatever structure we place here, it will be weakly excited.

However, there can exist a possibility for a very strong resonance response from an array of small particles positioned *very near* to an ideally conducting surface due to very strong interaction between the array particles and the ground plane. In other words, we can describe this situation using the image principle and say that the reactive impedance induced in the array particles by the image currents (plus the mutual impedance from all the other particles in the original array) can come into resonance with the proper impedance of the inclusions, if the array is positioned very close to the ground plane and the distance to the image sources is very small.

### 2. Numerical Results

In this study, we model the scatterers by electric dipoles. The equation for the reference dipole moment can be written in the form:

$$\alpha^{-1}p = E_{\text{ext}} + E_{p'} + \sum_{(m,n) \neq (0,0)} [E_{p_{m,n}} + E_{p'_{m,n}}] \quad (1)$$

where  $p$  is the reference scatterer's dipole moment,  $E_{\text{ext}}$  is the external (to the grid) electric field,  $E_{p'}$  is the field of the reference scatterer's image dipole,  $E_{p_{m,n}}$  and  $E_{p'_{m,n}}$  are the fields of the other scatterers and their image dipoles, respectively. Field  $E_{\text{ext}}$  is formed by the incident plane wave field and the field of the incident wave reflected from the metal plane:

$$E_{\text{ext}} = 2j \sin(kh) E_{\text{inc}} \quad (2)$$

The electric fields of the scatterers and the image dipoles can be expressed through the dipole Green function  $G(\omega, \mathbf{R})$ :  $E_p(\mathbf{R}) = G(\omega, \mathbf{R})p$ . We consider the normal incidence, which means that all the dipole moments of scatterers are equal  $p_{m,n} = p$ . Thus, Equation (1) can be rewritten as:

$$\alpha^{-1}p = E_{\text{ext}} + \left\{ -G(2hz) + \sum_{(m,n) \neq (0,0)} [G(\mathbf{R}_{m,n}) - G(\mathbf{R}_{m,n} + 2hz)] \right\} p \quad (3)$$

Let us denote by  $C$  the expression in the brackets in the previous formula (*interaction constant*):

$$C = -G(2hz) + \sum_{(m,n) \neq (0,0)} [G(\mathbf{R}_{m,n}) - G(\mathbf{R}_{m,n} + 2hz)] \quad (4)$$

The reflection coefficient from the structure is equal to

$$R = -1 + \frac{k}{\varepsilon_0 a^2} \frac{2j \sin^2(kh)}{\alpha^{-1} - C} \quad (5)$$

Let us note that for small heights  $h$  the obtained formula contains a very small value of sin function of  $kh$  squared. Two physical phenomena are taken into account by this term. The first one is that acting to the grid external field is the sum of the incident wave and the corresponding reflected wave from the ground plane. The second one is that the plane wave produced by the grid also consists of the original wave and that reflected from the ground plane (this second term can be associated with the field produced by the grid of the image dipoles).

For lossless particles, the imaginary part of  $\alpha^{-1}$  is determined by its radiation resistance only [1], and the reflection coefficient can be written as

$$R = -1 + \frac{2}{1 - j\varepsilon_0 a^2 \frac{\text{Re}\{\alpha^{-1} - C\}}{k \sin^2 kh}} \quad (6)$$

In this study we are interested in the situation when all the sizes are very small compared to the wavelength ( $ka \ll 1$ ), which means that we can use the corresponding quasi-static approximation for the interaction constant [2, 3] (here  $R_0 = a/1.438$ ):

$$C = \frac{1}{4\varepsilon_0 a^2 R_0} \left[ 1 - \frac{1}{[1 + (2h/R_0)^2]^{3/2}} \right] + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 (2h)^3} + j \left[ \frac{k^3}{6\pi\varepsilon_0} - \frac{k}{\varepsilon_0 a^2} \sin^2(kh) \right] \quad (7)$$

## 2.1 Resonance condition

### 2.1.1 Point dipoles

From (7) we observe that the real part of quantity  $C$  is positive, so in principle it can match the positive real part of  $\alpha^{-1}$ . If the polarizability value is small, its inverse value is large, and

it cannot be compensated by the interaction constant. In this case the reflection coefficient is close to  $-1$ , which corresponds to an electric screen. For higher polarizabilities the resonance is possible when  $\text{Re}\{\alpha^{-1} - C\} = 0$ . The reflection coefficient becomes equal to  $+1$  which corresponds to magnetic screen. For point-dipole particles the resonance at small heights is always possible for arbitrary particle polarizabilities. Indeed, the near field of the closest image dipole (which is proportional to  $1/h^3$ ) dominates at very small heights, see (7), and in the limit  $h \rightarrow 0$  we have  $\text{Re}\{C\} \rightarrow \infty$ . This means that for arbitrary small polarizabilities  $\alpha$  there exists a point where the resonance condition  $\text{Re}\{\alpha^{-1}\} = \text{Re}\{C\}$  is satisfied. However, this reasoning assumes zero size of the particles.

One can suggest to use planar particles, like thin strips, so that the interaction constant can be increased by choosing a very small distance to the ground, smaller than the particle size. However, in this case the previous estimations for the interaction constant which showed unlimited increase of  $\gamma$  with decreasing the height are not valid. This is because in this case the near field of the mirror-image particle is not the point-source field. This problem can be easily studied numerically, but the result is anyway easy to predict. Taking for simplicity narrow strip particles, we observe that  $\text{Re}\{\alpha^{-1}\}$  is proportional to the imaginary part of the input impedance of a single strip considered as a dipole antenna. At very small heights, the interaction field is mainly the field created by the nearest image particle. Thus, the value of  $\text{Re}\{C\}$  is proportional to the imaginary part of the mutual impedance between the original strip and its mirror image. Since the last quantity is always smaller than the proper impedance, we conclude that the resonance is not actually possible. This conclusion is quite general and is valid for arbitrary shapes of inclusions.

From these considerations we see that to realize very thin magnetic layers we should find a way to increase the particle polarizability without increasing its size (since we should position the array very near to the ground plane to provide a large value of the interaction constant).

### 2.1.2 Arrays of short loaded wire antennas

We have suggested that this can be made possible by loading particles (short strip dipoles with capacitive input impedance) by bulk loads. If the load impedance is inductive, the particle polarizability near the particle resonance becomes large, and it becomes possible to fulfill the resonance condition for the grid over conducting plane.

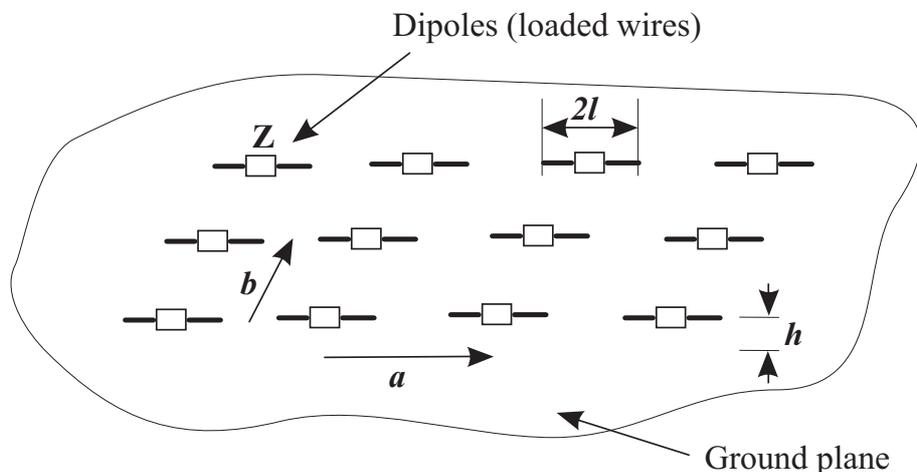


Figure 1: Geometry of the grid of loaded wires

Suppose that the array consists of short wire dipoles with total length  $2l$  loaded by bulk reactive impedances  $Z$ , Fig. 1. For our purpose, the load impedance should be inductive, so we denote  $Z = j\omega L$ . Using the antenna model [4] for determination of the polarizability of loaded wires (for the real part of the polarizability's inverse value) we have:

$$\alpha = \left( \frac{C_{\text{wire}}^{-1} - \omega^2 L}{l^2} + j \frac{k^3}{6\pi\epsilon_0} \right)^{-1} \quad (8)$$

where  $C_{\text{wire}} = \pi l \epsilon_0 / \log(l/r_0)$  is capacitance of the wire,  $L$  is the inductance of the load,  $l$  is the half length of wire and  $r_0$  is the radius of wire.

One can see that indeed there is a resonance of the reflection coefficient with the central frequency

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{C_{\text{wire}}^{-1} - Cl^2}{L}} \quad (9)$$

It is important to note that this value is smaller than the resonance frequency of individual loaded wires  $\omega_{\text{wire}} = 1/\sqrt{LC_{\text{wire}}}$  due to the field interaction between inclusions. The dependence of the resonance frequency shift  $\omega_0/\omega_{\text{wire}}$  on the thickness of the screen is plotted on Fig. 2.

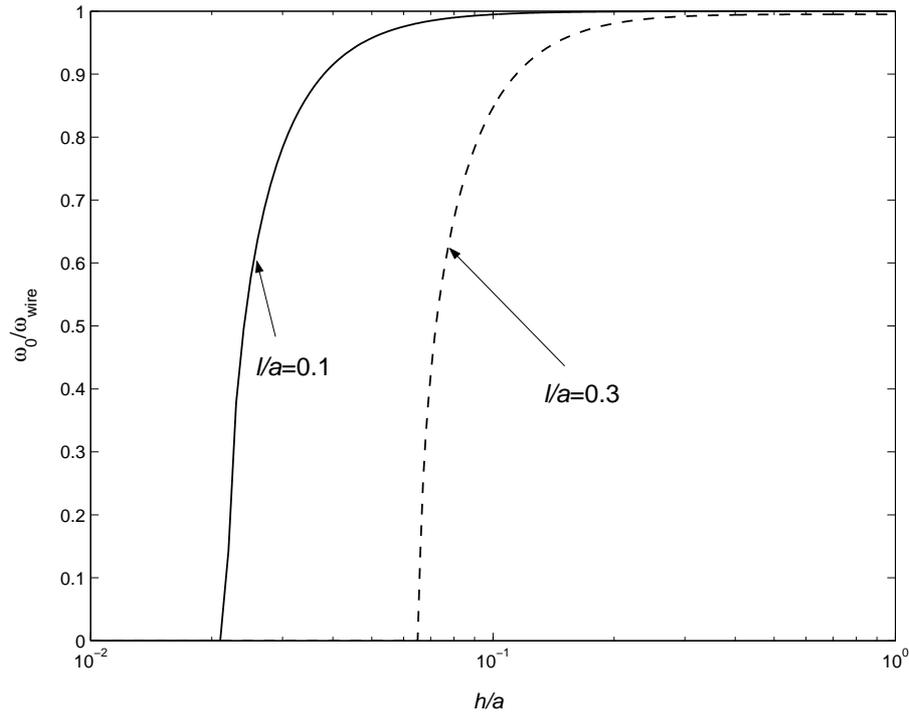


Figure 2: Dependence of the resonance frequency shift on the normalized thickness of the screen. In this example  $l/r_0 = 10$ .

When the height is large, the resonance is determined by the properties of the scatterer, with a small shift due to interactions within the array. At small heights, the field of the image dipole becomes large, and the resonance frequency of the reflection coefficient  $\omega_0$  becomes much smaller than the resonance frequency of a single array element  $\omega_{\text{wire}}$ , and in theory the resonance frequency can approach zero. In practice this is restricted by the particle size.

### 3. Negative permittivity in arrays of wires and other topics

Recently, a new realization and new applications for composite media with negative permittivity and permeability were suggested [5, 6, 7]. One possible realization of materials with negative permittivity is the use of three-dimensional grids formed of thin parallel conducting wires. This structure is known in microwave engineering for a long time as an artificial dielectric. However, the existing models are limited by dense arrays and axial propagation. Here we report on the results of our efforts in this direction.

We consider “wire media”: rectangular grids of infinite wires as depicted on Figure 3. The elementary cells have dimensions  $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ . The diameter of wires is  $r_0 \ll a, b$ . Our main goal is to find the effective parameters: propagation constant and characteristic impedance for this artificial medium. Next, we will discuss possible descriptions of the material in terms of effective permittivity and permeability parameters.

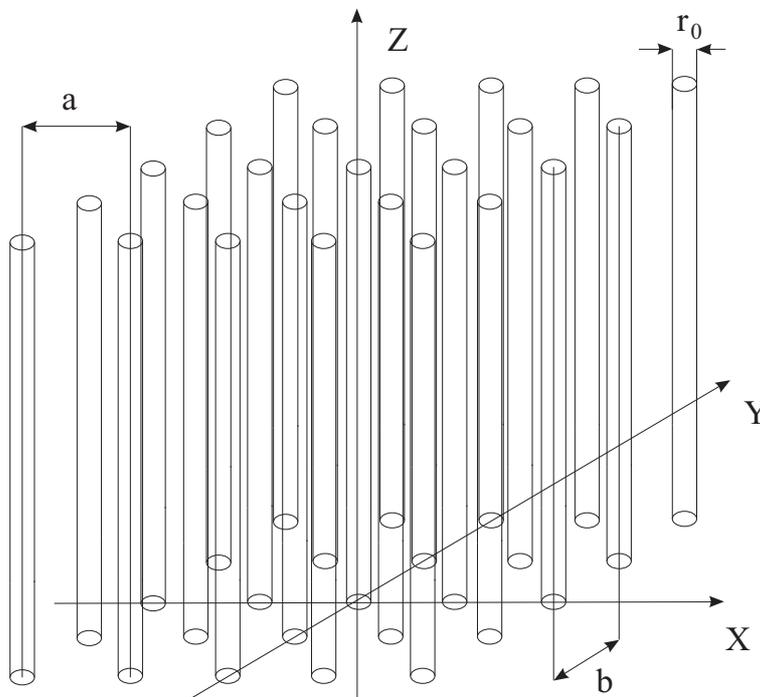


Figure 3: Inner geometry of wire media

Two main results will be presented in the conference. First, a general description of wire media capable to realize negative permittivity. The model takes into account general propagation direction, and both dense and sparse grids. Second, this system can be useful as a simple model problem of spatially dispersive media, which allows analytical solutions. Different media descriptions can be easily analysed and compared.

Finally, other new developments in the field, such as nonreciprocal electromagnetic bandgap structures, will be briefly reviewed.

#### Acknowledgement

This paper is a review of recent studies made by the author together with P. Belov, S. Maslovski, and A. Viitanen.

---

### References

- [1] S.A. Tretyakov, A.J. Viitanen, S.I. Maslovski, I.E. Saarela, *Impedance boundary conditions for regular dense arrays of dipole scatterers*, Electromagnetics Laboratory Report Series, Helsinki University of Technology, Report 304, August 1999 (submitted to *IEEE Transactions Antennas Propagation*).
- [2] S.I. Maslovski and S.A. Tretyakov, *Full-wave interaction field in two-dimensional arrays of dipole scatterers*, *Int. J. Electron. Commun. (AEÜ)*, vol. 53, no. 3, pp. 135-139, 1999.
- [3] V. Yatsenko, S. Maslovski, S. Tretyakov, *Electromagnetic interaction of parallel arrays of dipole scatterers*, in *Progress in Electromagnetics Research, PIER25*, pp. 285-307, 2000 (Abstract also in *J. Electromagnetic Waves Applic.*, vol. 14, pp. 79-80, 2000).
- [4] S.A. Tretyakov, F. Mariotte, C.R. Simovski, T.G. Kharina, J.-Ph. Heliot, *Analytical antenna model for chiral scatterers: comparison with numerical and experimental data*, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 44, no. 7, pp. 1006-1014, 1996.
- [5] J.B. Pendry, *Negative refraction makes a perfect lens*, *Phys. Rev. Lett.*, vol. 85, no. 18, pp. 3966-3969, 2000.
- [6] D.R. Smith, W.J. Padilla, D.C. Vier et al., *Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity*, *Phys. Rev. Lett.*, vol. 84, pp. 4184-4187, 2000.
- [7] I.V. Lindell, S.A. Tretyakov, K.I. Nikoskinen, S. Ilvonen, *BW media – media with negative parameters, capable of supporting backward waves*, Electromagnetics Laboratory Report Series, Helsinki University of Technology, Report 366, April 2001 (submitted to *Microw. Optical Technol. Lett.*)

## Форм-фактор радиационного распада псевдоскалярного связанного состояния кварка и антикварка

Г.Ю.ТЮМЕНКОВ

Постоянный интерес к радиационным распадам мезонов [1, 2] — псевдоскалярных, в частности, — обусловлен тем, что они всегда используются как удобная экспериментальная основа для проверки различных теоретических моделей адронной структуры. Представление о мезоне, как о связанном состоянии спинорных кварка и антикварка в их валентной или конститuentной форме, в настоящее время можно считать правомерным и всесторонне обоснованным. В теории же связанных состояний несомненными достоинствами обладает ковариантный одновременный подход [3], который и ранее успешно использовался для описания различных процессов взаимодействия элементарных частиц [4, 5]. Его вариант, основанный на использовании двухвременных функций Грина, см. например [6, 7], будет последовательно применен в данной работе.

Известно стандартное представление амплитуды радиационного распада псевдоскалярной системы  $(q\bar{q})$ , т.е. процесса  $(q\bar{q}) \rightarrow 2\gamma^*$ :

$$T^{\mu\nu}(P, k) = F(P, k^2)\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma}k_\rho P_\sigma, \quad (1)$$

где  $F(P, k^2)$ - форм-фактор распада,  $P_\sigma$  — полный 4-импульс системы,  $k_\rho$  — 4-импульс регистрируемого фотона,  $\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$  - тензор Леви-Чивита. Конституентные массы кварка и антикварка полагаются одинаковыми и равными  $m$ .

В свою очередь, в рамках вышеупомянутого подхода данная амплитуда приобретает вид [4, 6]:

$$T^{\mu\nu}(P_0, \vec{k}) = 2i(2\pi)^3 \int d^3p M_{\lambda\sigma}^{\mu\nu}(P_0, \vec{p}, \vec{k}) \psi^{\lambda\sigma}(\vec{p}), \quad (2)$$

$$M_{\lambda\sigma}^{\mu\nu}(P_0, \vec{p}, \vec{k}) = [G_{0\rho\varphi}^{\mu\nu}(P_0, \vec{k})]^{-1} G_{2\lambda_1\sigma_1}^{\rho\varphi}(P_0, \vec{p}, \vec{k}) [G_{0\lambda\sigma}^{\lambda_1\sigma_1}(P_0, \vec{p})]^{-1}. \quad (3)$$

В формулах (2), (3)  $\psi^{\lambda\sigma}(\vec{p})$  - релятивистская волновая функция системы,  $[G_0]^{-1}$  - обратная свободная двухвременная функция Грина,  $G_2$  — двухвременная функция Грина второго порядка теории возмущений [6],  $\vec{p}$  - относительный импульс кварков,  $\vec{k}$  — относительный импульс  $\gamma$ -квантов.

Ковариантность подхода [3] позволяет, не теряя общности, продолжить расчеты в с.ц.м. :  $\vec{P}=0$ , а  $P_0 = M$ , где  $M$ -масса покоя системы  $(q\bar{q})$ .

Согласно [6, 7], волновая функция может быть разделена на спиновую, содержащую дираковские биспиноры и матрицу  $\gamma_5$ , и модульную составляющие:

$$\psi^{\lambda\sigma}(\vec{p}) = \bar{u}^\lambda(\vec{p})\gamma_5 v^\sigma(-\vec{p})\psi(p); \quad p = |\vec{p}|, \quad (4)$$

а амплитуда (2) приобретет вид

$$T^{\mu\nu}(M; \vec{k}) = - \int d^3p \frac{2^5 e_q^2}{(2\omega_p)^2} \frac{\Omega^{-1} R_p^{-1} - 1}{W(M - \Omega)} \varepsilon^{\mu\nu i 0} k_i \omega_p m \psi(p) + (\vec{k} \rightarrow -\vec{k}), \quad (5)$$

где  $e_q$ -заряд кварка и использованы обозначения

$$\omega_p = \sqrt{m^2 + \vec{p}^2}, \quad W = \sqrt{m^2 + (\vec{p} - \vec{k})^2},$$

$$\Omega = \omega_p + k + W, \quad R_p = (M - 2p + i0)^{-1}.$$

Далее из (1) и (4) выделяем выражение для форм-фактора

$$F(M; k^2) = \frac{2^3 e_q^2 m}{M} \int d^3 p \frac{1 - \Omega^{-1} R_p^{-1}}{\omega_p W (M - \Omega)} \psi(p) + (\vec{k} \rightarrow -\vec{k}), \quad (6)$$

допускающее интегрирование по угловым переменным, что дает одномерное интегральное представление для  $F(M; k^2)$  :

$$F(M; k^2) = 2^5 \pi e_q^2 \int_0^\infty \frac{m p d p}{M k \omega_p} \left\{ (1 - R_k^{-1} M^{-1}) \ln \left| \frac{M - \omega_p - k - \sqrt{m^2 + (p+k)^2}}{M - \omega_p - k - \sqrt{m^2 + (p-k)^2}} \right| + \right. \\ \left. + R_k^{-1} M^{-1} \ln \left| \frac{\omega_p + k + \sqrt{m^2 + (p+k)^2}}{\omega_p + k + \sqrt{m^2 + (p-k)^2}} \right| \right\} \psi(p), \quad k = |\vec{k}|. \quad (7)$$

Константа распада  $f(M, m)$  получается из  $F(M; k^2)$  при  $k = M/2$ , т.е. в случае реальных  $\gamma$ -квантов

$$f(M, m) = F(M; k^2) |_{k=M/2} = 2^5 \pi e_q^2 \int_0^\infty \frac{m p d p}{\omega_p M^2 / 2} \times \\ \times \ln \left| \frac{M/2 - \omega_p - \sqrt{m^2 + (p + M/2)^2}}{M/2 - \omega_p - \sqrt{m^2 + (p - M/2)^2}} \right| \psi(p). \quad (8)$$

Волновую функцию  $\psi(p)$  выберем, как и в [7], основываясь на необходимости правильного асимптотического поведения [8], в виде

$$\psi(p) = C [2(\omega_p)^2 + M^2]^{-3/2}. \quad (9)$$

Константу  $C$  в данном случае следует рассматривать как свободный параметр.

Дальнейшее аналитическое исследование выражений (6) и (8) совместно с (8) оказывается невозможным, что заставляет использовать стандарт численных вычислений MathCad7. Для этого преобразуем (6) к виду

$$F(M; k^2) = \xi I(M, m; k^2) = \xi \int_0^b \Phi(M, m; p, k) d p, \quad \xi = 2^5 C \pi e_q^2, \quad (10)$$

а (8) к виду

$$f \equiv f(M, m) = \xi f'(M, m). \quad (11)$$

Теперь обратимся к конкретной системе, а именно,  $\pi^0$ -мезону, для которого согласно [2]:  $M_\pi = 140$  МэВ,  $m_q = 250$  МэВ, а  $f_\pi = 92,4$  МэВ.

Изучение в (9) зависимости от  $p$  подинтегральной функции  $\Phi(M_\pi, m_q; p, k)$  для произвольных фиксированных  $k$  (например,  $k = 100$  МэВ, см. рис.1) позволяет для данного мезона зафиксировать параметр интегрирования  $b$  на уровне 1500 МэВ.

Указанные массы и константа распада определяют значение свободного параметра  $\xi$ , фигурирующего в (9) и (10). И это значение  $\xi = 12,078 \cdot 10^9$  МэВ<sup>4</sup>. Теперь становится

возможным построение графика форм-фактора  $F_\pi(M_\pi, m_q; k)$  радиационного распада  $\pi^0$ -мезона - рис.1а.

Используемый подход указывает также на присутствие параметрических зависимостей константы распада  $f$  от  $m$  и  $M$ , что очевидно из (6), (8), и которые изображены на рис.2 и рис.2а соответственно.

Приведем все перечисленные графические зависимости :

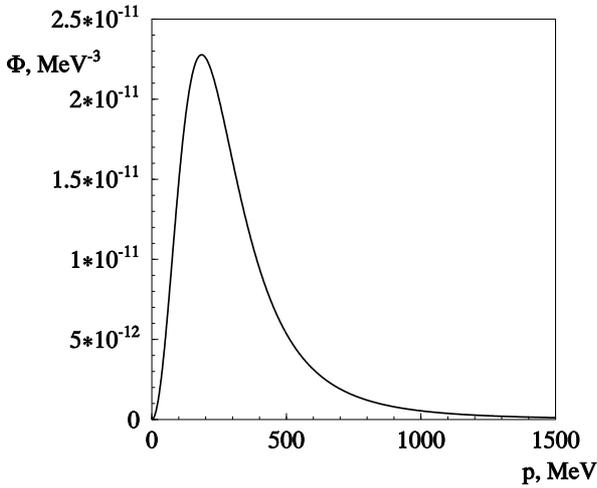


Рис. 1: Поведение подинтегральной функции  $\Phi(M_\pi, m_q; p, k)$  при  $k = 100$  МэВ.

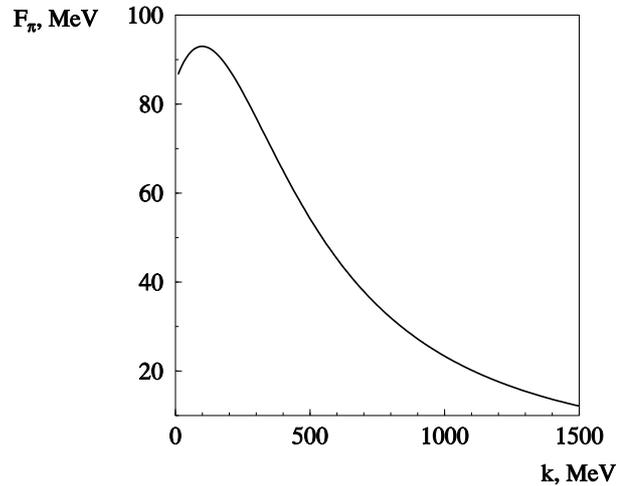


рис. 1а: График форм-фактора  $F_\pi(M_\pi, m_q; k)$  радиационного распада  $\pi_0$ -мезона.

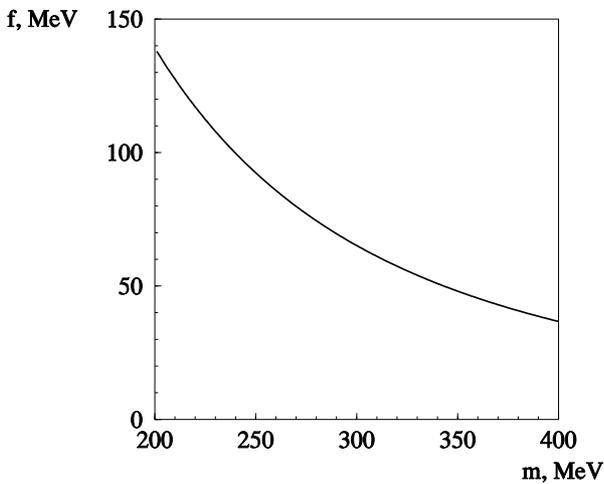


Рис. 2: Параметрическая зависимость  $f(M_\pi, m)$  от  $m$  при  $M_\pi = 140$  МэВ.

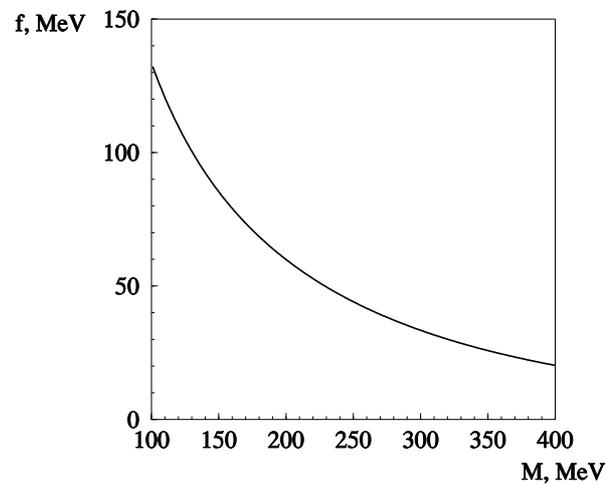


рис.2а: Параметрическая зависимость  $f(M, m_q)$  от  $M$  при  $m_q = 250$  МэВ.

Выявленное поведение  $F_\pi(M_\pi, m_q; k)$  хорошо коррелирует с данными работ [1, 2] и в то же время допускает дальнейшую более детальную доработку за счет использования точного релятивистского условия нормировки волновой функции  $\psi(p)$ , см., например, [9], и введения большего числа свободных параметров при ее моделировании с последующим их фитированием либо за счет использования волновых функций, являющихся численными решениями соответствующих интегральных уравнений.

Зависимости же, изображенные на рис.2 и рис.2а, в особенности, приводятся фактически впервые, и реальная возможность их анализа является существенным достоин-

ством подхода [6, 7]. В обоих случаях предполагалось сохранение значения параметра  $\xi = 12,078 \cdot 10^9 \text{ МэВ}^4$ .

Автор выражает искреннюю благодарность С.В.Шалупаеву, В.Н.Капшай и В.В.Андрееву за интерес к работе и полезные обсуждения, В.В.Кондратюк и В.Е.Кагановичу — за помощь в оформлении статьи.

**Abstract.** The radiative decay of pseudoscalar quark-antiquark bound-state into two virtual  $\gamma$ -quantae is considered in the framework of the covariant single-time approach of quantum field theory. The common integral form of decay form-factor, depending on the relativistic wave function of the bound-state, is found. Also, the explicit form of decay form-factor and its dependence on the full energy of the system are obtained and analysed, using the model wave function with correct asymptotic behaviour. As the example of mentioned bound-state, the light unflavoured meson ( $\pi^0$ -meson) is discussed. The case of decay into two real  $\gamma$ -quantae is considered too.

### Литература

- [1] C.R.Münz et al. *Electromagnetic meson form factors in a covariant Salpeter model*, Phys.Rev. C, V.52, № 4 (1995), 2110–2119.
- [2] W.Jaus, *Relativistic constituent-quark model of electroweak properties of light mesons*, Phys.Rev. D, V.44, № 9 (1991), 2851–2859.
- [3] A.A.Logunov, A.N.Tavkhelidze, *Quasioptical approach in quantum field theory*, Nuovo Cim., V.29, № 2 (1963), 380–400.
- [4] А.Н.Квинихидзе и др. *Инклюзивные процессы с большими поперечными импульсами в подходе составных частиц*, ЭЧАЯ, Т.8, вып.3 (1977), 478–520.
- [5] В.И.Саврин, В.В.Санадзе, Н.Б.Скачков, *Описание распадов составных мезонов на основе ковариантной гамильтоновой формулировки теории поля*, Сообщение ОИ-ЯИ Р2-84-40. Дубна. (1984), 10 с.
- [6] В.Н.Капшай, Г.Ю.Тюменков, *К описанию распадов  $\pi^0 \rightarrow 2\gamma^*$  и  $\pi^+ \rightarrow \mu^+\nu$  в квазипотенциальном подходе*, ДАН БССР, Т.33, № 6 (1989), 518–520.
- [7] В.Н.Капшай, Г.Ю.Тюменков, *Константа распада  $(Q\bar{q}) \rightarrow l\bar{l}$  в ковариантном одно-временном подходе*, Изв. ВУЗов. Физика, Т.35, № 2 (1992), 101–103.
- [8] В.Н.Капшай, Г.Ю.Тюменков *Об асимптотике квазипотенциальной волновой функции двухчастичной системы*, Изв. ВУЗов. Физика, Т.36, № 6 (1993), 102–105.
- [9] E.A.Dey, V.N.Kapshai, G.Yu.Tyumenkov, *One-photon exchange quasipotentials of two-body systems*, Acta Phys.Polonica, V.B21, № 6 (1990), 449–456.

Гомельский госуниверситет  
им. Франциска Скорины  
246699 Гомель, Беларусь

Поступило 15.06.2001

## Свойства собственных волн плоско-параллельного волновода, заполненного зеркально-сопряжёнными киральными средами

В.В. ФИСАНОВ, И.В. ВИННИК

Рассматривается плоско-параллельный волновод  $-\infty < x < \infty$ ,  $|z| \leq d$  с граничными условиями  $\hat{z} \times \mathbf{E}(x, \pm d) = 0$  на его стенках. Плоскость  $z = 0$  является поверхностью раздела заполняющих его однородных зеркально-сопряжённых киральных сред, то есть таких сред, которые имеют идентичные значения диэлектрической ( $\varepsilon$ ) и магнитной ( $\mu$ ) проницаемостей, а их параметры киральности различаются только знаком. Закономерности отражения и преломления волн на плоской поверхности раздела двух зеркально-сопряжённых полупространств [1] здесь неприменимы, поэтому решается граничная задача для однородных уравнений Максвелла при гармонической временной зависимости вида  $e^{-i\omega t}$  с использованием уравнений связи типа Теллегена

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} + i\sqrt{\varepsilon\mu}G\mathbf{H}, \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H} - i\sqrt{\varepsilon\mu}G\mathbf{E}, \quad (1)$$

где  $G$  — приведённый параметр киральности [2]. Для определённости примем, что  $G > 0$  в области  $0 < z < d$ . Применение декомпозиции Борена

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2, \quad i\sqrt{\mu/\varepsilon}\mathbf{H} = \mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2 \quad (2)$$

с введением вспомогательных волновых полей  $\mathbf{E}_1$  и  $\mathbf{E}_2$ , подчиняющихся уравнениям

$$\nabla \times \mathbf{E}_{1,2} = \pm\gamma_{1,2}\mathbf{E}_{1,2}, \quad (\nabla^2 + \gamma_{1,2}^2)\mathbf{E}_{1,2} = 0, \quad (3)$$

где  $\gamma_{1,2} = k(1 \pm G)$  — волновые числа полей круговой поляризации  $\mathbf{E}_1$  и  $\mathbf{E}_2$ , соответственно,  $k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$  — среднее (псевдо)волновое число, позволяет получить частные решения волнового уравнения (3) с общим фактором  $e^{iKx}$ . Составляя из них согласно (2) суперпозиции надлежащим образом подобранных полей  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  для областей  $0 < z < d$  и  $-d < z < 0$  и применяя граничные условия при  $z = 0$ ,  $z = \pm d$ , после вычисления детерминанта системы алгебраических уравнений относительно амплитудных множителей придём к дисперсионному уравнению для собственных волн рассматриваемого кироволновода

$$(a+b)^4 \cos 2(\alpha_1 + \alpha_2)d + (a-b)^4 \cos 2(\alpha_1 - \alpha_2)d + 2(a^2 - b^2)^2 [1 - \cos 2\alpha_1 d - \cos 2\alpha_2 d] - 16a^2 b^2 = 0. \quad (4)$$

Здесь введены обозначения

$$a = \alpha_1/\gamma_1, \quad b = \alpha_2/\gamma_2; \quad \alpha_{1,2} = \sqrt{\gamma_{1,2}^2 - K^2}. \quad (5)$$

Уравнение (4) может быть существенно упрощено разложением на множители. Преобразуя первые три слагаемых к полному квадрату, придём к паре уравнений

$$(a+b)^2 \cos(\alpha_1 + \alpha_2)d - (a-b)^2 \cos(\alpha_1 - \alpha_2)d = \pm 4ab, \quad (6)$$

каждое из которых также допускает факторизацию. Уравнение со знаком <минус> в правой части (6) приводится к равносильной форме, впервые приведённой в [3] и относящейся к однородно заполненному кироволноводу с обеими электрическими стенками, раздвинутыми на расстояние  $d$ . Оно разделяется на два дисперсионных уравнения

$$a \operatorname{tg} \frac{1}{2} \alpha_1 d + b \operatorname{tg} \frac{1}{2} \alpha_2 d = 0, \quad a \operatorname{ctg} \frac{1}{2} \alpha_1 d + b \operatorname{ctg} \frac{1}{2} \alpha_2 d = 0. \quad (7)$$

Уравнение со знаком <плюс> в (6) приводится к уравнениям

$$a \operatorname{tg} \frac{1}{2} \alpha_1 d - b \operatorname{ctg} \frac{1}{2} \alpha_2 d = 0, \quad a \operatorname{ctg} \frac{1}{2} \alpha_1 d - b \operatorname{tg} \frac{1}{2} \alpha_2 d = 0, \quad (8)$$

которые соответствуют двум семействам мод однородно заполненного кироволновода высотой  $d$  со смешанными стенками (на одной из стенок задано граничное условие  $\hat{z} \times \mathbf{E} = 0$ , тогда как на другой стенке — условие  $\hat{z} \times \mathbf{H} = 0$ ).

Таким образом, спектр мод рассматриваемого кироволновода с неоднородным заполнением является объединением спектров мод двух однородно заполненных киральной средой волноводов половинной высоты со стенками идентичной и смешанной проводимости. Этот вывод соответствует концепции изображений, согласно которой изображаемый киральный объект является зеркально-сопряжённым с его прототипом [4].

Волны в плоско-параллельном кироволноводу с электрическими стенками являются гибридными, они распространяются попарно (свойство бифуркации) [5], [6], за исключением основной моды [7]. Кроме того, дисперсионные кривые модовых пар могут неоднократно пересекаться [8], [2]. В данной работе важный для выяснения детальной структуры дисперсионных кривых вопрос о числе точек пересечения исследуется путём рассмотрения всеволновой эволюции квадрата постоянной распространения  $K^2$ , включая область нераспространяющихся волн. С этой целью дисперсионные зависимости изучаются в координатах  $x = (kd/\pi)^2$  и  $y = (Kd/\pi)^2$ . Точки пересечения дисперсионных кривых для уравнений (7) и для уравнений (8) определяются соответственно условиями

$$\sin \frac{1}{2}(\alpha_1 \pm \alpha_2)d = 0, \quad \cos \frac{1}{2}(\alpha_1 \pm \alpha_2)d = 0. \quad (9)$$

Сюда не входят точки бифуркации ( $K = 0$ ), они задаются отличными от (9) условиями

$$\sin \frac{1}{2}(\gamma_1 + \gamma_2)d = \sin kd = 0, \quad \cos \frac{1}{2}(\gamma_1 + \gamma_2)d = \cos kd = 0, \quad (10)$$

соответственно. Характерно, что при выборе материальных уравнений в форме (1) условия (10) не содержат параметр киральности.

На примере волновода с идентичными стенками определим расположение точек пересечения на плоскости  $(x, y)$ . Исходя из первого уравнения в (9) и используя выражение  $\gamma_1^2 - \gamma_2^2 = 4k^2G$ , найдём абсциссы и ординаты точек пересечения

$$x_{ln} = ln/G, \quad y_{ln} = (1 \pm G)^2 x_{ln} - (l \pm n)^2, \quad (11)$$

где  $l, n$  — натуральные числа. Соотнесём число  $l$  с порядковым номером  $m$  пары мод, имеющих точку бифуркации  $x = m^2$ , полагая  $l = m \neq 0$ . Исключая из выражений (11)  $n$ , найдём, что все точки пересечения  $m$ -ой модовой пары расположены на линии

$$y = \left( \frac{x}{m} - m \right) \left( m - \frac{G^2 x}{m} \right). \quad (12)$$

Нанесём на  $(x, y)$ -плоскость сетку с ячейками переменного размера в форме параллелограмма при помощи прямых

$$y = (1 + G)^2 x - (m + n)^2, \quad (13)$$

$$y = (1 - G)^2 x - (m - n)^2, \quad (14)$$

где  $m, n = 0, 1, 2, \dots$ . Линии с  $m \pm n = 0$  разграничивают область распространяющихся волн  $y > 0$  на сектора медленных волн ( $K > \gamma_1^2$ ), быстрых волн ( $K < \gamma_2$ ) и промежуточный сектор ( $\gamma_2 < K < \gamma_1$ ) [6]. Прямые (14) пересекаются с линией (12) в точках с абсциссами  $x = mn/G$ , то есть в точках пересечения дисперсионных кривых номера  $m$ . Значение  $n = m$  соответствует точке с абсциссой  $x = m^2/G$ , в которой прямая (14) пересекает только одну, принадлежащую семейству чётных волн, дисперсионную кривую (описывается первым уравнением в (7)). Следовательно, для  $m$ -ой пары дисперсионных кривых имеется как раз  $m$  точек пересечения

$$x_{mn} = \frac{mn}{G}, \quad y_{mn} = \left(\frac{n}{G} - m\right)(m - nG) \quad m = 1, 2, 3, \dots; n = 0, 1, \dots, (m - 1). \quad (15)$$

Если параметр киральности  $G$  является отношением целых чисел ( $G = n/m < 1$ ), то происходит наложение  $n$ -ой точки пересечения на точку бифуркации. В противном случае, при  $n/m < G < (n + 1)/m$ , в интервале  $x_{mn} < x < x_{m(n+1)}$  происходит дополнительное пересечение дисперсионных кривых в точке бифуркации  $x = m^2$ . В сектор

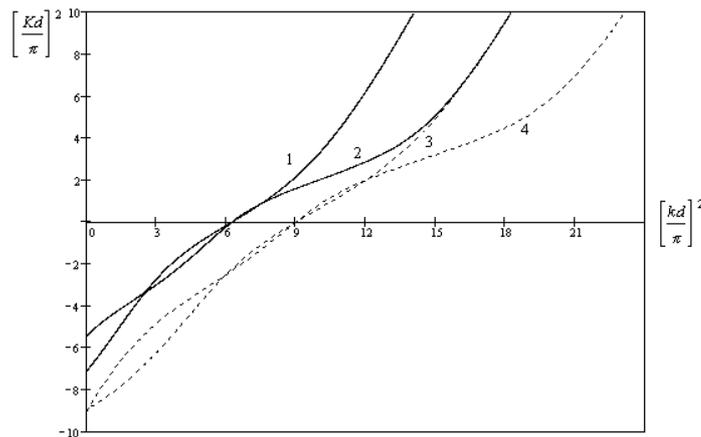


Рис. 1: Дисперсионные кривые кироволновода с зеркально-сопряжёнными средами.

медленных волн дисперсионные кривые не заходят, так как решения уравнений (7) и (8) для обоих положительных поперечных волновых чисел  $\alpha_{\pm}$  там отсутствуют. В промежуточном секторе, где пересечения дисперсионных кривых уже не происходят, волны, объединённые общей частотой отсечки (точка  $x = m^2$ ), обладают нормальной дисперсией. Их постоянные распространения с увеличением частоты растут, но дисперсионные кривые ограничены ближайшими линиями семейства (13). Асимптотой чётных волн является прямая этого семейства с  $n = m + 1$ , тогда как для нечётных волн асимптотой служит прямая с  $n = m$ .

Построение дисперсионных кривых для уравнений (8) проводится аналогичным образом. Модовые пары номера  $M = 0, 1, 2, \dots$  с общей частотой отсечки (точка  $x = (M + \frac{1}{2})^2$ ) обладают точками пересечения с координатами

$$x_{MN} = (M + \frac{1}{2})(N + \frac{1}{2})/G, \quad y_{MN} = [(N + \frac{1}{2}G^{-1}) - (M + \frac{1}{2})][M + \frac{1}{2} - (N + \frac{1}{2})G], \quad (16)$$

где  $M = 1, 2, 3, \dots$ ,  $N = 0, 1, \dots, (M - 1)$ . Асимптотами для кривых, принадлежащих первому и второму уравнениям (8), являются, соответственно, прямые  $y =$

$(1 + G)^2x - (2M + 1)^2$  и  $y = (1 + G)^2x - (2M + 2)^2$ . На рисунке приведены дисперсионные кривые для двух пар смежных мод неоднородного волновода, принадлежащих к спектру однородных волноводов со смешанными ( $M = 2$ ) и идентичными ( $m = 3$ ) стенками. Кривые 1, 4 относятся к первым уравнениям в (8) и (7) соответственно, а кривые 2, 3 — ко вторым уравнениям. При значении параметра киральности  $G = 0,5$  в области распространения в каждой паре мод имеется по одной точке перекрывания кривых.

**Abstract.** The dispersion relation for eigenwaves of a parallel-plate chirowaveguide filled with mirror-conjugate media is divided on a pair of equations describing even and odd waves of an electric-wall homogeneously filled chirowaveguide at half height and on another pair of equations related to such chirowaveguide but with mixed walls. It is found that the dispersion curves of the  $m$ -mode pair with the below-cut-off region included have just  $m$  points of crossing.

### Литература

- [1] A. Lakhtakia, V.V. Varadan, V.K. Varadan, *What happens to plane waves at the planar interfaces of mirror-conjugated chiral media?*, J. Opt. Soc. Am. A 6:1 (1989), 23–26.
- [2] J. Lekner, *Properties of a chiral slab waveguide*, Pure Appl. Opt. 6:3 (1997), 373–384.
- [3] Е.Л. Альтшулер, А.Н. Москалев, В.А. Рыжов, Р.М. Рындин, П.Г. Сильвестров, В.Н. Фомичев, И.Б. Хриплович, *Электромагнитные волны в волноводах с оптически активным заполнением*, ЖТФ 54:10 (1984), 1956–1967.
- [4] M.S. Kluskens, E.H. Newman, *Image theory for chiral bodies*, IEEE Trans. Antennas Propagat. 39:5 (1991), 676–677.
- [5] V.K. Varadan, A. Lakhtakia, V.V. Varadan, *Propagation in a parallel-plate waveguide wholly filled with a chiral medium*, J. Wave-Mater. Interact. 3:3 (1988), 267–272.
- [6] P. Pelet, N. Engheta, *The theory of chirowaveguides*, IEEE Trans. Antennas Propagat. 38:1 (1990), 90–98.
- [7] S.F. Mahmoud, *On mode bifurcation in chirowaveguides with perfect electric walls*, J. Electromagn. Waves Appl. 6:10 (1992), 1381–1392.
- [8] H. Cory, S. Waxman, *Wave propagation along a fully or a partially loaded parallel plate chirowaveguide*, IEE Proc. — Microw. Antennas Propagat. 141:4 (1994), 299–306.

Сибирский физико-технический институт  
при Томском государственном университете  
634050 Томск, Россия

Поступило 10.05.2001

## Бесселевы световые пучки в одноосных кристаллах

Н.А.ХИЛО, Е.С.ПЕТРОВА

Отдел оптических проблем информатики НАН Беларуси,  
Купревича 1–2, 220141, Минск, nkhilo@optoinform.bas-net.by

До последнего времени наиболее известным и широко используемым световым пучком являлся гауссов пучок. Его важнейшей характеристикой является гауссовость спектра пространственных частот. Вследствие этого данный пучок при распространении в открытом пространстве сохраняет свою структуру, а дифракционные эффекты сводятся к изменению амплитуды пучка, ширины и радиуса кривизны волнового фронта. При этом в окрестности перетяжки волновой фронт поля близок к плоскому и поэтому часто описание гауссова пучка можно осуществлять достаточно точно в плосковолновом приближении. Несмотря на уникальные пространственно-угловые свойства гауссовых пучков, они не всегда являются оптимальными для применений в современной оптике. В первую очередь здесь имеются в виду приложения, требующие использования узких на относительно больших длинах световых пучков. Примерами являются задачи оптического визирования, записи и считывания информации, управления движением холодных атомов и др [1,2]. Для решения такого типа задач более подходящими оказываются бесселевы пучки, систематическое исследование которых началось примерно 15 лет назад [3,4]. Бесселевы пучки нулевого порядка характеризуются интенсивным практически бездифракционным центральным максимумом, длина которого может достигать десятков сантиметров. Аналогично, БСП первого и высших порядков имеют дифракционно подавленное осевое трубчатое поле. Бесселевы пучки как решения уравнения Гельмгольца, описанные Дурнином, относились к простейшему скалярному типу. Однако в последние годы в ряде работ проводятся обобщения указанного решения на общий случай векторных БСП [5-7]. Векторные пучки проявляют ряд новых поляризационных, энергетических, а также пространственных свойств, которые не могут быть обнаружены при использовании скалярного приближения. Целью настоящей работы является изучение свойств непараксиальных БСП произвольных порядков в анизотропных одноосных кристаллах.

### 1. Решение уравнений Максвелла

Рассмотрим распространение бесселевых световых пучков вдоль оптической оси одноосного кристалла. Будем исходить из уравнений Максвелла в цилиндрической системе координат  $(\rho, \varphi, z)$ . Выбирая  $\vec{E}$  и  $\vec{B}$  пропорциональными  $\exp[i(k_z z + m\varphi - \omega t)]$ , получим систему уравнений

$$\begin{aligned} \frac{im}{\rho} E_z - ik_z E_\varphi &= ik_0 B_\rho, & \frac{im}{\rho} B_z - ik_z B_\varphi &= -ik_0 \varepsilon_o E_\rho, \\ ik_z E_\rho - \frac{\partial E_z}{\partial \rho} &= ik_0 B_\varphi, & ik_z B_\rho - \frac{\partial B_z}{\partial \rho} &= -ik_0 \varepsilon_o E_\varphi, \\ \frac{1}{\rho} E_\varphi + \frac{\partial E_\varphi}{\partial \rho} - \frac{im}{\rho} E_\rho &= ik_0 B_z, & \frac{1}{\rho} B_\varphi + \frac{\partial B_\varphi}{\partial \rho} - \frac{im}{\rho} B_\rho &= -ik_0 \varepsilon_e E_z, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $k_0 = \omega/c$ ,  $\varepsilon_0$  и  $\varepsilon_e$  — главные значения тензора диэлектрической проницаемости. Из уравнений (1) следуют формулы связи продольных и поперечных компонент полей:

$$\begin{aligned} E_\rho &= \frac{i}{q_0^2} \left( k_0 \frac{1}{\rho} \frac{\partial B_z}{\partial \varphi} + k_z \frac{\partial E_z}{\partial \rho} \right), & B_\rho &= -\frac{i}{q_0^2} \left( k_0 \varepsilon_o \frac{1}{\rho} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - k_z \frac{\partial B_z}{\partial \rho} \right), \\ E_\varphi &= \frac{i}{q_0^2} \left( k_z \frac{1}{\rho} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - k_0 \frac{\partial B_z}{\partial \rho} \right), & B_\varphi &= \frac{i}{q_0^2} \left( k_z \frac{1}{\rho} \frac{\partial B_z}{\partial \varphi} + k_0 \varepsilon_o \frac{\partial E_z}{\partial \rho} \right), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $q_0^2 = k_0^2 \varepsilon_o - k_z^2$ .

Подставляя из (2) выражения для поперечных компонент напряженностей электрического и магнитного полей в (1), получим уравнения для продольных компонент полей

$$\frac{\partial^2 B_z}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial B_z}{\partial \rho} - \frac{m^2}{\rho^2} B_z = -q_0^2 B_z, \quad \frac{\partial^2 E_z}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial E_z}{\partial \rho} - \frac{m^2}{\rho^2} E_z = \frac{q_0^2 \varepsilon_e}{\varepsilon_o} B_z. \quad (3)$$

Уравнения (3) имеют два независимых решения вида

$$a) E_z = 0, \quad B_z = J_m(q\rho) \exp[i(k_z z + m\varphi)] \quad (4)$$

$$b) B_z = 0, \quad E_z = J_m(q\rho) \exp[i(k_z z + m\varphi)], \quad (5)$$

где  $J_m(q\rho)$ -функция Бесселя первого рода  $m$ -го порядка.

Из (3) находим показатели преломления

$$n_o^2 = \varepsilon_o, \quad (6)$$

$$n_e^2(\gamma) = \frac{\varepsilon_o \varepsilon_e}{\varepsilon_o \sin^2(\gamma) + \varepsilon_e \cos^2(\gamma)} \quad (7)$$

Таким образом, поля (4) и (5) соответствуют обыкновенной и необыкновенной плоским волнам в теории одноосных кристаллов. Назовем их бесселевыми пучками  $o$ - и  $e$ -типа. Для бесселевых пучков  $o$ - и  $e$ -типов продольные компоненты волновых векторов равны соответственно  $k_{oz} = k_0 n_o \cos(\gamma_o)$ ,  $k_{ez} = k_0 n_e \cos(\gamma_e)$ , и связаны с радиальной компонентой  $q$  соотношениями  $q^2 + k_{oz}^2 = k_0^2 n_o^2$ ,  $q^2 + k_{ez}^2 = k_0^2 n_e^2(\gamma)$ ,  $q = k_0 n_{o,e} \sin(\gamma_{o,e})$ . Здесь  $\gamma$  — угол конусности БСП, т.е. половина угла при вершине конуса спектра пространственных частот пучка.

Из соотношений (2) и (4), (5) находим окончательно полный набор компонент для  $o$ -бесселевых пучков

$$\begin{aligned} E_{o\rho} &= i \frac{m}{q\rho} J_m(q\rho), \quad E_{o\varphi} = -J'_m(q\rho), \quad E_{oz} = 0, \\ B_{o\rho} &= n_o \cos(\gamma_o) J'_m(q\rho), \quad B_{o\varphi} = i n_o \cos(\gamma_o) \frac{m}{q\rho} J_m(q\rho), \quad B_{oz} = -i n_o \sin(\gamma_o) \frac{m}{q\rho} J_m(q\rho) \end{aligned} \quad (8)$$

и для  $e$ -БСП

$$\begin{aligned} E_{e\rho} &= i \cos(\gamma_e) J'_m(q\rho), \quad E_{e\varphi} = -\cos(\gamma_e) \frac{m}{q\rho} J_m(q\rho), \quad E_{ez} = \sin(\gamma_e) \frac{\varepsilon_o}{\varepsilon_e} J_m(q\rho), \\ B_{e\rho} &= \frac{\varepsilon_o}{n_e(\gamma)} \frac{m}{q\rho} J_m(q\rho), \quad B_{e\varphi} = i \frac{\varepsilon_o}{n_e(\gamma)} J'_m(q\rho), \quad B_{ez} = 0, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $J'_m(q\rho) = \partial J_m(q\rho) / \partial(q\rho)$  и опущен фазовый множитель  $\exp[i(k_{o,e} z + m\varphi)]$ .

Из формул (8), (9) видно, что поляризация бесселевых пучков  $o$ - и  $e$ -типов имеет соответственно  $\varphi$ - и  $\rho$ -компоненты аналогично случаю плоской волны обыкновенной и

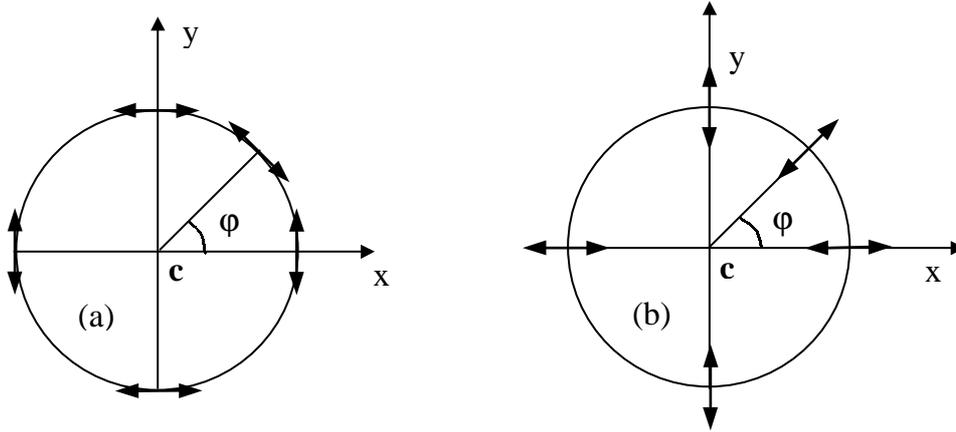


Рис.1. Ориентация векторов поляризации бesselового пучка нулевого порядка в одноосном кристалле в зависимости от азимутальной координаты  $\varphi$  при вращении вокруг оптической оси  $c$  для обыкновенной (а) и необыкновенной (б) волн.

необыкновенной поляризации. Кроме того, для БСП высших порядков ( $\neq 0$ ) появляются компоненты, ортогональные указанным выше (см. рис. 1а,б).

Анализ формул (8), (9) приводит также к выводу, что обыкновенные и необыкновенные волны являются аналогами бesselовых пучков ТН и ТЕ типа в изотропных средах. Отличие состоит в том, что в изотропной среде фазовые скорости вышеназванных волн являются вырожденными.

Векторы поляризации  $o$ - и  $e$ - БСП могут быть представлены в следующем удобном для анализа виде

$$\vec{E}_{\perp}(m) = \left( \vec{e}_{\varphi} J_{m+1}(q\rho) + i(\vec{e}_{\rho} + i\vec{e}_{\varphi}) \frac{m}{q\rho} J_m(q\rho) \right) \exp[i(k_{o,e}z + m\varphi)] \quad (10)$$

для  $o$ - БСП. Аналогично для  $e$ - БСП:

$$\vec{E}_{\perp}(m) = -i \cos(\gamma_e) \left( \vec{e}_{\rho} J_{m+1}(q\rho) - (\vec{e}_{\rho} + i\vec{e}_{\varphi}) \frac{m}{q\rho} J_m(q\rho) \right) \exp[i(k_{o,e}z + m\varphi)] \quad (11)$$

где  $\vec{e}_{\rho}$  и  $\vec{e}_{\varphi}$  — орты цилиндрической системы координат.

Из выражений (10), (11) видно, что электрическое поле БСП содержит компоненты с одинаковой пространственной структурой и поляризацией, аналогичной плоским волнам. Кроме того, пучки содержат циркулярно поляризованную компоненту, отличную от нуля только при  $m \neq 0$ .

Интересно отметить, что  $o$ - и  $e$ - БСП могут быть представлены в двух альтернативных формах. Например, выражение (10) преобразуется к виду

$$\vec{E}_{\perp}(m) = - \left( \vec{e}_{\varphi} J_{m-1}(q\rho) - i(\vec{e}_{\rho} - i\vec{e}_{\varphi}) \frac{m}{q\rho} J_m(q\rho) \right) \exp[i(k_{o,e}z + m\varphi)] \quad (12)$$

Из (10), (12) следует, что выделение из бesselова пучка с  $m \neq 0$  левой либо правой циркулярно поляризованных компонент автоматически приводит к изменению пространственной структуры "плосковолновой"  $\varphi$ - компоненты. Указанный эффект представляет собой проявление внутренней связи поляризационной и пространственной степеней свободы световых полей с винтовой дислокацией волнового фронта.

## 2. Связь поляризационных и энергетических характеристик БСП

Представляет интерес нахождение поперечных компонент потоков энергии БСП  $o$ - и  $e$ - поляризаций. Их расчет дает  $S_\rho = 0$  для обоих пучков и

$$S_\varphi = \frac{c}{4\pi} n_o \sin(\gamma_o) \frac{m}{q\rho} J_m^2(q\rho) \quad (13)$$

для бесселевых пучков  $o$ - типа и

$$S_\varphi = \frac{c}{4\pi} \frac{\varepsilon_o^2 \sin(\gamma_o)}{\varepsilon_e n_e(\gamma_o)} \frac{m}{q\rho} J_m^2(q\rho) \quad (14)$$

для бесселевых пучков  $e$ - типа.

Основным результатом, следующим из формул (13), (14), является возникновение спиральности в потоках энергии волн для БСП высших порядков. Кроме того, при замене  $m \rightarrow -m$ , направление вращения потока энергии изменяется на противоположное. Вводя момент импульса пучка соотношением  $\vec{j} = \varepsilon_0 \vec{r} \times (\vec{E} \times \vec{B})$ , получим, что замена  $S_\varphi \rightarrow -S_\varphi$  приводит к замене  $j_z \rightarrow -j_z$ .

Важно установить взаимосвязь изменения знака спиральности потока энергии с изменением поляризации пучков при указанной выше замене. Из формулы (10) следует, что

$$\vec{E}_\perp(-m) = (-1)^m (\vec{e}_\varphi J_{m+1}(q\rho) - i(\vec{e}_\rho - - - i\vec{e}_\varphi) \frac{m}{q\rho} J_m(q\rho)) \exp[i(k_{o,e} z - m\varphi)] \quad (15)$$

и аналогично для  $e$ - пучка. Из (15) видно, что при замене  $m \rightarrow -m$  циркулярно поляризованная компонента в напряженности электрического поля изменяет направление вращения. Таким образом, изменение знака циркулярной поляризации пучка приводит к изменению направления момента импульса бесселева пучка, что является проявлением спин-орбитальной связи в световом поле.

Второе проявление спин-орбитальной связи следует непосредственно из вида напряженности электрического поля (10). Как отмечалось выше, БСП с напряженностью поля  $\vec{E}(m)$  при  $m \neq 0$  не может быть сформирован простой суперпозицией плоских волн обыкновенной поляризации. Наличие орбитального момента (13) бесселева пучка при  $m$  отличном от нуля приводит к изменению поляризации его парциальных плоско-волновых компонент. Аналогичная ситуация имеет место и для  $e$ -БСП (ф-ла (11)).

## 3. Заключение

Таким образом, в работе рассмотрено распространение бесселевых пучков вдоль оптической оси одноосного кристалла. Найдены решения уравнений Максвелла, соответствующие обыкновенной и необыкновенной плоским волнам в одноосных кристаллах, которые названы бесселевыми пучками  $o$ - и  $e$ - типа. Показано, что вектор поляризации электрического поля бесселева пучка  $o$ -типа имеет  $\varphi$ - компоненту аналогично случаю плоской волны обыкновенной поляризации и, кроме того, циркулярно поляризованную компоненту, которая отлична от нуля только для бесселевых пучков высших порядков. Аналогичное состояние поляризации реализуется и для бесселева пучка  $e$ -типа.

Показано наличие азимутальной компоненты потока энергии бесселевых пучков  $o$ - и  $e$ - поляризаций и проведен ее расчет. Следовательно, с учетом продольной компоненты вектора Умова-Пойнтинга в бесселевых пучках высших порядков реализуются

спиральные потоки энергии. При замене  $m \rightarrow -m$  направление вращения энергии изменяется на противоположное. Изменение знака компоненты  $S_m$  эквивалентно изменению направления момента импульса пучка.

Установлена взаимосвязь изменения направления момента импульса пучка с изменением состояния его поляризации. Показано, что при замене  $m \rightarrow -m$  циркулярно-поляризованная компонента в напряженности электрического поля изменяет направление вращения. Таким образом, изменение знака циркулярной поляризации приводит к изменению направления момента импульса, что является проявлением спин-орбитальной связи в световом поле бesselева пучка.

**Abstract.** Исследовано распространение бesselевых световых пучков вдоль оптической оси одноосного кристалла. Найдены решения уравнений Максвелла, соответствующие обыкновенной и необыкновенной плоским волнам в теории одноосных кристаллов. Проведены расчеты поперечных компонент потоков энергии бesselевых световых пучков. Установлена взаимосвязь изменения направления момента импульса бesselева пучка с изменением состояния его поляризации.

### Литература

- [1] J.Arlt, K.Dholakia, Opt. Communs. 2000. V.177. P.297.
- [2] J.Arlt, T.Hitomi, K.Dholakia, Appl. Phys. 2000. V.71. P. 549–554.
- [3] J.Durnin, JOSA. 1985. Vol.2A. P. 110; 1987. Vol.4A. P.651–654.
- [4] Y.Lin, W.Seka, J.H.Eberly, H.Huang, D.L.Brown, Appl. Opt. 1992. Vol.31. P.2708–2713.
- [5] R.Horak, Z.Bouchal, J.Bajer. Opt. Communs. 1997. V.133. P. 315–327.
- [6] Е.С.Петрова, Н.А.Хило, *Квазициркулярно поляризованные бesselевы световые пучки*, Весті НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. (в печати).
- [7] S.Ruschin, A.Leizer, JOSA. 1998. V.15, №5. P.1139–1143.

## Восстановление электромагнитного поля на антенной решетке

Ю.Д. ЧЕРНИЧЕНКО

### 1. Введение

Разработка и внедрение методов определения основных характеристик антенн по измерениям амплитуд и фаз электромагнитного поля в ближней зоне остается одной из важнейших задач [1, 2]. В связи с этим возникает потребность разработки математической модели, позволяющей определять распределение амплитуды и фазы электромагнитного поля в раскрыве антенной решетки (АР) по измерениям амплитудно-фазового распределения (АФР) в ближней зоне при наличии радиопрозрачного укрытия (РПУ). Выбор формы измерительной поверхности в ближней зоне обычно определяется конструктивными особенностями АР.

При планарных измерениях поля в ближней зоне измерительная плоскость  $S$  (область  $V$ ) располагается параллельно плоскости раскрыва  $S_0$  на расстоянии  $z = H$ . Радиопрозрачное укрытие АР, ограниченное плоскостями  $S_0$  и  $S'$  (область  $V'$ ), имеет толщину  $z = h$ . В этом случае компоненты электромагнитного поля  $\vec{E}_0, \vec{H}_0$  на плоскости раскрыва  $S_0$  определяются по распределению поля  $\vec{E}, \vec{H}$  на измерительной плоскости  $S$ . Будем считать, что поле в области  $V_0$  отсутствует, т.е.

$$\vec{E}'_{|V_0} = 0, \quad \vec{H}'_{|V_0} = 0, \quad (1)$$

а на границах  $S_0$  и  $S'$  выполняются условия непрерывности полей

$$\vec{E}'_{|S_0} = \vec{E}_0(\vec{r}_0), \vec{H}'_{|S_0} = \vec{H}_0(\vec{r}_0); \quad \vec{E}'_{|S'} = \vec{E}'_{S'} = \vec{E}^{S'}(\vec{r}'), \vec{H}'_{|S'} = \vec{H}'_{S'} = \vec{H}^{S'}(\vec{r}'). \quad (2)$$

В соответствии с принципом Гюйгенса соотношения (1), (2) означают, что на границах  $S_0$  и  $S'$  распределены эквивалентные поверхностные источники – поверхностные токи:

$$\vec{\eta}' = [\vec{\nu}_0, \vec{H}_0(\vec{r}_0)], \vec{\eta}'_M = -[\vec{\nu}_0, \vec{E}_0(\vec{r}_0)], \quad \vec{\eta} = [\vec{\nu}_0, \vec{H}^{S'}(\vec{r}')], \vec{\eta}_M = -[\vec{\nu}_0, \vec{E}^{S'}(\vec{r}')],$$

где

$$\vec{E}_0 = e^{i\omega t} \vec{E}_0, \vec{H}_0 = e^{i\omega t} \vec{H}_0; \quad \vec{E}^{(\prime)} = e^{i\omega t} \vec{E}^{(\prime)}, \vec{H}^{(\prime)} = e^{i\omega t} \vec{H}^{(\prime)}. \quad (3)$$

Здесь совокупный индекс  $(\prime)$  принимает два значения: либо он есть (область  $V'$ ), либо его нет (область  $V$ ).

Для вычисления полей в области  $V^{(\prime)}$  необходимо решить обобщенную задачу об излучении, возбуждаемом эквивалентными магнитными и электрическими токами (3). При этом поля  $\vec{E}^{(\prime)}$  и  $\vec{H}^{(\prime)}$  удовлетворяют обобщенным уравнениям Максвелла

$$\begin{cases} \text{rot} \vec{H}^{(\prime)} = i\omega \varepsilon^{(\prime)} \vec{E}^{(\prime)} + \vec{j}'_{\text{ст}}, \\ \text{rot} \vec{E}^{(\prime)} = -i\omega \mu^{(\prime)} \vec{H}^{(\prime)} - \vec{j}'_M, \end{cases} \quad (4)$$

где  $\vec{j}'_{\text{ст}} = \vec{\eta}' \delta(\nu' - \nu)$ ,  $\vec{j}'_{\text{ст}}|_{V'} = 0$ ;  $\vec{j}'_M = \vec{\eta}'_M \delta(\nu' - \nu)$ ,  $\vec{j}'_M|_{V'} = 0$ .

Считая, что среда в области  $V'$  линейная, система (4) распадается на две:

$$\begin{cases} \text{rot} \vec{H}'_1 = i\omega \varepsilon' \vec{E}'_1 + \vec{j}'_{\text{ст}}, & \vec{j}'_{\text{ст}} = \vec{\eta}' \delta(\nu' - \nu), \\ \text{rot} \vec{E}'_1 = -i\omega \mu' \vec{H}'_1, & \vec{j}'_{\text{ст}}|_{V'} = 0, \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} \text{rot} \vec{H}'_2 = i\omega \varepsilon' \vec{E}'_2, & \vec{j}'_M = \vec{\eta}'_M \delta(\nu' - \nu), \\ \text{rot} \vec{E}'_2 = -i\omega \mu' \vec{H}'_2 - \vec{j}'_M, & \vec{j}'_M|_{V'} = 0, \end{cases} \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} \vec{E}' &= \vec{E}'_1 + \vec{E}'_2, & \vec{H}' &= \vec{H}'_1 + \vec{H}'_2, \\ \varepsilon' &= \varepsilon'_1 - i\varepsilon'_2, & \varepsilon'_1 &= \varepsilon' \cos \alpha', & \varepsilon'_2 &= \sigma/\omega + \varepsilon' \sin \alpha', \\ \mu' &= \mu'_1 - i\mu'_2, & \mu'_1 &= \mu' \cos \beta', & \mu'_2 &= \mu' \sin \beta'. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь  $\alpha'$  и  $\beta'$  – углы инерционности поляризации и магнитных потерь для среды области  $V'$  соответственно.

## 2. Вычисление полей $\vec{E}'$ и $\vec{H}'$

Поскольку в области  $V'$  среда однородна и

$$\text{div} \vec{H}'_1 = 0, \quad (8)$$

то электрическая задача (5) сводится к неоднородному уравнению Гельмгольца для поля  $\vec{H}'_1(\vec{r}')$

$$\nabla^2 \vec{H}'_1 + k'^2 \vec{H}'_1 = -\text{rot} \vec{j}'_{\text{ст}}, \quad (9)$$

при

$$\vec{j}'_{\text{ст}} = \vec{\eta}' \delta(\nu' - \nu), \quad (10)$$

где

$$k'^2 = \varepsilon' \mu' \omega^2, \quad k' = k'_1 - ik'_2, \quad k'_1 > 0, k'_2 \geq 0. \quad (11)$$

В то же время решение для поля  $\vec{E}'_1(\vec{r}')$  в области  $V'$  находится из первого уравнения системы (5) при  $\vec{j}'_{\text{ст}}|_{V'} = 0$ , т.е.

$$\vec{E}'_1(\vec{r}') = \frac{-i}{\omega \varepsilon'} \text{rot} \vec{H}'_1(\vec{r}'), \quad \vec{r}' \in V'. \quad (12)$$

Учитывая требование непрерывности тангенциальной компоненты  $\vec{j}'_{\text{ст}}$ , а именно

$$(\vec{j}'_{\text{ст}})_\tau|_{S_0} = 0, \quad (13)$$

решение уравнения (9) в области  $V'$  дается выражением [3]

$$\vec{H}'_1(\vec{r}') = \iint_{S_0} dS_0 G_{k'}(|\vec{r}' - \vec{r}_0|) \left[ \frac{\vec{r}' - \vec{r}_0}{|\vec{r}' - \vec{r}_0|}, [\vec{\nu}_0, \vec{H}_0(\vec{r}_0)] \right], \quad \vec{r}' \in V', \quad (14)$$

где

$$G_{k'}(|\vec{r}' - \vec{r}_0|) = \frac{1}{4\pi} \frac{d}{d|\vec{r}' - \vec{r}_0|} \left( \frac{\exp(-ik'|\vec{r}' - \vec{r}_0|)}{|\vec{r}' - \vec{r}_0|} \right). \quad (15)$$

Решение же магнитной задачи (6), вытекающее из принципа перестановочной двойственности [3], имеет аналогичный вид:

$$\vec{E}'_2(\vec{r}') = \iint_{S_0} dS_0 G_{k'} \left( |\vec{r}' - \vec{r}_0| \right) \left[ \frac{\vec{r}' - \vec{r}_0}{|\vec{r}' - \vec{r}_0|}, [\vec{\nu}_0, \vec{E}_0(\vec{r}_0)] \right], \quad (16)$$

$$\vec{H}'_2(\vec{r}') = \frac{i}{\omega \mu'} \text{rot} \vec{E}'_2(\vec{r}'), \quad \vec{r}' \in V'. \quad (17)$$

Очевидно, что в силу однородности среды в области  $V$ , выражения для полей  $\vec{E}_n, \vec{H}_n$ , ( $n = 1, 2$ ) по форме идентичны решениям (12), (14), (16) и (17) в области  $V'$ :

$$\vec{E}_1(\vec{r}) = \frac{-i}{\omega \varepsilon'} \text{rot} \vec{H}_1(\vec{r}), \quad (18)$$

$$\vec{H}_1(\vec{r}) = \iint_{S'} dS' G_k \left( |\vec{r} - \vec{r}'| \right) \left[ \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}, [\vec{\nu}_0, \vec{H}^{S'}(\vec{r}')] \right], \quad (19)$$

$$\vec{E}_2(\vec{r}) = \iint_{S'} dS' G_k \left( |\vec{r} - \vec{r}'| \right) \left[ \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}, [\vec{\nu}_0, \vec{E}^{S'}(\vec{r}')] \right], \quad (20)$$

$$\vec{H}_2(\vec{r}) = \frac{i}{\omega \mu} \text{rot} \vec{E}_2(\vec{r}), \quad \vec{r} \in V. \quad (21)$$

### 3. Фурье-преобразование полей

Поскольку поверхности  $S_0$  и  $S'$  – плоские границы, то решения (12), (14), (16), (17) и (19)–(22) можно выразить через свертки для двухмерного Фурье-преобразования:

$$h(p, q) = \iint_{-\infty}^{\infty} dx dy e^{i\vec{\rho} \cdot \vec{k}_\perp} H(x, y), \quad (22)$$

$$H(x, y) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{\infty} dp dq e^{-i\vec{\rho} \cdot \vec{k}_\perp} h(p, q), \quad (23)$$

где  $\vec{k}_\perp = (p; q)$ ,  $\vec{\rho} = (x; y)$ ,  $\vec{\rho} \cdot \vec{k}_\perp = px + qy$ .

После применения Фурье-преобразования (22) к решениям (12), (14), (16), (17) и (19)–(22) и вычисления возникающих при этом интегралов приходим к следующим результатам:

$$\begin{bmatrix} -\frac{pq}{\omega \mu' \Gamma'} e_{ox} - \frac{q^2 + \Gamma'^2}{\omega \mu' \Gamma'} e_{oy} + h_{ox} \\ \frac{p^2 + \Gamma'^2}{\omega \mu' \Gamma'} e_{ox} + \frac{pq}{\omega \mu' \Gamma'} e_{oy} + h_{oy} \\ \frac{-q}{\omega \mu'} e_{ox} + \frac{p}{\omega \mu'} e_{oy} - \frac{p}{\Gamma'} h_{ox} - \frac{q}{\Gamma'} h_{oy} \end{bmatrix} = 2e^{iz'\Gamma'} \begin{bmatrix} h'_x \\ h'_y \\ h'_z \end{bmatrix}, \quad (24)$$

$$\begin{bmatrix} e_{ox} + \frac{pq}{\omega \varepsilon' \Gamma'} h_{ox} + \frac{q^2 + \Gamma'^2}{\omega \varepsilon' \Gamma'} h_{oy} \\ e_{oy} - \frac{p^2 + \Gamma'^2}{\omega \varepsilon' \Gamma'} h_{ox} - \frac{pq}{\omega \varepsilon' \Gamma'} h_{oy} \\ \frac{-p}{\Gamma'} e_{ox} - \frac{q}{\Gamma'} e_{oy} + \frac{q}{\omega \varepsilon'} h_{ox} - \frac{p}{\omega \varepsilon'} h_{oy} \end{bmatrix} = 2e^{iz'\Gamma'} \begin{bmatrix} e'_x \\ e'_y \\ e'_z \end{bmatrix}, \quad (25)$$

$$\begin{bmatrix} -\frac{pq}{\omega\dot{\mu}\Gamma}e_x^{s'} - \frac{q^2+\Gamma^2}{\omega\dot{\mu}\Gamma}e_y^{s'} + h_x^{s'} \\ \frac{p^2+\Gamma^2}{\omega\dot{\mu}\Gamma}e_x^{s'} + \frac{pq}{\omega\dot{\mu}\Gamma}e_y^{s'} + h_y^{s'} \\ -\frac{q}{\omega\dot{\mu}}e_x^{s'} + \frac{p}{\omega\dot{\mu}}e_y^{s'} - \frac{p}{\Gamma}h_x^{s'} - \frac{q}{\Gamma}h_y^{s'} \end{bmatrix} = 2e^{i(H-h)\Gamma} \begin{bmatrix} h_x \\ h_y \\ h_z \end{bmatrix}, \quad (26)$$

$$\begin{bmatrix} e_x^{s'} + \frac{pq}{\omega\dot{\varepsilon}\Gamma}h_x^{s'} + \frac{q^2+\Gamma^2}{\omega\dot{\varepsilon}\Gamma}h_y^{s'} \\ e_y^{s'} - \frac{p^2+\Gamma^2}{\omega\dot{\varepsilon}\Gamma}h_x^{s'} - \frac{pq}{\omega\dot{\varepsilon}\Gamma}h_y^{s'} \\ -\frac{p}{\Gamma}e_x^{s'} - \frac{q}{\Gamma}e_y^{s'} + \frac{q}{\omega\dot{\varepsilon}}h_x^{s'} - \frac{p}{\omega\dot{\varepsilon}}h_y^{s'} \end{bmatrix} = 2e^{i(H-h)\Gamma} \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_z \end{bmatrix}. \quad (27)$$

$$\text{Здесь } \Gamma' = -i\sqrt{k_{\perp}^2 - k'^2} = \begin{cases} -i\sqrt{k_{\perp}^2 - k'^2}, & k_{\perp} \geq |k'|, \\ \sqrt{k'^2 - k_{\perp}^2}, & k_{\perp} \leq |k'|. \end{cases}$$

Из требований непрерывности (2) для полей  $\vec{E}_0, \vec{H}_0, \vec{E}^{s'}, \vec{H}^{s'}$  и решений (24)–(27) при  $z' = 0$  и  $H = h$  получаем уравнения связей:

$$\begin{bmatrix} pqe_{ox} + (q^2 + \Gamma'^2)e_{oy} + \omega\dot{\mu}'\Gamma'h_{ox} \\ (p^2 + \Gamma'^2)e_{ox} + pqe_{oy} - \omega\dot{\mu}'\Gamma'h_{oy} \\ -qe_{ox} + pe_{oy} - \omega\dot{\mu}'h_{oz} \\ pe_{ox} + qe_{oy} + \Gamma'e_{oz} \end{bmatrix} = 0, \quad \begin{bmatrix} \omega\dot{\varepsilon}'\Gamma'e_{ox} - pqh_{ox} - (q^2 + \Gamma'^2)h_{oy} \\ \omega\dot{\varepsilon}'\Gamma'e_{oy} + (p^2 + \Gamma'^2)h_{ox} + pqh_{oy} \\ qh_{ox} - ph_{oy} - \omega\dot{\varepsilon}'e_{oz} \\ ph_{ox} + qh_{oy} + \Gamma'h_{oz} \end{bmatrix} = 0, \quad (28)$$

$$\begin{bmatrix} pqe_x^{s'} + (q^2 + \Gamma^2)e_y^{s'} + \omega\dot{\mu}\Gamma h_x^{s'} \\ (p^2 + \Gamma^2)e_x^{s'} + pqe_y^{s'} - \omega\dot{\mu}\Gamma h_y^{s'} \\ -qe_x^{s'} + pe_y^{s'} - \omega\dot{\mu}h_z^{s'} \\ pe_x^{s'} + qe_y^{s'} + \Gamma e_z^{s'} \end{bmatrix} = 0, \quad \begin{bmatrix} \omega\dot{\varepsilon}\Gamma e_x^{s'} - pqh_x^{s'} - (q^2 + \Gamma^2)h_y^{s'} \\ \omega\dot{\varepsilon}\Gamma e_y^{s'} + (p^2 + \Gamma^2)h_x^{s'} + pqh_y^{s'} \\ qh_x^{s'} - ph_y^{s'} - \omega\dot{\varepsilon}e_z^{s'} \\ ph_x^{s'} + qh_y^{s'} + \Gamma h_z^{s'} \end{bmatrix} = 0. \quad (29)$$

Используя уравнения связей (28), (29), решения (24)–(27) принимают простой вид:

$$\begin{bmatrix} h_{ox} \\ h_{oy} \\ h_{oz} \end{bmatrix} = e^{iz'\Gamma'} \begin{bmatrix} h'_x \\ h'_y \\ h'_z \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} e_{ox} \\ e_{oy} \\ e_{oz} \end{bmatrix} = e^{iz'\Gamma'} \begin{bmatrix} e'_x \\ e'_y \\ e'_z \end{bmatrix}, \quad (30)$$

$$\begin{bmatrix} h_x^{s'} \\ h_y^{s'} \\ h_z^{s'} \end{bmatrix} = e^{i(H-h)\Gamma} \begin{bmatrix} h_x \\ h_y \\ h_z \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} e_x^{s'} \\ e_y^{s'} \\ e_z^{s'} \end{bmatrix} = e^{i(H-h)\Gamma} \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_z \end{bmatrix}. \quad (31)$$

Для того, чтобы связать поля  $\vec{E}, \vec{H}$  с полями  $\vec{E}_0, \vec{H}_0$ , необходимо наложить дополнительные условия непрерывности векторов электрической  $\vec{D}$  и магнитной  $\vec{B}$  индукций на границе  $S'$  двух диэлектриков:

$$(\vec{D}' - \vec{D}^{s'}) \cdot \vec{\nu}_0 = 0, \quad (\vec{B}' - \vec{B}^{s'}) \cdot \vec{\nu}_0 = 0 \text{ на } S'. \quad (32)$$

Очевидно, что для спектров соотношения (35) принимают вид

$$\dot{\varepsilon}'e'_z = \dot{\varepsilon}e_z^{s'}, \quad \dot{\mu}'h'_z = \dot{\mu}h_z^{s'} \text{ на } S'(z = h). \quad (33)$$

Теперь, используя уравнения связей (28), (29) и условия (34), выражаем из решений (30) и (31) спектры полей в ближней зоне через спектры полей на раскрыве АР при

наличии РПУ:

$$\begin{bmatrix} e_x \\ e_y \end{bmatrix} = \frac{e^{-i(H-h)\Gamma - ih\Gamma'}}{\dot{\varepsilon}\Gamma k_{\perp}^2} \begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}'\Gamma p^2 + \dot{\varepsilon}\Gamma' q^2 & pq(\dot{\varepsilon}'\Gamma - \dot{\varepsilon}\Gamma') \\ pq(\dot{\varepsilon}'\Gamma - \dot{\varepsilon}\Gamma') & \dot{\varepsilon}'\Gamma q^2 + \dot{\varepsilon}\Gamma' p^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{ox} \\ e_{oy} \end{bmatrix}, \quad (34)$$

$$\begin{bmatrix} e_x \\ e_y \end{bmatrix} = \frac{e^{-i(H-h)\Gamma - ih\Gamma'}}{\omega\dot{\varepsilon}\Gamma k_{\perp}^2} \begin{bmatrix} -pq(\Gamma\Gamma' - \omega^2\dot{\varepsilon}\dot{\mu}') & \Gamma\Gamma' p^2 + \omega^2\dot{\varepsilon}\dot{\mu}' q^2 \\ -(\Gamma\Gamma' q^2 + \omega^2\dot{\varepsilon}\dot{\mu}' p^2) & pq(\Gamma\Gamma' - \omega^2\dot{\varepsilon}\dot{\mu}') \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{ox} \\ h_{oy} \end{bmatrix}, \quad (35)$$

$$\begin{bmatrix} h_x \\ h_y \end{bmatrix} = \frac{e^{-i(H-h)\Gamma - ih\Gamma'}}{\omega\dot{\mu}\Gamma' k_{\perp}^2} \begin{bmatrix} pq(\Gamma\Gamma' - \omega^2\dot{\varepsilon}'\dot{\mu}) & -(\Gamma\Gamma' p^2 + \omega^2\dot{\varepsilon}'\dot{\mu} q^2) \\ \Gamma\Gamma' q^2 + \omega^2\dot{\varepsilon}'\dot{\mu} p^2 & -pq(\Gamma\Gamma' - \omega^2\dot{\varepsilon}'\dot{\mu}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{ox} \\ e_{oy} \end{bmatrix}, \quad (36)$$

$$\begin{bmatrix} h_x \\ h_y \end{bmatrix} = \frac{e^{-i(H-h)\Gamma - ih\Gamma'}}{\dot{\mu}\Gamma' k_{\perp}^2} \begin{bmatrix} \dot{\mu}'\Gamma p^2 + \dot{\mu}\Gamma' q^2 & pq(\dot{\mu}'\Gamma - \dot{\mu}\Gamma') \\ pq(\dot{\mu}'\Gamma - \dot{\mu}\Gamma') & \dot{\mu}'\Gamma q^2 + \dot{\mu}\Gamma' p^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{ox} \\ h_{oy} \end{bmatrix}. \quad (37)$$

Обращение матричных решений (34)–(37) дает формулы, выражающие спектры полей на раскрыве АР через спектры полей в ближней зоне:

$$\begin{bmatrix} h_{ox} \\ h_{oy} \end{bmatrix} = \frac{e^{i(H-h)\Gamma + ih\Gamma'}}{\omega\dot{\mu}'\Gamma k_{\perp}^2} \begin{bmatrix} pq(\Gamma\Gamma' - \omega^2\dot{\varepsilon}\dot{\mu}') & -(\Gamma\Gamma' p^2 + \omega^2\dot{\varepsilon}\dot{\mu}' q^2) \\ \Gamma\Gamma' q^2 + \omega^2\dot{\varepsilon}\dot{\mu}' p^2 & -pq(\Gamma\Gamma' - \omega^2\dot{\varepsilon}\dot{\mu}') \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \end{bmatrix}, \quad (38)$$

$$\begin{bmatrix} e_{ox} \\ e_{oy} \end{bmatrix} = \frac{e^{i(H-h)\Gamma + ih\Gamma'}}{\dot{\varepsilon}'\Gamma k_{\perp}^2} \begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}'\Gamma q^2 + \dot{\varepsilon}\Gamma' p^2 & -pq(\dot{\varepsilon}'\Gamma - \dot{\varepsilon}\Gamma') \\ -pq(\dot{\varepsilon}'\Gamma - \dot{\varepsilon}\Gamma') & \dot{\varepsilon}'\Gamma p^2 + \dot{\varepsilon}\Gamma' q^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \end{bmatrix}, \quad (39)$$

$$\begin{bmatrix} e_{ox} \\ e_{oy} \end{bmatrix} = \frac{e^{i(H-h)\Gamma + ih\Gamma'}}{\omega\dot{\varepsilon}'\Gamma k_{\perp}^2} \begin{bmatrix} -pq(\Gamma\Gamma' - \omega^2\dot{\varepsilon}'\dot{\mu}) & \Gamma\Gamma' p^2 + \omega^2\dot{\varepsilon}'\dot{\mu} q^2 \\ -(\Gamma\Gamma' q^2 + \omega^2\dot{\varepsilon}'\dot{\mu} p^2) & pq(\Gamma\Gamma' - \omega^2\dot{\varepsilon}'\dot{\mu}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_x \\ h_y \end{bmatrix}, \quad (40)$$

$$\begin{bmatrix} h_{ox} \\ h_{oy} \end{bmatrix} = \frac{e^{i(H-h)\Gamma + ih\Gamma'}}{\dot{\mu}'\Gamma k_{\perp}^2} \begin{bmatrix} \dot{\mu}'\Gamma q^2 + \dot{\mu}\Gamma' p^2 & -pq(\dot{\mu}'\Gamma - \dot{\mu}\Gamma') \\ -pq(\dot{\mu}'\Gamma - \dot{\mu}\Gamma') & \dot{\mu}'\Gamma p^2 + \dot{\mu}\Gamma' q^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_x \\ h_y \end{bmatrix}. \quad (41)$$

#### 4. Заключение

Найденные выше решения были получены в предположении, что на границе  $S'$  ( $z = h$ ), представляющей границу раздела двух диэлектриков, поверхностные электрические и магнитные заряды отсутствуют ( $\text{div}\vec{D} = 0, \text{div}\vec{B} = 0$ ). В то же время поверхностные токи на этой границе существуют ( $\text{div}\vec{E} = -(1/\varepsilon)\vec{E}\text{grad}\varepsilon \neq 0, \text{div}\vec{H} = -(1/\mu)\vec{H}\text{grad}\mu \neq 0$  на  $S'$ ).

Полученные решения могут быть использованы для расчета компонент спектра электромагнитного поля на раскрыве АР по спектру электромагнитного поля в ближней зоне при наличии многослойного РПУ.

**Abstract.** На основе обобщенных уравнений Максвелла разработан метод восстановления электромагнитного поля на антенной решетке с радиопрозрачным укрытием по распределению электромагнитного поля в ближней зоне.

#### Литература

- [1] Ю.Ю.Шишов, *Зарубежная радиоэлектроника*, 1983, N 10, с.58–74.
- [2] А.Ф.Страхов, *Автоматизированные антенные измерения*, М., Радио и связь, 1985
- [3] В.В.Никольский, *Электродинамика и распространение радиоволн*, М., Наука, 1973.

## Лазерное разделение стекла в плоскости, параллельной поверхности

С.В.ШАЛУПАЕВ, Е.Б.ШЕРШНЕВ, Ю.В.НИКИТЮК

Стекло, обладая уникальным сочетанием ряда физико-химических свойств, является одним из наиболее широко применяемых в промышленности материалов. Существующие технологии обработки стекла и других хрупких неметаллических материалов основываются на традиционных методах, сопряженных с большим количеством трудоемких ручных операций, плохо поддающихся механизации и автоматизации.

Лазерные технологии обеспечивают возможность локального нагрева, вызывающего возникновение больших градиентов температур, которые обуславливают возникновение в объеме материала значительных термоупругих напряжений. Высокие значения термоупругих напряжений, превышающих предел прочности и определяют процесс лазерного термораскалывания стекла, лишенный недостатков, присущих традиционным способам обработки. Интересной разновидностью лазерного термораскалывания является параллельное лазерное термораскалывание, которое заключается в возникновении и развитии разделяющей трещины параллельно плоской поверхности обрабатываемого материала. Изучению проблемы разделения хрупких неметаллических материалов лазерными методами посвящено большое количество работ (например [1], и, в частности, проблеме параллельного лазерного термораскалывания [2]). Однако в связи с возросшими возможностями компьютерной техники и развитием численных методов представляется целесообразным дальнейшее экспериментальное и теоретическое изучение механизма процесса параллельного лазерного термораскалывания, дающее возможность нахождения оптимальных режимов, обеспечивающих высокое качество и производительность обработки.

Экспериментальные исследования были проведены авторами на лабораторной установке с  $\text{CO}_2$ -лазером с выходной средней мощностью 35 Вт, работающим в непрерывном режиме, координатным столом с программным управлением и оптико-механическим устройством энергетического канала излучения.

Необходимым условием качественной реализации процесса термораскалывания стекла параллельно поверхности является наличие направленного снижения его прочности в объеме на некотором расстоянии от поверхности. Одним из возможных вариантов создания таких условий является нанесение в торце стекла надреза. Однако такой способ не обеспечивает надежного зарождения в стекле трещины параллельной поверхности, так как кромка стекла изначально обладает достаточным количеством дефектов, которые создают значительную конкуренцию технологическому надрезу в стекле.

Ранее авторами было установлено [2], что для обеспечения надежности процесса целесообразно инициировать зарождение трещины параллельной поверхности от наклонной микротрещины, полученной с использованием процесса управляемого лазерного термораскалывания стекла с заданными глубиной проникновения и углом наклона микротрещины.

В ходе экспериментальных исследований параллельного лазерного термораскалывания стекла использовался осесимметричный нагрев движущимися пучками эллиптического сечения. При сканировании изделия эллиптическим лазерным пучком, ориентированным малой осью параллельно направлению перемещения лазерного луча относительно стеклянной пластины, от наклонной микротрещины на определенной глубине формировалась трещина, распространяющаяся под пучком на определенной глубине параллельно поверхности образца.

Для выяснения особенностей образования и развития трещины параллельной поверхности был произведен расчет полей температурных напряжений, формируемых в

стекле при его нагреве движущимся лазерным пучком. Решения данной задачи было выполнено с использованием метода конечных элементов.

Как известно, величины теплофизических характеристик стекла в значительной степени зависят от температуры, а при лазерном термораскалывании температура стекла может меняться в широких пределах. Теплопроводность стекла с повышением температуры от 20°C до температуры стеклования увеличивается примерно в 2 раза, а удельная теплоемкость увеличивается примерно в 1,5 раза. Таким образом, для избежания существенных погрешностей в расчетах необходим учет зависимости теплофизических характеристик стекла от температуры. В линейном приближении коэффициент теплопроводности положим равным  $\lambda = 0,88 + 0,0012 \cdot T \frac{\text{Вт}}{\text{м}\cdot\text{К}}$ , а удельную теплоемкость —  $c = 860 + 0,445 \cdot T \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$ .

Плотность стекла  $\rho$  примем равной  $2450 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ , модуль упругости —  $E = 69 \cdot 10^9$  МПа, коэффициент Пуассона —  $\nu = 0,221$ , коэффициент температурного расширения  $\alpha = 5,8 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{°C}}$ ; толщину пластины  $h = 2$  мм, скорость относительного перемещения лазерного луча и стеклянной пластины  $V = 16 \cdot 10^{-3} \frac{\text{м}}{\text{с}}$ . Расчеты проводились при следующих параметрах эллиптического лазерного пучка: большая ось  $B = 8 \cdot 10^{-3}$  м, малая ось  $A = 1,2 \cdot 10^{-3}$  м, плотность мощности излучения  $P_0 = 3 \cdot 10^6 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$ .

Расчет термонапряжений был выполнен в квазистатической постановке, что означает значительно более быстрое установление напряженного состояния, чем теплового равновесия. Погрешность в определении величины термонапряжений, связанная с пренебрежением инерционными эффектами, оказывается очень малой [3].

На рисунке 1 представлены температурные поля, формируемые в исследуемом образце. Сплошные линии определяют изотермы с указанными на рисунках значениями температур. При рассматриваемом технологическом режиме температура исследуемого образца не превышает значений температуры стеклования, что является необходимым условием качественного разделения стекла методом лазерного термораскалывания.

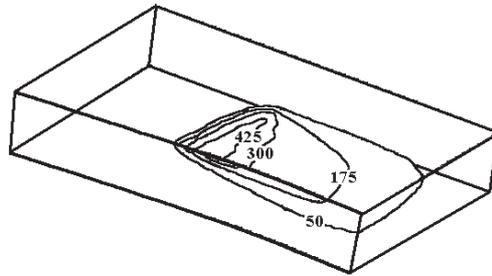


Рис. 1: Распределение температурных полей, °C.

На рисунках 2–4 представлены поля температурных напряжений, формируемые в исследуемом образце в результате лазерного воздействия. Из представленного на рисунке 2 пространственного распределений напряжений  $s_{33}$ , действующих в направлении, перпендикулярном поверхности образца, следует, что перед центром эллиптического лазерного пучка формируется зона сжимающих напряжений, величины которых недостаточно для разделения материала. В глубине материала позади от центра эллиптического лазерного пучка формируется зона растягивающих напряжений, величина которых может превысить предел прочности стекла и привести к образованию трещины. Как отмечалось выше, для увеличения вероятности образования трещины параллельной поверхности целесообразно инициировать ее зарождение от наклонной микротрещины, расположенной на соответствующей глубине. Прочность стекла при

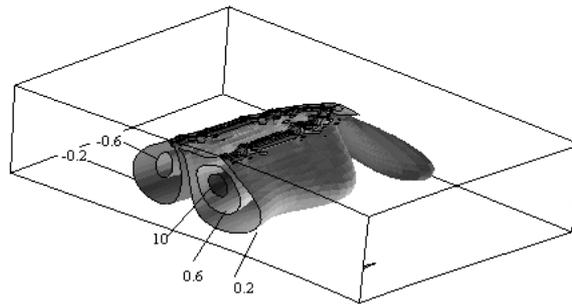


Рис. 2: Распределение полей напряжений  $s_{33}$ , МПа.

наличии наклонной микротрещины резко падает, и, таким образом, величины растягивающих термонапряжений расположенных в глубине материала будет достаточно для начала процесса терморасслоения. Управляемость процессом параллельного лазерного термораскалывания обеспечивают сжимающие напряжения, опоясывающие зону растягивающих напряжений. Трещина, зародившись немного позади центра пучка в зоне растягивающих напряжений (при  $x=A/2$  (см. рис. 3)), скачком достигает зоны сжимающих напряжений ( $x \approx -A/2$ ) и в дальнейшем перемещается со скоростью движения лазерного пучка.

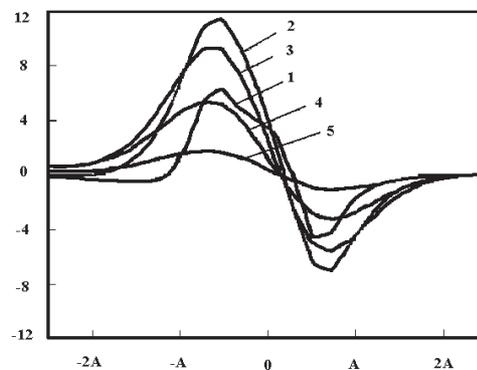


Рис. 3: Зависимость напряжений  $s_{33}$  от расстояния до центра эллиптического лазерного пучка ( $Y = 4$  мм) 1 -  $Z=0.2$  мм, 2 -  $Z=0.5$  мм, 3 -  $Z=0.8$  мм, 4 -  $Z=0.11$  мм, 5 -  $Z=0.13$  мм, МПа

Как видно из рисунка 3, максимальных значений растягивающие напряжения достигают на глубине 0.5 мм, слой стекла именно такой толщины отделяется от образца при экспериментальной реализации рассматриваемого технологического режима. Сжимающие напряжения не дают неконтролируемо распространяться трещине в направлении, перпендикулярном движению лазерного пучка. Однако по мере роста значения координаты  $Y$  зона максимальных растягивающих напряжений приближается к поверхности образца, что приводит к появлению стрел прогиба у наблюдаемых на эксперименте разделяющих трещин. Подобное распределение растягивающих напряжений в направлении оси  $OY$  и небольшой загиб профиля трещины к поверхности приводит к тому, что

при отклонениях от оптимального режима параллельного термораскалывания уменьшается толщина отделяемого слоя и процесс вырождается в снятие стеклянной стружки с овальным профилем.

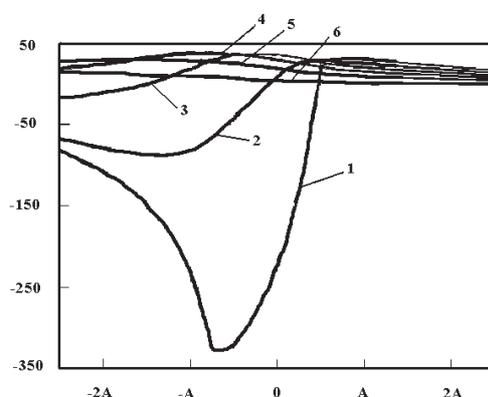


Рис. 4: Зависимость напряжений  $s_{22}$  от расстояния до центра эллиптического лазерного пучка ( $Y=0$  мм) 1 -  $Z=0$ , 2 -  $Z=0.2$  мм, 3 -  $Z=0.4$  мм, 4 -  $Z=0.6$  мм, 5 -  $Z=0.8$  мм, 6 -  $Z=1.1$  мм, МПа

Как видно из рисунка 4, напряжения  $s_{22}$  на поверхности достигают значений более 250 МПа. Однако в отличие от  $s_{33}$  они являются сжимающими, а прочность стекла на сжатие на порядок выше, чем на растяжение. Кроме того, лазерный пучок имеет форму эллипса, ориентированного малой осью по направлению перемещения. Таким образом, площадь эффективного воздействия напряжения  $s_{33}$  и результирующая нагрузка в направлении, перпендикулярном поверхности образца, выше, чем в вертикальной плоскости, проходящей через малую ось эллиптического лазерного пучка. При этом процесс сквозного термораскалывания составляет значительную конкуренцию процессу параллельного термораскалывания. На практике это проявляется в том, что даже при небольших отклонениях от заданного режима параллельное термораскалывание переходит в сквозное.

Исследованный метод лазерного термораскалывания стекла может представлять большой интерес для получения тонких плоскопараллельных пластин, так как позволяет исключить трудоемкие операции шлифования и полировки стекла по плоскости до заданной толщины.

### Литература

- [1] Г. А. Мачулка, *Лазерная обработка стекла*, М.: Сов. радио, 1979.–136 с.
- [2] В. А. Емельянов, В. А. Зайцев, С. В. Шалупаев, Е. Б. Шершнева *Лазерное параллельное термораскалывание хрупких неметаллических материалов*, Лазерные новости. 1996.-Вып.3.- с. 37-41.
- [3] В. Новацкий, *Теория упругости*, М.: Мир, 1975. – 872 с.

Гомельский госуниверситет  
им. Франциска Скорины  
246699 Гомель, Беларусь

Поступило 23.04.2000

## Термоупругие поля, формируемые кольцевыми лазерными пучками при термоупрочнении материалов

С.В.ШАЛУПАЕВ, В.Н.МЫШКОВЕЦ, А.В.МАКСИМЕНКО, И.М.КАМОРНИКОВ,  
А.М.ЕВТУХОВ

Уровень развития лазерной техники в настоящее время позволяет более широко использовать лазеры в технологиях термической закалки материалов. Лазеры используются как удобный и экономичный инструмент, с помощью которого осуществляется скоростная бесконтактная обработка практически любых материалов независимо от их механических и химических свойств. Практика показывает, что применение лазеров оправдывается не только с технической, но и с экономической точки зрения. Лазерное термоупрочнение является наилучшим, а в ряде случаев единственно возможным технологическим процессом получения закалённых зон сложной формы в различных материалах. Для получения закалённых зон высокого качества целесообразно формировать луч лазера в соответствии с размерами и формой обрабатываемой области и направлять его на материал.

Пример оптической системы, формирующей кольцевой пучок, приведен на рис.1. Принцип её действия заключается в том, что лазерный луч, пройдя через отрицательную линзу 2, коническую линзу 3 и положительную линзу 4, перераспределяется в кольцевой пучок за счёт преломления на поверхности конической линзы 3. Затем этот пучок направляется на коническую линзу 5, у которой угол при основании выбран таким образом, чтобы пучок после прохождения этой линзы распространялся параллельно оптической оси системы. При этом отрицательная 2 и положительная 4 линзы образуют телескопическую систему Галилея, коническая линза 3 установлена с возможностью перемещения вдоль оптической оси установки в телескопической системе между линзами 2 и 4, а коническая линза 5 установлена неподвижно за зоной перетяжки телескопической системы.

При лазерной термозакалке необходимо применять такие технологические режимы, чтобы возникающие при этом поля остаточных напряжений не ухудшали качества упрочнения. Методами численного анализа был произведён расчёт температурных полей и напряжений, возникающих при воздействии на материал кольцевым лазерным пучком, для двух случаев пространственного распределения плотности мощности, первый из которых соответствует однородному лазерному пучку (лазерному пучку, прошедшему через кольцевую диафрагму), а второй — кольцевому лазерному пучку с гауссовым распределением плотности мощности. Максимальные плотности мощности поглощённого излучения в обоих случаях были одинаковы. Целью этих расчётов была оптимизация технологических режимов для достижения максимальных глубин упрочнения, а также анализ пространственной формы закалённой зоны и определение области наиболее сильных механических напряжений.

В качестве метода численного расчёта был выбран метод конечных элементов, как один из наиболее эффективных методов оптимальной аппроксимации [1]. Задача решалась на примере стали У8, с учётом нелинейной зависимости её теплофизических свойств от температуры [2]; при этом предполагалось, что скрытая теплота полиморфных превращений пренебрежимо мала и ей можно пренебречь [3]. В случае кольцевого гауссового пучка радиальная зависимость поглощённой плотности мощности лазерного

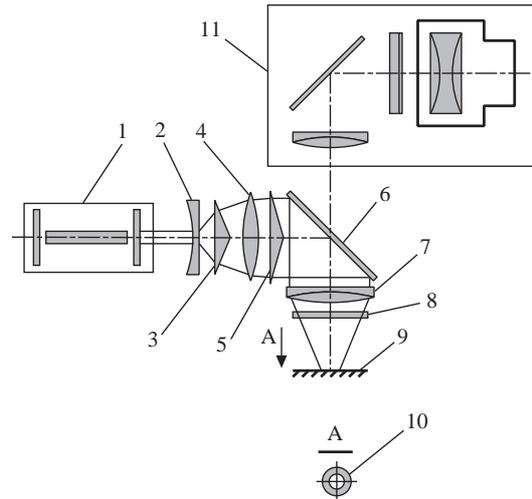


Рис. 1: Схема оптической системы, формирующей кольцевой пучок: 1) лазер; 2) отрицательная линза; 3) коническая линза; 4) положительная линза; 5) коническая линза; 6) интерференционное поворотное зеркало; 7) оптическая фокусирующая система; 8) защитная плоскопараллельная стеклянная пластина; 9) обрабатываемое изделие; 10) кольцевой контур обработки на поверхности изделия; 11) система визуального наблюдения, оптически связанная через поворотное зеркало с оптической фокусирующей системой.

излучения на поверхности образца задавалась выражением

$$q(r) = q_m e^{-k(r-r_0)^2},$$

где  $q_m$  — максимальная плотность мощности поглощённого лазерного излучения;  $r_0$  — радиус средней линии кольцевого пучка;  $k$  — коэффициент сосредоточенности, характеризующий форму кривой нормального распределения;  $r$  — радиальное расстояние от точки, к которой приложена плотность мощности  $q$ , до оси лазерного пучка. Расчёты производились для следующих значений величин:  $q_m = 2 \cdot 10^8 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$ ,  $r_0 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ,  $k = 10^6 \cdot \ln(10) \text{ м}^{-2}$ .

Для обоих вариантов распределения плотности мощности по сечению пучка предполагалось следующее: на уровне поверхности обрабатываемого образца сечение пучка имеет форму кольца с внутренним радиусом  $r_{in} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$  и внешним радиусом  $r_{out} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ; вся энергия пучка поглощается на поверхности обрабатываемого образца; зависимость плотности мощности излучения от времени имеет прямоугольную форму. Длительность импульса была принята равной  $\tau = 7 \cdot 10^{-3} \text{ с}$ . Таким образом, полная энергия лазерного импульса, поглощённая образцом в случае модели однородного кольцевого пучка, составит

$$Q = \pi(r_{out}^2 - r_{in}^2)q_m\tau = 53 \text{ Дж}$$

Количество энергии, поглощённой образцом в случае гауссового пучка, вычисляется по следующей формуле:

$$Q = 2\pi\tau \int_{r_{in}}^{r_{out}} q_m \exp(-k(r-r_0)^2) r dr = \frac{\pi q_m \tau}{k} (\exp(-k(r_{in}-r_0)^2) - \exp(-k(r_{out}-r_0)^2)) + q_m r_0 \pi \tau \sqrt{\frac{\pi}{k}} (\text{erf}(\sqrt{k}(r_{out}-r_0)) - \text{erf}(\sqrt{k}(r_{in}-r_0)))$$

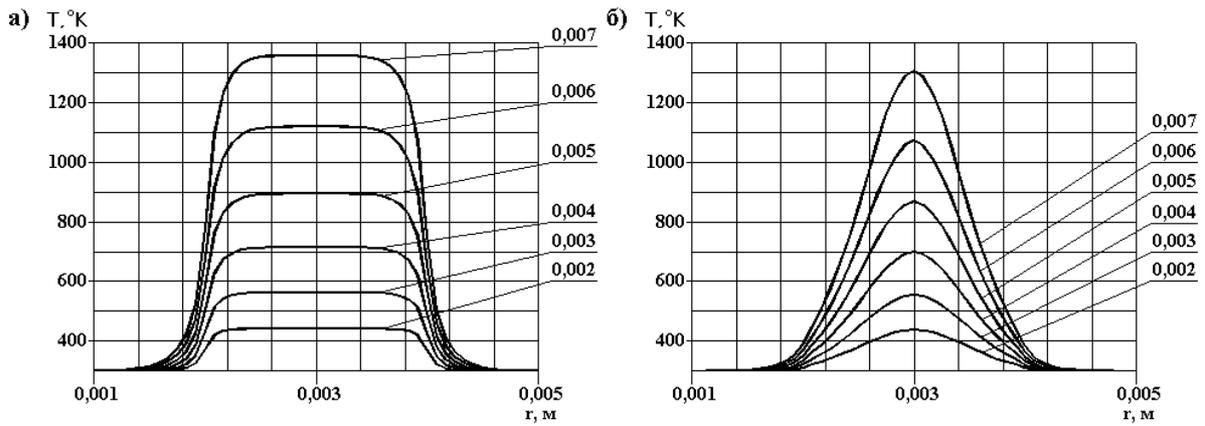


Рис. 2: Радиальное распределение температуры на поверхности образца: а) случай однородного кольцевого пучка; б) случай гауссового кольцевого пучка. В сносках указано время (сек) от начала лазерного импульса.

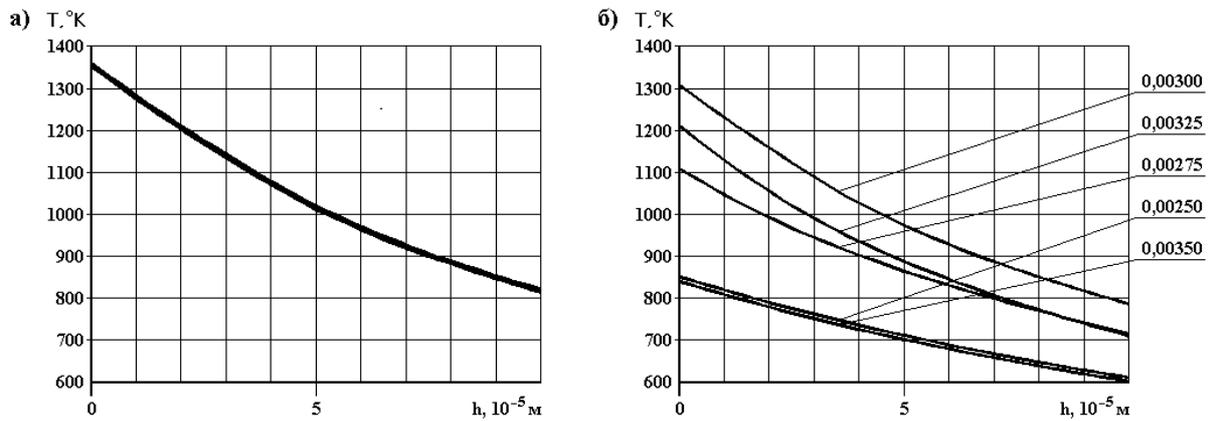


Рис. 3: Аксиальные распределения температур: а) случай однородного кольцевого пучка; б) случай гауссового кольцевого пучка. В сносках указано расстояние (м) до оси лазерного пучка

Для приведенных выше параметров численное значение поглощённой энергии гауссового кольцевого пучка составит  $Q = 30 \text{ Дж}$ .

Таким образом, поглощённые энергии в обоих рассматриваемых случаях отличаются более чем в 1,5 раза. Однако из рис.2 видно, что на средней линии кольца, то есть там, где плотности мощности в обоих случаях одинаковы, значения температуры отличаются друг от друга незначительно. Наибольшая разница наблюдается в конце импульса и достигает  $50^\circ \text{ K}$ .

При расчёте глубины закалённой зоны температура закалки стали У8 была принята равной  $1041^\circ \text{ K}$  [2]. Распределение температур по глубине, рассчитанное методом конечных элементов, приведено на рис.3. Несмотря на то, что распределения температур на рис.3(а) брались для тех же значений расстояний до оси лазерного пучка, что и для случая гауссового распределения, температурные кривые фактически сливаются в одну линию.

Из сравнительного анализа рисунков 3(а) и 3(б) можно сделать вывод о том, что глубина закалённой зоны зависит от распределения плотности мощности по сечению



Рис. 4: Форма закалённой зоны: 1) случай однородного кольцевого пучка; 2) случай гауссового кольцевого пучка

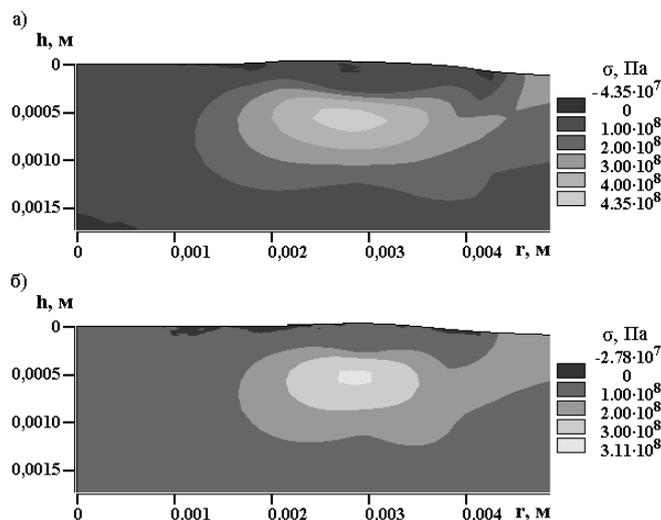


Рис. 5: Главные механические напряжения, возникающие в образце: а) случай однородного кольцевого пучка; б) случай гауссового кольцевого пучка.

кольцевого пучка значительно сильнее, чем температура на поверхности обрабатываемого образца. Сравнение профилей закалённых зон (рис.4) для случаев однородного и гауссового распределений показывает, что при увеличении энергии импульса в 1,5 раза мы получаем увеличение ширины закалённой зоны приблизительно в 3 раза, что делает выгодным использование более энергоёмких импульсов в случае упрочнения кольцевыми лазерными пучками.

Результаты расчёта главных механических напряжений, возникающих в обрабатываемом образце, приведены на рис.5. В обоих случаях — с однородным и с гауссовым пучком — прослеживается смещение области максимальных напряжений от средней линии кольца к его центру. При этом максимальные напряжения возникают в обоих случаях не на поверхности, а на глубине около 0,0005 м, из-за чего развитие повреждений образца возможно не только на поверхности, но и в толще материала. Полученные результаты позволяют оптимизировать технологии упрочнения кольцевыми лазерными пучками.

## Литература

- [1] Зенкевич О., Морган К. *Конечные элементы и аппроксимация*. Пер. с англ. — М.: Мир, 1986. — 318 с.
- [2] *Марочник сталей и сплавов* / Под ред. В.Г. Сорокина. — М.: Машиностроение, 1989. — 638 с.

- [3] *Основы лазерного термоупрочнения сплавов* / А. Г. Григорьянц, А. Н. Сафонов; Под ред. А. Г. Григорьянца. М.: Высш. шк., 1988. — 159 с.

Гомельский госуниверситет  
им. Франциска Скорины  
246699 Гомель, Беларусь

Поступило 23.04.2000

## Лазерное осаждение алмазоподобных покрытий

С.В.ШАЛУПАЕВ, Н.Н.ФЕДОСЕНКО, В.П.МОРОЗОВ

Алмазоподобные покрытия (АПП) на основе углеродных пленок, характеризующиеся высокой механической твердостью и износостойкостью, уже нашли широкое применение в качестве защитно-декоративных и упрочняющих покрытий механических деталей и узлов различного назначения. Это обусловлено не только высокими защитными свойствами АПП, но и высокой стабильностью их свойств при внешних воздействиях.

Алмазоподобные углеродные плёнки независимо от метода их получения обладают свойствами, близкими к свойствам алмаза [1-5]. Высокий показатель преломления, прозрачность в ИК области спектра, механическая прочность и химическая стойкость позволяют использовать их в качестве защитных, просветляющих и упрочняющих покрытий. Гетерофазность состава и возможность изменения количественного соотношения между различными фазами в зависимости от условий осаждения позволяет управлять свойствами углеродных плёнок.

Расширение областей применения алмазоподобных углеродных пленок стимулирует разработку новых методов и устройств для их получения. При этом лазерный метод формирования АПП является одним из наиболее перспективных методов, т.к. имеет высокую производительность и все необходимые условия формирования алмазоподобных пленок из лазерной эрозионной плазмы [6, 7].

Целью данной работы являлась разработка оборудования для лазерного нанесения алмазоподобных плёнок, отличающихся повышенной прочностью адгезионного соединения, высокой механической и коррозионной стойкостью.

На рисунке 1 изображена схема разработанной установки, для нанесения алмазоподобных покрытий.

Рис. 1: Схема установки для нанесения алмазоподобных покрытий.

Установка для получения алмазоподобных покрытий (см. рис. 1) состоит из вспомогательного лазера 1, рабочего лазера 2, формирующего объектива 3, оптического ввода 4, защитного стекла 5, вакуумной камеры 6, подложки 7, мишени 8, ионно-лучевого источника 9, устройства сканирования 10, натекателя 11, держателя подложки 12, смотрового окна 13.

Устройство сканирования 10 соединено с внешним двигателем с помощью электромагнитной муфты и обеспечивает перемещения мишени со скоростями от 20 до 70 см/с.

Ионно-лучевой источник 9, выполнен по схеме торцевого холмовского ускорителя с открытым анодным слоем. Источник позволяет формировать пучок ионов аргона с энергией 40–200 эВ и имеет угол разлета ионов  $(140 - 160)^\circ$ .

Защитное стекло 6, предохраняет оптический ввод 4 от загрязнения продуктами испарения.

Длина волны вспомогательного лазера 1 соответствует видимому диапазону спектра. Длина волны рабочего лазера 2 соответствует инфракрасной области спектра, при чем его активный элемент и резонаторные зеркала оптически прозрачны для излучения лазера 1. В качестве вспомогательного лазера 1 может быть использован маломощный гелий-неоновый лазер, а в качестве рабочего 2 — твердотельный на YAG:Nd+3.

Установка работает следующим образом: включают вспомогательный лазер 1. При прохождении вспомогательного лазерного излучения через формирующий объектив 3 юстировкой оптической системы устанавливают требуемые размеры сечения лазерного пучка в плоскости поверхности мишени. Затем закрепляют мишень 8 в устройстве сканирования 10, а подложку 7 в держателе 12. Вакуумную камеру 6 откачивают до рабочего давления  $2-4 \cdot 10^{-4}$  мм. рт. ст. Затем производят напуск аргона в ионно-лучевой источник 9 с помощью натекателя 11 до парциального давления  $4 \cdot 10^{-3} - 8 \cdot 10^{-4}$  мм. рт. ст. с последующим запуском ионно-лучевого источника 9. После запуска ионно-лучевого источника 9 и получения устойчивой аргоновой плазмы осуществляют ионно-лучевую чистку подложки 7. Далее с помощью рабочего лазера 2, через оптический ввод 4 осуществляют испарение графитовой мишени 8 и осаждение испаряемого материала. При этом одновременно осуществляется формирование лазерного эрозионного факела под воздействием ионного источника и бомбардировка поверхности подложки 7 ионами аргона. Устройство сканирования осуществляет вращательные и возвратно-поступательные перемещения мишени 8, обеспечивающее равномерность снятия ее материала. Периодическое включение вспомогательного лазера 1 позволяет своевременно обнаружить при помощи смотрового окна 13 отклонения в работе установки и вносить необходимые коррективы.

Использование ионно-лучевого источника обеспечивает возможность увеличения угла разлета продуктов лазерного эрозионного факела, что позволяет значительно увеличить площадь обрабатываемой поверхности и равномерность покрытия по толщине и фазовому составу, обеспечивает возможность бомбардировки поверхности получаемых пленок ионами аргона, воздействие которых приводит к росту подвижности адсорбированных атомов углерода и возникновению анизотропного диффузного потока атомов конденсата по поверхности, что и приводит к упорядочению структуры пленки и увеличению содержания алмазной фазы в материале покрытия. Кроме того, применение ионно-лучевого источника для предварительной ионной очистки поверхности подложки позволяет повысить адгезионную прочность соединения пленки с материалом подложки и исключает необходимость применения других способов подготовки поверхности подложки.

Таким образом, использование вспомогательного лазера, ионно-лучевого источника

и устройства сканирования обеспечивает равномерное распределение алмазоподобного покрытия и его однородность на большой площади поверхности подложки; повышенное содержание алмазоподобной фазы в материале покрытия; повышение эффективности оценки работоспособности установки в процессе ее эксплуатации путем визуализации сечения лазерного пучка.

Установленные режимы нанесения АПП позволяют получать алмазоподобные плёнки приемлемые для промышленного использования со скоростями  $30-35 \text{ \AA}^{\circ}/\text{с}$  и хорошей воспроизводимостью результатов. Поверхности полученных плёнок исследовались методами комбинационного рассеяния и атомно-силовой микроскопии. Полученная плёнка представляет собой структуру, состоящую из областей с  $sp^3$  (алмазная фаза) и  $sp^2$  гибридизацией атомов и переходной области, в которой присутствует материал смешанного типа. Причём области с  $sp^3$  гибридизацией атомов имеют мелкодисперсную структуру, что хорошо подтверждается данными атомно-силовой микроскопии (см. рис. 2). Таким образом, данный метод нанесения АПП, согласно с проведенными исследованиями позволил получить углеродные плёнки с большим содержанием алмазной фазы со скоростям нанесения порядка  $35 \text{ \AA}^{\circ}/\text{с}$ .

Рис. 2: Морфология поверхности полученных АПП.

Разработанная технологическая установка позволяет в несколько раз повысить скорость нанесения АПП. Ее применение позволит повысить качество выпускаемых изделий, снизить трудоемкость их изготовления, сэкономить трудовые и энергетические ресурсы.

### Литература

- [1] Балаков А.В., *Алмазоподобные покрытия: проблемы и достижения*, М.: Опт. — иех. пром-ть, 1989. — №6. — с.48–56.

- [2] Балаков А.В., Коншина Е.А., *Способы получения и свойства алмазоподобных пленок ОМП*, 1982. №9. — с. 52–59.
- [3] Coudberg P., Catherine Y., *Thin solid Films*, — 1987. — 146 vol. — 93 p.
- [4] Голянов В.М. и др, *ЖЭТФ*, 1979, 18 т., 569 с.
- [5] Бакай А.С., Стрельницкий В.Е. ,*Структурные и физические свойства углеродных конденсатов, полученных осаждением потоков быстрых частиц.*, Обзор — М.: ЦНИИАтоминформ, 1984. — 87 с.
- [6] Заявка Японии А2 - N5 - 140744 , *Способ создания алмазоподобной углеродной пленки с кремнием*, публ. 93.08.08 См. РЖ ИСМ 1994г, вып. 49, №7, стр. 28.
- [7] Заявка ЕПВ №0406871, *Способ и установка для лазерного осаждения и получаемый материал*, публ. 91.01.09. См. РЖ ИСМ 1992, вып. 49, №1, стр. 10.

## Влияние знака внешнего электрического поля на параметры поляризации световых волн в кристалле $Bi_{12}TiO_{20} : V$

С.М.Шандаров, А.А.Титоренко, Р.М.Литвинов, А.Г.Мартьянов,  
Ю.Ф.КАРГИН\*, В.В.ВОЛКОВ\*, А.И.ГРИБЕНЮКОВ\*\*

Кафедра электронных приборов,  
Томский государственный университет систем управления  
и радиоэлектроники,  
634050, Томск, пр. Ленина, 40

\*Институт общей и неорганической химии РАН,  
117907, Москва,

\*\*Институт оптического мониторинга СО РАН  
634055, Томск.

Благодаря малому времени отклика и высокой светочувствительности кристаллы группы силленитов:  $Bi_{12}TiO_{20}$  и  $Bi_{12}SiO_{20}$ , — являются привлекательными фоторефрактивными материалами [1]. Они принадлежат к точечной группе симметрии 23 и обладают, помимо электрооптических свойств, также и естественной оптической активностью. Для увеличения фоторефрактивного отклика к таким кристаллам прикладывают внешние электрические поля. При двухволновом взаимодействии наиболее эффективным оказывается случай знакопеременного электрического поля меандровой формы [1].

Теория, привлекаемая для анализа поляризационных свойств световых волн в электрооптических гиротропных кристаллах, предсказывает для них в общем случае эллиптическую поляризацию. При изменении знака внешнего поля направление вращения эллипса поляризации изменяется на противоположное, в то время как другие его параметры (величина угла наклона, эллиптичность) остаются неизменными. В настоящей работе показано, что для кристалла  $Bi_{12}TiO_{20}$ , легированного ванадием, в ряде случаев изменение знака внешнего электрического поля может оказывать влияние как на абсолютную величину угла наклона, так и на форму эллипса поляризации прошедшего через кристалл света.

Исследованный монокристалл  $Bi_{12}TiO_{20} : V$  был выращен при помощи модифицированного метода Чохральского. Образец имел размеры  $4.1 \text{ mm} \times 5.01 \text{ mm} \times 10.13 \text{ mm}$  вдоль кристаллографических направлений  $[110]$ ,  $[\bar{1}\bar{1}0]$  и  $[001]$  соответственно (рис. 1), а его грани были отполированы до оптического качества. Рассогласование граней образца с кристаллографическими плоскостями  $(110)$  и  $(\bar{1}\bar{1}0)$  не превышало  $1^\circ$ . Коэффициент поглощения составил  $\alpha = 0.65 \text{ см}^{-1}$  на длине волны  $\lambda = 633 \text{ nm}$ , а собственное удельное вращение плоскости поляризации света —  $\rho = 4.6^\circ/\text{mm}$ , что несколько менее типичного для нелегированных кристаллов значения  $6.5^\circ/\text{mm}$ . Направление внешнего электрического поля меандровой формы совпадало с кристаллографическим направлением  $[\bar{1}\bar{1}0]$ , а длительность его полупериода составляла  $625 \text{ ns}$ , что менее времени экранирования при использованной интенсивности света  $10 \text{ mVt}/\text{см}^2$ .

Мы использовали He-Ne лазер, с  $\lambda = 633 \text{ nm}$  и диаметром пучка  $3 \text{ mm}$ . Линейная входная поляризация устанавливалась при помощи поляризатора  $P1$ , а выходная поляризация регистрировалась при помощи поляризатора  $P2$  и фотоприемника, подключенного к осциллографу. Развертка осциллографа синхронизировалась по импульсам

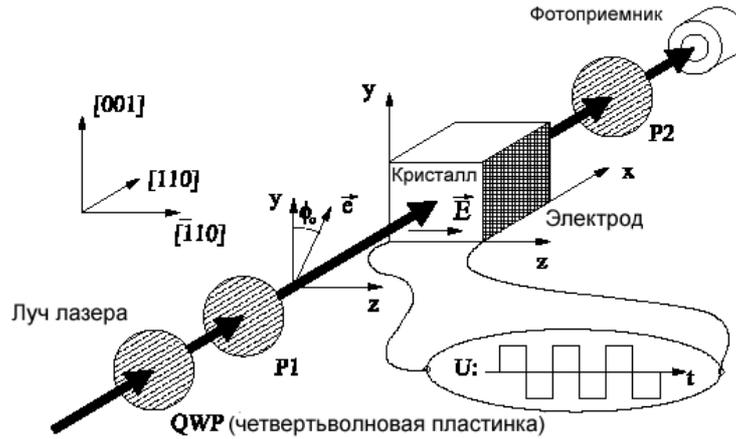


Рис. 1: Схема экспериментальной установки.

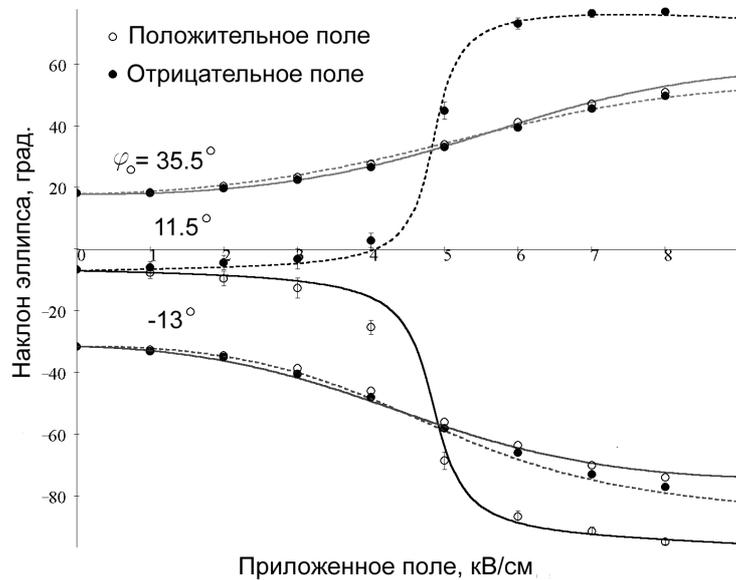


Рис. 2: Теоретические зависимости с учетом электроабсорбции.

от источника высокого напряжения, что позволило определять параметры поляризации света в различные полупериоды внешнего поля.

В экспериментах изучались зависимости угла наклона эллипса поляризации прошедшего через кристалл света от внешнего поля при различных входных поляризациях. Угол наклона эллипса поляризации  $\phi$  отсчитывался от кристаллографического направления  $[001]$ , а величина  $\phi_0$  определяла азимут поляризации на входной грани кристалла (рис. 1). Непараллельность входной и выходной граней кристалла, ( $\sim 0.3^\circ$ ), позволила не учитывать многократные переотражения света. Из представленных на рис. 2 данных видно, что угол наклона эллипса поляризации зависит от знака поля в случае  $\phi_0 = 11.5^\circ$ .

Для описания наблюдаемого явления рассмотрим распространение плоской монохроматической световой волны

$$\vec{E}(\omega, t) = E_m \vec{e} \exp \left[ i \left( \omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} \right) \right] \quad (1)$$

в гиротропной среде во внешнем электрическом поле на основе волнового уравнения

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} + \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon(\omega, \vec{k}) \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0, \quad (2)$$

где  $\varepsilon$  — тензор относительной диэлектрической проницаемости кристалла;  $\vec{k} = k_0 n \vec{m}$  — волновой вектор ( $k_0 = 2\pi/\lambda$ ,  $n$  — показатель преломления,  $\vec{m} = \vec{k}/|k|$ ).

Тензор диэлектрической проницаемости подчиняется следующему симметричному соотношению [2]:

$$\varepsilon_{ij}(\omega, \vec{k}) = \varepsilon_{ji}(\omega, -\vec{k}), \quad (3)$$

и для кубических гиротропных кристаллов во внешнем низкочастотном поле  $\vec{E}^\circ$  может быть представлен в форме

$$\varepsilon_{ij} = n_o^2 \left( 1 - i \frac{\alpha}{k_o n_o} \right) \delta_{ij} + 2in_o \frac{\rho}{k_o} \delta_{ijk} m_k - n_o^4 r_{ijl}^T E_l^\circ + i \delta_{ijm} \eta_{mkl}^T m_k E_l^\circ, \quad (4)$$

где  $n_o$  — собственный показатель преломления кристалла;  $r^T$  и  $\eta^T$  — соответственно, электрооптический и электрогирационный тензоры механически свободного кристалла. Первые два члена в уравнении (4) описывают диэлектрическую проницаемость кристалла в отсутствие внешнего поля. Вклад линейного электрооптического эффекта описывается с помощью тензора  $r^T$ , симметричного и действительного. Для кристаллов точечной группы симметрии 23 его компоненты можно представить в виде

$$r_{ijk}^T = r_{41}^T |\delta_{ijk}|, \quad (5)$$

где  $r_{41}^T$  — электрооптическая постоянная.

Поскольку симметричные свойства (3) не требуют действительности компонент электрооптического тензора  $r^T$ , мы далее полагаем, что они являются в общем случае комплексными величинами:

$$r_{41}^T = r_{41}^{T'} + i r_{41}^{T''}. \quad (6)$$

Последний член в соотношении (4) описывает явление линейной электрогирации, вклад которого при рассматриваемой геометрии равен нулю вследствие симметричных особенностей тензора  $\eta^T$ . Учитывая три первых члена в соотношении (4), можно представить поле световой волны в виде суперпозиции двух собственных волн

$$\vec{E}(x, t) = \left[ C_1 \vec{e}_1 \exp(-ik_1 x) + C_2 \vec{e}_2 \exp(-ik_2 x) \right] \exp\left(-\frac{\alpha}{2} x\right) \exp(i\omega t), \quad (7)$$

с ортами поляризации

$$\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \frac{1+i\zeta}{|1+i\zeta|} y^{\vec{o}} - i z^{\vec{o}} \right), \quad \vec{e}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( y^{\vec{o}} + \frac{\zeta+i}{|\zeta+i|} z^{\vec{o}} \right) \quad (8)$$

и комплексными волновыми числами

$$k_{1,2} = k_o n_o \pm \rho \sqrt{1 + \zeta^2}, \quad (9)$$

где  $\zeta = \pi n_o^3 r_{41}^T E^\circ / \rho \lambda$ , а  $y^{\vec{o}}$  и  $z^{\vec{o}}$  — орты осей  $y$  и  $z$  соответственно (рис. 1).

Анализ поляризационного состояния светового поля в кристалле на основе уравнений (7)–(9) показал, что угол наклона эллипса поляризации не зависит от знака

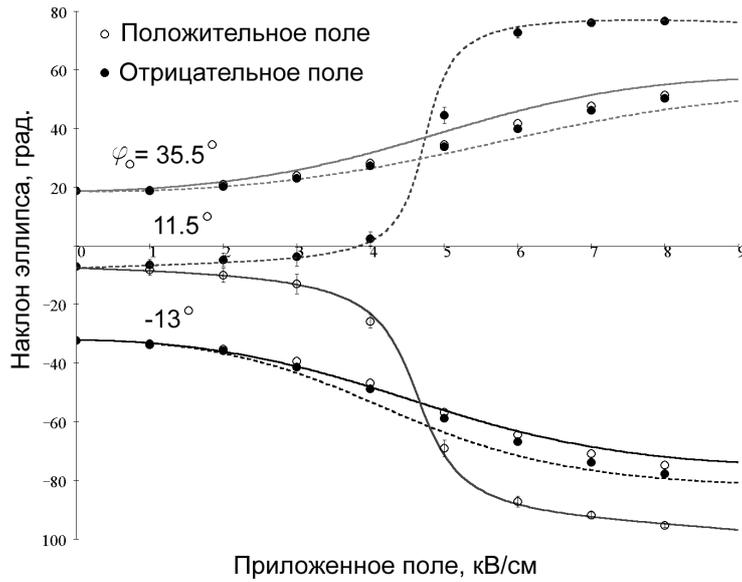


Рис. 3: Теоретические зависимости с учетом упругих деформаций.

внешнего поля при действительном электрооптическом коэффициенте ( $r_{41}^{T''} = 0$ ). Теоретические зависимости, полученные с помощью этих соотношений с учетом параметров экспериментального образца представлены на рис. 2. Здесь сплошные и пунктирные линии соответствуют положительным и отрицательным полупериодам внешнего поля  $E^\circ$ . Наилучшее согласие с экспериментальными результатами достигается для значений  $r'_{41} = 4.83 \text{ pm/V}$  и  $r''_{41} = 0.28 \text{ pm/V}$ . Таким образом, теория, учитывающая мнимую часть электрооптического коэффициента, предсказывает особенности экспериментальных зависимостей и описывает влияние знака внешнего поля на состояние поляризации света.

Эта теория предсказывает также зависимость интенсивности прошедшего через кристалл света от величины и знака внешнего поля, так что должна наблюдаться модуляция интенсивности света его полупериодами. Однако в экспериментах такая модуляция не наблюдалась.

Зависимость параметров поляризации света от знака внешнего поля может быть связана с наличием в образце упругих деформаций, появляющихся при росте кристалла и содержащих как постоянную, так и переменную составляющие. Мы далее будем предполагать направление упругих смещений совпадающим с направлением роста кристалла и считать, что переменная составляющая не оказывает заметного влияния на поляризационные свойства света.

Для исследованного образца направление роста совпадало с кристаллографическим направлением  $[110]$ , а тензор деформаций имеет отличные от нуля компоненты  $U_{11} = U_{22} = U_{12} = U_{21} = U$ .

Тензор диэлектрической проницаемости можно представить в виде

$$\varepsilon_{ij} = n_o^2 \left(1 - i \frac{\alpha}{k_o n_o}\right) \delta_{ij} + 2i n_o \frac{\rho}{k_o} \delta_{ijk} m_k - n_o^4 [r_{ijk}^T E_k^\circ + p_{ijkl}^E U_{kl}] + i \delta_{ijm} \eta_{mkl}^T m_k E_l^\circ \quad (10)$$

где  $p^E$  — тензор упругооптических постоянных. Для кристаллов группы симметрии 23 только компоненты  $p_{11}$ ,  $p_{12}$ ,  $p_{13}$  и  $p_{44}$  упругооптического тензора отличны от нуля.

Теоретические зависимости, полученные с использованием уравнений (7), (10), пред-

ставлены на рис. 3. Наилучшее согласие с экспериментом достигается при  $r_{41}^T = 5.1 \text{ pV/m}$  и  $U = 2 \cdot 10^{-5}$ . В расчетах были использованы следующие значения фотоупругих постоянных [3]:  $p_{11} = -0.06$ ,  $p_{12} = p_{13} = 0.2$  и  $p_{44} = -0.009$ . Как следует из рисунка, теоретические зависимости хорошо согласуются с экспериментальными данными. Незначительные различия могут быть связаны с неточной ориентацией граней кристалла, а также с наличием и других компонент тензора деформаций, не учтенных нами.

### Литература

- [1] М.П. Петров, С.И. Степанов, А.В.Хоменко, *Фоторефрактивные кристаллы в когерентной оптике*, С.-Петербург: Наука, 1992.
- [2] Л.Д.Ландау, Е.М.Лившиц, *Электродинамика сплошных сред*, Vol. VII. Наука, Издание второе, переработанное и дополненное Е.М.Лившицем и Л.П.Питаевским edition, 1982.
- [3] О.В.Кобозев, С.М.Шандаров, Р.В.Литвинов и др. *Неорганические материалы*, т. 34, №12, с. 1486–1491, 1998.

## Эффект фотоупругости в голографии фоторефрактивных кристаллов. Обзор

В.В.ШЕПЕЛЕВИЧ<sup>1</sup>, С.М.ШАНДАРОВ<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Мозырский государственный педагогический институт,  
ул.Студенческая 28, 247760, Мозырь, Беларусь,  
Тел: + 8(02351)24091, e-mail: vasshep@inbox.ru

<sup>2</sup> Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники,  
пр.Ленина 40, 634050, Томск, Россия,  
Тел.: +7(3822)413887, Факс: +7(3822)414321, e-mail: shand@stack.ru

Ряд перспективных для голографических приложений кристаллов являются гиротропными. Явление гиротропии в анизотропных средах подробно изучено в [1,2].

Известно [3], что типичные представители кубических фоторефрактивных гиротропных кристаллов проявляют пьезоэлектрические и фотоупругие свойства, например,  $Bi_{12}SiO_{20}$ ,  $Bi_{12}GeO_{20}$ ,  $Bi_{12}TiO_{20}$ . Поэтому является неправомерным (за исключением частных геометрий взаимодействия световых волн в кристалле) пренебрежением влиянием пьезоэлектрического и фотоупругого эффектов на запись и считывание голограмм в этих средах. Тем не менее большинство работ экспериментального и теоретического характера по изучению дифракции света на голографических решетках и по двухволновому взаимодействию в таких кристаллах выполнены в пренебрежении их пьезоэлектрическими и фотоупругими свойствами (напр., [4-6]). В некоторых случаях это было оправдано выбором геометрии записи и считывания  $K \parallel [001]$ , при которой пьезоэлектрический эффект в кристаллах среза (110) не проявляется, или геометрии  $K \perp [001]$ , при которой учет пьезоэлектрического эффекта приводит лишь к небольшим отличиям в значениях дифракционной эффективности или коэффициента усиления. В остальных случаях пренебрежение фотоупругостью и пьезоэлектрическим эффектом недопустимо, так как приводит к результатам, качественно отличающимся от результатов, наблюдаемых экспериментально.

В [7] А.А Извановым и др. впервые показано, что учет пьезоэлектрического и фотоупругого эффектов в оптически одноосном кристалле  $LiNbO_3$  приводит к существенным изменениям в зависимости дифракционной эффективности пропускающей голографической решетки от ее ориентации в плоскости среза. В работе [8] рассмотрена роль фотоупругого вклада в изменении показателя преломления под действием света в кубических кристаллах в пренебрежении оптической активностью и указано на необходимость учета оптической активности совместно с пьезоэлектрическим эффектом в сильно вращающих плоскость поляризации света кристаллах  $Bi_{12}SiO_{20}$  и  $Bi_{12}GeO_{20}$ .

В [9, 10] было проведено первое строгое рассмотрение одновременного влияния пьезоэлектрического эффекта и оптической активности на дифракцию света на голографических решетках в кубических фоторефрактивных кристаллах. Была установлена зависимость дифракционной эффективности голограммы, записанной в кубическом гиротропном пьезокристалле среза (110), от ориентационного угла, образованного вектором голографической решетки с кристаллографическим направлением  $[001]$  (ориентационная зависимость). Показано, что под влиянием пьезоэлектрического эффекта дифракционная эффективность в области максимумов увеличивается почти в два раза.

Найдены также выражения для максимально достижимой при заданном ориентационном угле дифракционной эффективности, полученной за счет выбора поляризационного угла  $\psi$  считывающего света. Показано, что максимальные значения дифракционной эффективности достигаются при ориентационном угле  $\theta$ , не равном 0 или  $90^\circ$ . При этом ориентация вектора решетки, вообще говоря, отлична от направления  $K \parallel [111]$ , но близка к нему.

В [11] рассчитана теоретически и измерена экспериментально ориентационная зависимость эллиптичности дифрагированного света при считывании голограммы, записанной в кубическом фоторефрактивном гиротропном пьезокристалле  $Bi_{12}SiO_{20}$ , циркулярно поляризованным светом. Установлено, что при некоторых значениях ориентационного угла  $\theta$  дифрагированный свет поляризован линейно, а при  $\theta = 90^\circ$  дифрагированный свет характеризуется круговой поляризацией.

В статье [12] получены явные выражения для компонент тензора диэлектрической непроницаемости  $b_{ij}$  кубических кристаллов произвольного среза, изучена зависимость этих компонент от ориентации вектора голографической решетки в плоскости среза. Показано, что компоненты  $b_{12}$ ,  $b_{13}$ ,  $b_{23}$  под действием пьезоэлектрического эффекта приобретают лишь небольшие добавки, а значения компонент  $b_{11}$ ,  $b_{22}$ ,  $b_{33}$  полностью определяются наличием пьезоэлектрического эффекта. Роль пьезоэлектрического эффекта в ориентационной зависимости эффективности двухволнового взаимодействия в кристалле  $Bi_{12}SiO_{20}$  была исследована в работе [13], где в приближении заданной решетки для кристалла толщиной 2.1 мм была найдена теоретически и подтверждена экспериментально зависимость относительной интенсивности сигнальной световой волны  $\gamma_s$  от ориентационного угла для двух фиксированных поляризаций взаимодействующих волн на входе в кристалл:  $\psi = 0$  и  $\psi = 90^\circ$ .

Более подробному исследованию ориентационных и поляризационных зависимостей величины  $\gamma_s$ , нахождению экстремальных значений  $\gamma_s$  и их зависимостей от ориентационного угла, обсуждению роли оптической активности и пьезоэлектрического эффекта в изучаемых закономерностях были посвящены работы [14–17].

К 1991 году можно отнести осознание важности влияния пьезоэлектрического и фотоупругого вклада в формирование голографических решеток в фоторефрактивных кристаллах различными исследователями (напр., [18–20]).

В [21] впервые было обращено внимание на различную ориентационную зависимость азимута поляризации считывающего света, при котором достигаются максимальные значения дифракционной эффективности и коэффициента усиления при двухволновом взаимодействии. Установлено теоретически и подтверждено экспериментально для кристалла  $Bi_{12}SiO_{20}$ , что для ориентационных углов  $\theta$  в диапазоне  $0 < \theta < 90^\circ$  и  $270^\circ < \theta < 360^\circ$  азимуты поляризации, при которых достигаются максимальные дифракционная эффективность и коэффициент усиления, совпадают, а при  $90^\circ < \theta < 270^\circ$  — отличаются на  $90^\circ$ .

Технология выращивания чистых и допированных кристаллов силленитов и результаты применения модели фоторефрактивного эффекта с мелкими и глубокими ловушками для интерпретации результатов экспериментального исследования двухволнового взаимодействия представлены в работе [22]. Эта же модель используется в [23] с дополнительным включением в рассмотрение светоиндуцированного поглощения.

В работах [24–27] исследована зависимость выходных характеристик голограмм от поляризационного, ориентационного углов и толщины кубического фоторефрактивного пьезокристалла среза (110). Определены значения толщины кристалла, при которой дифракционная эффективность или коэффициент усиления при двухволновом взаи-

модействии достигают максимумов. Аналогичное исследование проведено также для кубических фоторефрактивных пьезокристаллов среза (111) [28–30].

Подробно изучено влияние пьезоэлектрического эффекта на эффективность и поляризационные характеристики двухволнового взаимодействия при сильной связи на диффузионных решетках [31], в знакопеременном [32, 33] и постоянном [34] электрических полях.

Исследованы поверхностные решетки на границе кубических [35, 36] и одноосных [37, 38] фоторефрактивных пьезокристаллов. Выполнены экспериментальные и теоретические исследования двухволнового взаимодействия на отражательной решетке в кубических пьезокристаллах при наличии фотоиндуцированного поглощения света [39], а также теоретическое изучение стационарного четырехволнового взаимодействия в кубических пьезокристаллах с приложенным меандровым полем [40].

Таким образом, создание теории взаимодействия световых волн в кубических гиротропных пьезокристаллах позволило найти физические условия, оптимизирующие выходные характеристики голографических устройств, и предсказать оптимальные значения различных инженерных параметров этих приборов.

**Abstract.** Проведен обзор работ, посвященных изучению влияния пьезоэлектрического эффекта и фотоупругости на выходные характеристики голограмм в кубических фоторефрактивных кристаллах.

### Литература

- [1] Ф.И.Федоров, *Теория гиротропии*, Минск: Наука и техника, 1976. — 456 с.
- [2] Б.В.Бокуть, А.Н.Сердюков, *Основы теоретической кристаллооптики*, Ч.2, Гомель, ГГУ, 1977. — 70 с.
- [3] L. Solymar, D.J. Webb, and A. Grunnet-Jepsen, *The physics and applications of photorefractive materials*, Oxford: Clarendon Press, 1996. — p. 226-230.
- [4] A. Marrakchi, R.V. Johnson, and A.R. Tanguay, Jr., *Polarization property of photorefractive diffraction in electrooptic and optically active sillenite crystals (Bragg regime)*, J. Opt. Soc. Am., vol. B3 (1986) 321–336.
- [5] S. Mallick, D. Rouede, and A.G. Apostolidis, *Efficiency and polarization characteristics of photorefractive diffraction in  $Bi_{12}SiO_{20}$* , J. Opt. Soc. Am., vol. B4 (1987) 1247-1259.
- [6] J.R. Goff, *Polarization properties of transmission and diffraction in BSO — a unified analysis*, J. Opt. Soc. Am., vol. B12 (1995) 99-116.
- [7] А.А.Изванов, А.Е.Мандель, Н.Д.Хатьков, С.М.Шандаров, *Влияние пьезоэффекта на процессы записи и восстановления голограмм в фоторефрактивных кристаллах*, Автометрия, №2 (1986) 79-84.
- [8] S.I. Stepanov, S.M. Shandarov, and N.D. Khat'kov, *Photoelastic contribution to the photorefractive effect in cubic crystals*, Sov. Phys. Solid State, vol. 29 (1987) 1754-1756.
- [9] А.Е.Мандель, С.М.Шандаров, В.В.Шепелевич, *Влияние пьезоэлектрического эффекта и гиротропии на считывание голограмм в фоторефрактивных кристаллах*, Письма в ЖТФ, т. 14 (1988) 2147-2151.

- [10] V.V. Shepelevich, S.M. Shandarov, A.E. Mandel, *Light diffraction by holographic gratings in optically active photorefractive piezocrystals*, *Ferroelectrics*, vol. 110 (1990) 235-249.
- [11] А.Е.Мандель, С.М.Шандаров, В.В.Шепелевич, *Влияние пьезоэлектрического эффекта и оптической активности на энергетические и поляризационные свойства голограмм в кубических фоторефрактивных кристаллах*, *Опт. и спектр.*, т. 17 (1991) 38-40.
- [12] С.М.Шандаров, В.В.Шепелевич, Н.Д.Хатьков, *Изменение тензора диэлектрической проницаемости в кубических фоторефрактивных кристаллах под действием электрического поля голографической решетки*, *Опт. и спектр.*, т. 70, (1991) 1068-1063.
- [13] В.В.Шепелевич, Н.Н.Егоров, *Одновременная дифракция двух световых волн в кубических фоторефрактивных пьезокристаллах*, *Письма в ЖТФ*, т. 17 (1991) 1068-1073.
- [14] V.V. Shepelevich, N.N. Egorov, and V. Shepelevich, *Orientation and polarization effects of two-beam coupling in a cubic optically active photorefractive piezoelectric BSO crystal*, *J. Opt. Soc. Am.*, vol.B11 (1994) 1394-1402.
- [15] V.V. Shepelevich, N.N. Egorov, A.E. Mandel, S.M. Shandarov, *Optimization of simultaneous diffraction of two light waves in BSO by means of variation of these waves polarization*, *Proc. SPIE*, vol. 1807 (1993) 94-104.
- [16] В.В.Шепелевич, *Дифракция и двухволновое взаимодействие в кубических гиротропных пьезокристаллах произвольного среза. Общие соотношения*, *Опт. и спектр.*, т. 83 (1997) 172-176.
- [17] В.И.Волков, Ю.Ф.Каргин, Н.В.Кухтарев, А.В.Привалко, С.М.Шандаров, В.В. Шепелевич, *Влияние фотоупругости на самодифракцию света в электрооптических кристаллах*, *Квантовая электроника*, т. 18, (1991) 1237-1240.
- [18] G. Pauliat, P. Mathey, and G. Roosen, *Influence of piezoelectricity on the photorefractive effect*, *J. Opt. Soc. Am.*, vol. B 8 (1991) 1942-1996.
- [19] N. V. Kukhtarev, T. I. Semenc, and P. Hribek, *The influence of photoelasticity on the self-diffraction of light on cubic photorefractive crystals*, *Ferroelectr. Lett.*, vol.13 (1991) 29-35.
- [20] P. Gunter and M. Zgonik, *Clamped-unclamped electro-optic coefficient dilemma in photorefractive phenomena*, *Opt. Lett.*, vol. 16 (1991) 1826-1828.
- [21] V.V. Shepelevich, N.N. Egorov, P.I. Ropot, P.P. Khomutovskii, *Extremal conditions of diffraction and two-wave mixing in cubic gyrotropic photorefractive piezocrystals*, *Proceedings of SPIE*, vol. 2968 (1997) 301-306.
- [22] S. Shandarov, A. Emelyanov, O. Kobozev, A. Reshet'ko, V. Volkov, Yu. Kargin, *Photorefractive properties of doped sillenite crystals*, *Proceedings of SPIE*, vol. 2801 (1996) 221-230.
- [23] S. Shandarov, A. Reshet'ko, A. Emelyanov, O. Kobozev, M. Krause, Yu. Kargin, V. Volkov, *Two-beam coupling in sillenite crystals*, *Proceedings of SPIE*, vol. 2969 (1996) 202-210.

- [24] E. Shamonina, V. Kamenov, K.H. Ringhofer, G. Cedilnik, A. Kiessling, and R. Kowarschik, *The optimum orientation of volume phase gratings in sillenite crystals: is it always [111]?*, J. Opt. Soc. Am., vol. B15 (1998) 2552-2559.
- [25] V.V. Shepelevich, N.N. Egorov, P.P. Khomutovskiy, G. Von Bally, M. Weber, A.A. Firsov, *Optimization of two-wave interaction efficiency in cubic photorefractive sillenite-type crystals with optical rotary power and piezoeffect in diffusion regime*, *Ferroelectrics*, vol.75 (1999) 1-21.
- [26] V.V. Shepelevich, Y. Hu, A. Firsov, E. Shamonina, K.H. Ringhofer, *Gain optimization with respect to the thickness of a sillenite crystal*, *Appl. Phys.*, vol. B 68 (1999) 923-929.
- [27] В.В.Шепелевич, А.А.Фирсов, *Влияние угла Брэгга на оптимальный энергообмен при двухволновом взаимодействии в пьезокристалле  $Bi_{12}SiO_{20}$* , *Квантовая электроника*, т. 30 (2000) 60-64.
- [28] С.Ф.Ничипорко, А.Е.Загорский, В.В.Шепелевич, И.Ху, К.Н.Рингхофер, Е.А. Шамонина, *Ориентационная зависимость дифракционной эффективности голограмм в кубических фоторефрактивных пьезокристаллах среза (111)*, *Письма в ЖТФ*, т. 26 (2000) 44-49.
- [29] V.V. Shepelevich, S.F. Nichiporko, A.E. Zagorskiy, N.N.Egorov, Yi Hu, K.H.Ringhofer, E.Shamonina, *Gain Optimization at Two-Wave Mixing in Cubic Photorefractive Piezocrystals of (111)-Cut*, *OSA Trends in Optics and Photonics*, vol. 27 (1999) 353-360.
- [30] E.Shamonina, Yi Hu, V.P.Kamenov, K.H.Ringhofer, V.Ya.Gayvoronsky, S.F.Nichiporko, A.E.Zagorskiy, N.N.Egorov, V.V.Shepelevich, *Diffusion recording in photorefractive sillenite crystals: an analytical approach for engineering purposes*, *Optics Communications*, vol. 180 (2000) 183-190.
- [31] Р.В. Литвинов, С.М. Шандаров, С.Г. Чистяков, *Двухволновое взаимодействие на фоторефрактивной решетке в кубических гиротропных кристаллах при сильной связи*, *ФТТ*, т. 42 (2000) 1397-1403.
- [32] В.Ю.Красноперов, Р.В.Литвинов, С.М.Шандаров, *Двухлучковое взаимодействие в фоторефрактивном силикате висмута, находящемся в знакопеременном электрическом поле*, *ФТТ*, т. 41 (1999) 632-637.
- [33] H.Tuovinen, A.A.Kamshilin, T.Jaaskelainen, *Asymmetry of two-wave coupling in cubic photorefractive crystals*, J. Opt. Soc. Am. B, vol. 14 (1997) 3383-3392.
- [34] S.F.Nichiporko, A.E.Zagorskiy, V.V.Shepelevich, N.N.Egorov, K.H.Ringhofer, Yi Hu, E.F.Shamonina, *Optimization of diffraction efficiency of transmission hologram in cubic photorefractive piezocrystal in DC electric field*, in *Optics of Crystals*, V.V.Shepelevich, N.N.Egorov, Editors, *Proceedings of SPIE*, vol. 4358 (2001) 117-128.
- [35] А.М.Кириллов, С.М.Шандаров, *Фоторефрактивная решетка вблизи границы кубического кристалла с приложенным электрическим полем*, *Квантовая электроника*, т. 26 (1999) 185-188.

- [36] А.М. Кириллов, С.М. Шандаров, Н.И. Буримов, *Фотоиндуцированная решетка поверхностного рельефа в кубическом кристалле в постоянном электрическом поле*, Письма в ЖТФ, т. 25 (1999), вып. 17, с. 74-77.
- [37] С.М. Шандаров, Н.И. Буримов, *Структура фоторефрактивной решетки вблизи границы кристалла симметрии 3т*, Известия вузов. Физика, N 9 (1997) 75-79.
- [38] A.M.Kirillov, S.M.Shandarov, N.I.Burimov, *Photorefractive surface grating in Z-cut of barium titanate crystal*, in *Optics of Crystals*, V.V.Shepelevich, N.N.Egorov, Editors, Proceedings of SPIE, vol. 4358 (2001) 21-27.
- [39] Е.Ю.Агеев, С.М.Шандаров, С.Ю.Веретенников, А.Г.Мартьянов, В.А.Карташов, А.А.Кампилин, В.В.Прокофьев, В.В.Шепелевич, *Двухволновое взаимодействие на отражательной решетке в кристалле  $Bi_{12}SiO_{20}$* , Квантовая электроника, т. 31 (2001) 343-345.
- [40] Р.В.Литвинов, С.И.Полковников, С.М.Шандаров, *Самовозбуждение взаимно обращенных волн в кубическом гиротропном фоторефрактивном кристалле с приложенным меандровым электрическим полем*, Квантовая электроника, т. 31 (2001) 167-172.

Гомельский госуниверситет  
им. Франциска Скорины  
246699 Гомель, Беларусь

Поступило 15.06.2001

## Исследование режимов и свойств кристаллических материалов при лазерной обработке

Е. Б. ШЕРШНЕВ, Ю. А. ДРАЕНКОВ

Наметившаяся тенденция увеличения производства инструмента, технических изделий из СТМ и природного алмазного сырья связана с уникальностью их свойств - исключительной твердостью, высокой теплостойкостью и теплопроводностью, износостойкостью и устойчивостью к агрессивным средам, характерными оптическими и электрическими свойствами. Высокая трудоемкость традиционной механической обработки сверхтвердых материалов алмазным инструментом постоянно стимулирует разработку методов обработки, эффективность которых не зависит от твердости обрабатываемого материала. К таким методам относятся ультразвуковой, электрофизический, термохимический и лазерный методы. Прогрессивным направлением является разработка метода лазерной обработки кристаллов СТМ с учетом кристаллографической ориентации.

На поверхности искусственного и природного алмазного сырья в процессе воздействия лазерных импульсов формируется графитизированная пленка, которая поглощает энергию лазерного излучения и для кристалла алмаза является локальным источником тепла. Непрозрачная поверхность алмаза формируется первым или несколькими начальными импульсами, так что следующие импульсы поглощаются автоматически.

Обобщенная схема превращений алмаза под действием лазерного излучения описана в [1].

Почерневшие (графитизированные) после лазерного облучения слои алмазного вещества уже не имеют прочной связи с алмазом и легко снимаются в виде чешуек при механическом воздействии [2].

При облучении хрупких материалов в объеме образца возникают термоупругие напряжения, обусловленные наличием градиента температур. Если напряжения превышают предел прочности, то наблюдается разрушение материала, носящее характер расщепления [3].

Исследование микроструктуры обработанной поверхности является одним из обязательных методов контроля качества готовой продукции. В отличие от физико-механических и эксплуатационных испытаний свойств материалов анализ структуры позволяет судить не только о качестве материалов, но и о недостатках технологии их изготовления и нарушениях технологического режима.

В ходе работы использовались следующие твердотельные лазерные установки с длиной волны 1,064 мкм:

— с непрерывной накачкой, средней мощностью 16 Вт, режим работы одномодовый ТЕМ<sub>00</sub> с модулированной добротности, частота повторения импульсов 3 кГц, плотность мощности излучения  $109 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$ ;

— с непрерывной накачкой, средняя мощность излучения 32 Вт, режим работы многомодовый с модуляцией добротности, частота повторения импульсов 3 кГц;

— с импульсной накачкой, режим работы многомодовый, средняя мощность излучения 60 Вт, импульс накачки длительностью 4 мс и частотами 25 Гц или 50 Гц, блок питания акустооптического затвора формирует в импульсе генерации последовательность пиков с частотой в диапазоне от 4 до 25 кГц).

Были проведены морфологические исследования поверхности кристаллов СТМ “алмазот” после лазерной обработки по разным кристаллографическим плоскостям. На

плоскости (110) четко видны треугольные впадины, являющиеся так называемыми фигурами травления, образующиеся при росте кристалла. После реза лазером поверхность кристалла имеет четко выраженную смазанную структуру со следами напылов. Хорошо видны трещины, образовавшиеся в процессе реза. На отдельных местах наблюдается отслаивание образовавшейся при резе пленки. Судя по внешнему виду, она может быть аморфной. При большом увеличении видны дисперсные структурные составляющие, образовавшиеся в процессе резки, размером до 1 мкм, имеющие размытую округлую форму, характерную для аморфных материалов (рис.1).

На гранях образца, разрезанного вдоль плоскости (100), отсутствуют как фигуры роста, так и фигуры травления, отсутствуют четко выявленные структурные составляющие. Поверхность имеет смазанную, размытую структуру (рис.2).

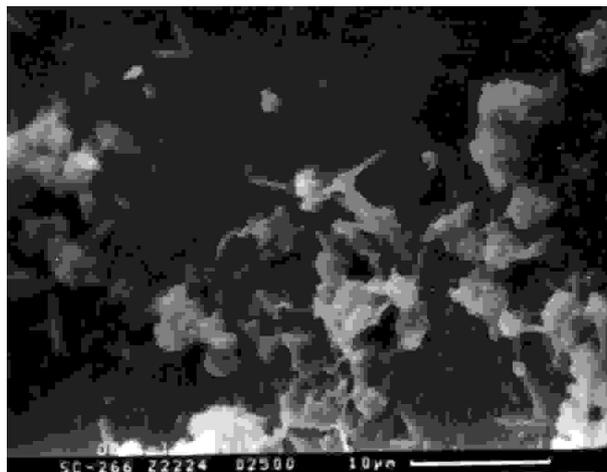


Рис. 1: Поверхность кристалла СТМ "алмазот распиленного лазером по кристаллографической плоскости (110)

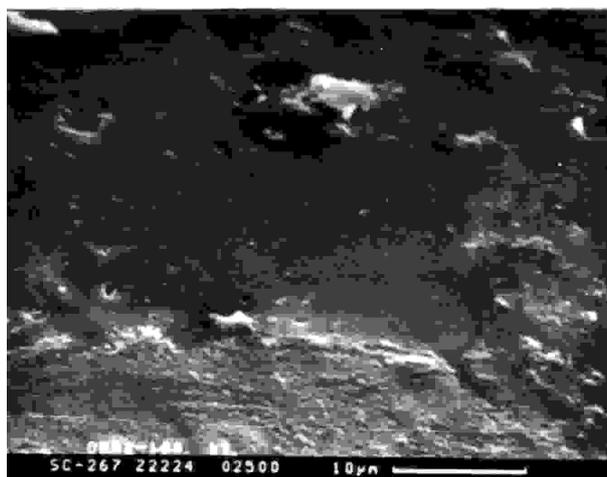


Рис. 2: Поверхность кристалла СТМ "алмазот распиленного лазером по кристаллографической плоскости (100)

Наиболее сильные изменения в структуре плоскости реза наблюдаются, когда плоскость обработки параллельна кристаллографической плоскости (111). В этом случае видны так называемые зоны напыла, характерные для материалов, прошедших полное расплавление (рис.3). Хорошо видны трещины, которые, как правило, образуются

при застывании материала и являются усадочными. На отдельных участках наблюдается чешуйчатое строение пленки и ее отслоение.

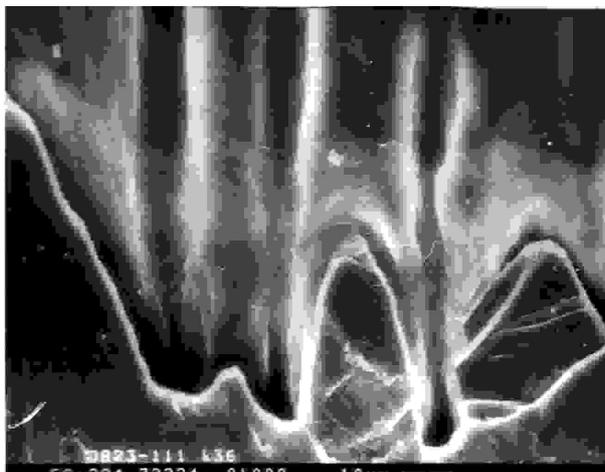


Рис. 3: Поверхность кристалла СТМ "алмазот распиленного лазером по кристаллографической плоскости (111).

Таким образом, из всего выше сказанного видно, что морфология поверхности кристаллов алмазота существенно отличается в зависимости от кристаллографической плоскости, по которой проходил рез. Из полученных результатов видно, что наибольшее разрушение происходило по плоскости (111) кристалла. Экспериментально подтверждено, что скорость обработки при направлении лазерного излучения вдоль осей третьего порядка кристалла в 1,2 раза больше, чем в случае, когда ось излучения направлена параллельно осям четвертого порядка.

Результаты исследований использовались при создании технологических процессов обработки сверхтвердых материалов лазерным излучением.

### Литература

- [1] А.П.Руденко, А.И.Горшков, В.А.Спивак и др. *Воздействие лазерного излучения на алмаз* //Сверхтвердые материалы. — 1991 — №6 — с.15–19
- [2] Л.Ф.Верещагин, В.Н.Аполлонов, М.Д.Шалимов и др. *О двойниках алмаза синтетических балласов* // ДАН СССР. — 1973. — 208,№4. — С.844.
- [3] Н. Ф. Боровиков, Л. Ф. Верещагин, Я. А. Калашников и др. *Некоторые морфологические особенности структуры синтетических балласов* // ДАН СССР. — 1973. — 209,№ 5. — С.1078–1080.

## Невзаимные эффекты при коллинеарном акустооптическом взаимодействии в кубических гиротропных кристаллах с электроиндуцированной анизотропией

М.В. ШУБА

Исследование коллинеарного акустооптического (АО) взаимодействия представляет существенный интерес в связи с возможностью широких практических применений (см., например, [1]), одним из которых является создание невзаимных элементов для управления амплитудными и частотными характеристиками излучения кольцевых лазеров [2]. В работах [3–5] изучались особенности невзаимных эффектов, возникающих из-за различия волновых расстройек встречных волн при коллинеарной АО дифракции света на бегущей ультразвуковой волне в центросимметричных кристаллах. Однако до сих пор не рассматривались особенности невзаимных эффектов при акустооптическом коллинеарном взаимодействии в гиротропных кристаллах в присутствии электрического управляющего поля.

В настоящей работе рассматривается влияние электроиндуцированной анизотропии и гиротропии среды на дифракцию света на акустических волнах в случае их коллинеарного распространения в кубических кристаллах (например,  $Bi_{12}GeO_{20}$ ,  $Bi_{12}SiO_{20}$ ,  $TeO_2$  и др.) и обсуждается возможность использования данного взаимодействия при разработке АО невзаимных элементов.

Пусть в плоскости (100) кубического кристалла класса 23 под некоторым углом  $\psi$  к кристаллографической оси [001] распространяются световая и звуковая волна (см. рис. 1). Положим также, что ортогонально последним приложено внешнее электриче-

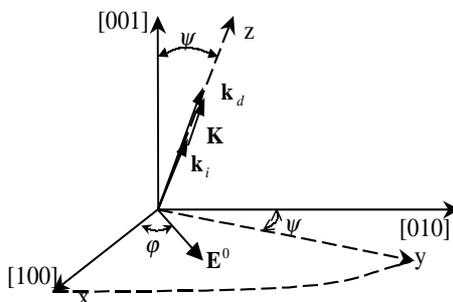


Рис. 1: Геометрия взаимодействия ( $\vec{k}_{i,d}$ ,  $\vec{K}$  — соответственно волновые векторы падающей и дифрагированной световых и звуковой волн)

ское поле  $\vec{E}^0$ . Используем систему координат, ось  $z$  которой совместим с направлением волновой нормали акустической волны, а ось  $x$  — с осью [100]. Полагаем что, вектор  $\vec{E}^0$  образует с последней угол  $\varphi$ . Как известно (см., например, [6]), в результате воздействия внешнего электрического поля кубический кристалл оказывается двулучепреломляющим, т. е. в одном направлении с различными скоростями могут распространяться две электромагнитные волны, векторы электрической напряженности которых имеют вид:

$$\vec{E}_1 = A_1 \vec{a}_1 \exp i[(k_0 + q_1)z - \omega t], \quad \vec{E}_2 = A_2 \vec{a}_2 \exp i[(k_0 + q_2)z - \omega t],$$

где  $A_{1,2}$  — амплитуды;  $\omega$  — частота;  $k_0 = (\omega/c)n$  — волновое число,  $n$  — оптический показатель преломления кристалла;  $\vec{a}_{1,2}$  — векторы поляризации, определяемые соотношением

$$\vec{a}_1 = (\vec{e}_+ + \tau \vec{e}_-)/\sqrt{1 + \tau^2}, \quad \vec{a}_2 = (\tau^* \vec{e}_+ - \vec{e}_-)/\sqrt{1 + \tau^2}, \quad (1)$$

$\vec{e}_{\pm} = (\vec{e}_1 \pm \vec{e}_2)/\sqrt{2}$ ,  $\vec{e}_k$  — орты используемой координатной системы.

Электроиндуцированные добавки  $q_1$  и  $q_2$  к невозмущенному волновому числу  $k_0$  имеют вид

$$q_{1,2} = (1/4k_0) \left\{ (\xi_1 + \xi_2) \pm \sqrt{(\xi_1 - \xi_2)^2 + 4(\omega/c)^4 \Delta \tilde{\varepsilon}_{12} \Delta \tilde{\varepsilon}_{21}} \right\},$$

$$\xi_{1,2} = (\omega/c)^2 \Delta \tilde{\varepsilon}_{22,11} \pm 2k_0 \rho, \quad \Delta \tilde{\varepsilon}_{22,11} = \vec{e}_{\pm}^* \Delta \varepsilon^{el} \vec{e}_{\pm}, \quad \Delta \tilde{\varepsilon}_{12,21} = \vec{e}_{\mp}^* \Delta \varepsilon^{el} \vec{e}_{\pm},$$

причем  $\Delta \varepsilon_{ik}^{el} = -n^4 r_{ikm} E_m^0$ ,  $\tau = (\omega/c)^2 \Delta \tilde{\varepsilon}_{12} / (2k_0 q_1 - \xi_2)$ ,  $r_{ijk}$  — тензор электрооптических коэффициентов;  $\varepsilon = n^2$ ;  $\rho$  — удельное вращение плоскости поляризации света, обусловленное наличием гиротропии.

Упругая волна, распространяющаяся вдоль оси  $z$ , создает периодическое изменение тензора диэлектрической проницаемости  $\Delta \varepsilon_{ij}^{pe} = -\varepsilon^2 p_{ijmn} u_{mn}$ , где  $p_{ijmn}$  — компоненты тензора фотоупругости;  $u_{mn} = (1/2)(\partial u_m / \partial x_n + \partial u_n / \partial x_m)$  — тензор деформации,  $u_m$  — вектор смещения акустической волны. Взаимодействие световой и звуковой волн на фотоупругой нелинейности приводит к появлению в области их перекрытия индуцированной электрической поляризации среды:

$$P_i = P_i^+ + P_i^- = \frac{1}{8\pi} (\Delta \varepsilon_{ij}^{pe} + \Delta \varepsilon_{ij}^{pe*}) E_j.$$

Тогда волновое уравнение для электрической напряженности дифрагированного поля принимает вид

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{\varepsilon + \Delta \varepsilon^{el}}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E} - \frac{2\alpha}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \text{rot} \vec{E} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{P}, \quad (2)$$

где  $\alpha$  — скаляр, связанный с параметром гирации  $\gamma$  и удельным вращением  $\rho$  плоскости поляризации света в среде соотношениями  $\rho = \omega \gamma / c = \omega^2 \alpha / c^2$ .

Решение волнового уравнения (2) будем искать методом связанных волн, полагая, что поле излучения в среде представимо в виде

$$\vec{E} = A_i(z) \vec{a}_i \exp i(\vec{k}_i \vec{r} - \omega_i t) + A_d(z) \vec{a}_d \exp i(\vec{k}_d \vec{r} - \omega_d t), \quad (3)$$

где индексами  $i, d$  обозначены соответственно падающая и дифрагированная волны.

Подставляя (3) в (2), получаем систему уравнений для определения медленно изменяющихся амплитуд  $A_{i,d}$ :

$$\frac{dA_i}{dz} = ib A_d \exp(-i\Delta k z), \quad \frac{dA_d}{dz} = ib A_i \exp(i\Delta k z). \quad (4)$$

Здесь  $b = (\omega^2 / 4c^2 k_0) \vec{a}_i \Delta \varepsilon^{pe} \vec{a}_d$ ;  $\Delta k = (\vec{k}_i + K - \vec{k}_d) \vec{e}_3$  — волновая расстройка,  $K = \Omega / v$ ;  $\Omega$  и  $v$  — частота и фазовая скорость акустической волны. В случае коллинеарной дифракции света в кубическом гиротропном кристалле волновая расстройка определяется выражением  $\Delta k = \rho \sin(\theta) \theta$ , где  $\theta$  — угол между  $\vec{K}$  и  $\vec{k}_i$ . С учетом граничных условий  $A_d(0) = 0$ ,  $A_i(0) = A_{i0}$  из (4) получаем

$$A_i(z) = \exp\left(-\frac{i\Delta k z}{2}\right) \left[ \cos sz + i \frac{\Delta k}{2s} \sin sz \right] A_{i0}, \quad A_d(z) = \exp\left(\frac{i\Delta k z}{2}\right) \frac{ib}{s} \sin(sz) A_{i0}, \quad (5)$$

$$s = [ |b|^2 + (\Delta k / 2)^2 ]^{1/2}.$$

Относительная величина  $T$  мощности падающего пучка, преобразуемой в дифрагированный пучок на длине взаимодействия  $L$ , в соответствии с выражением (5) имеет вид

$$T = \frac{|A_d(L)|^2}{|A_i(0)|^2} = \frac{\sin^2 \left( |b| L \sqrt{1 + (\Delta k/2 |b|)^2} \right)}{1 + (\Delta k/2 |b|)^2}$$

Условие Брэгга  $\Delta k = 0$  можно представить следующим образом:  $v(n_d - n_i)/\lambda = f_s$ , откуда следует, что длина волны света  $\lambda$  оказывается обратно пропорциональной частоте звука  $f_s = \Omega/2\pi$  и прямо пропорциональна электроиндуцированной оптической анизотропии.

Эффективность преобразования энергии падающей световой в дифрагированную волну, когда  $\vec{a}_i \equiv \vec{a}_2$  и  $\vec{a}_d \equiv \vec{a}_1$ :

$$b = \frac{\pi}{4\lambda n(1+\tau^2)} [(\Delta\varepsilon_{11}^{pe} + \Delta\varepsilon_{22}^{pe})(1 - \tau^2) - 4i\tau\Delta\varepsilon_{12}^{pe}] = \\ = \frac{\pi n^3}{4\lambda n(1+\tau^2)} \sqrt{\frac{I_a}{\rho_0 v^3}} [\mu(1 - \tau^2)(f_{12}p_{12} + f_{21}p_{21} + f_{11}p_{11} + f_{44}p_{44}) + 4i\tau\beta p_{44} \sin(\eta + \psi)]. \quad (6)$$

Здесь  $f_{12} = \cos^3 \psi \cos \eta - \sin \psi \sin \eta$ ,  $f_{21} = \cos \psi \cos \eta - \sin^3 \psi \sin \eta$ ,  $f_{44} = -\cos \psi \sin \psi \cos(\psi + \eta)$ ,  $f_{11} = \cos \psi \sin \psi \sin(\psi - \eta)$ ,  $I_a$  — интенсивность звуковой волны,  $\rho_0$  — плотность кристалла,  $\beta$  — проекции вектора поляризации упругой волны на ось  $x$ ,  $\mu$  — модуль составляющей вектора поляризации упругой волны, лежащей в плоскости  $yz$ ,  $\eta$  — угол, образованный данной составляющей с осью  $z$ , который как и  $\mu$ , так и  $\beta$ , определяется из уравнения Кристоффеля,  $\tau$  определяется согласно (1):

$$\tau = -\frac{1}{2} \frac{\omega}{c} E^0 r_{41} n^3 \frac{\sin 2\psi \cos \varphi - 2i \sin \psi \sin \varphi}{\sqrt{4\rho^2 + (\omega/c)^2 n^6 r_{41}^2 E^{02} \sin^2 \psi (1 - \cos^2 \varphi \sin^2 \psi) + 2\rho}}$$

Как следует из полученных соотношений, наиболее существенно воздействие электрического поля проявляется в изменении поляризации собственных волн в кристалле и, следовательно, в соответствии с (6), эффективности  $T$  дифракции света на акустической волне, поляризованной вдоль направления  $[100]$ . Как видно из (6), коллинеарное акустооптическое взаимодействие является разрешенным для любых углов  $\psi$ . Однако эффективность его минимальна при  $\psi = \pi/2$ ,  $\eta = 0$  и при  $\psi = \pi/4$ ,  $\eta = \pi/4$ .

Проанализируем случай дифракции встречных волн на ультразвуковой волне. Как следует из выражения (6), значения параметров  $b_{\pm}$  для волн, дифрагировавших во встречных направлениях, различны при  $\tau \neq 0$  ( $\psi \neq 0$ ),  $\beta \neq 0$ ,  $\mu \neq 0$  и  $\eta + \psi \neq 0, \pi$ . Данная особенность обуславливает появление амплитудной невязимности, которая определяется разностью величин  $T$  встречных волн  $\Delta T = T_+ - T_-$  и оказывается тем больше, чем больше различие параметров  $b_+$  и  $b_-$ :

$$b_+ - b_- = \frac{2i\pi\tau n^3 \beta p_{44} \sin(\eta + \psi)}{\lambda(1 + \tau^2)} \sqrt{\frac{I_a}{\rho_0 v^3}}.$$

Таким образом, величина амплитудной невязимности  $\Delta T$  зависит от величины электроиндуцированной анизотропии, гиротропных акустических свойств кристалла, интенсивности звуковой волны, а также от направления распространения и поляризации акустических и световых волн. Величина  $\Delta T$  максимальна при выполнении условий:

$$\eta + \psi = \pi/2, 3\pi/2 \quad \text{и} \quad \begin{cases} \psi = \pi/2 & \text{при} \quad \varphi \geq \pi/4 \\ \psi = \arccos \frac{\sqrt{\cos 2\varphi}}{\sqrt{2 \cos \varphi}} & \text{при} \quad \varphi < \pi/4 \\ \psi = \pi - \arccos \frac{\sqrt{\cos 2\varphi}}{\sqrt{2 \cos \varphi}} & \text{при} \quad \varphi < \pi/4 \end{cases}.$$

Отметим, что параметр  $b_{\pm}$  максимален, когда  $\psi = \eta = 0, \pi/2$ .

Следовательно, оптимальный режим амплитудной невязимности будет достигнут в кубическом нецентросимметричном кристалле с большим параметром  $p_{44}$ , когда световая и звуковая волна распространяются вдоль кристаллографической оси [011], звуковая волна поляризована параллельно направлению [111], а электрическое поле приложено вдоль [010].

Расчет, проведенный на основании полученных формул, показал, что при переключении направления приложенного поля, возможно изменение знака  $\Delta T$ , что может быть использовано для переключения направления генерации кольцевого лазера.

Вследствие малости разности показателей преломления собственных волн гиротропного кристалла коллинеарное АО-взаимодействие имеет большую угловую апертуру  $\psi_{1/2} = (\Delta\lambda_{1/2}/\lambda)^{1/2}$  эффективного взаимодействия. Например, для кристалла титаната бария ( $\text{BaTiO}_3$ ) ( $\rho = 21.63^\circ\text{мм}^{-1}$ ,  $L = 2\text{см}$ ,  $\lambda = 0.63\text{мкм}$ )  $\psi_{1/2} \approx 20^\circ$ .

Таким образом, в работе установлено, что величина амплитудной невязимности при коллинеарном ОА взаимодействии в кубических гиротропных кристаллах с электроиндуцированной анизотропией зависит от величины электроиндуцированной анизотропии, гиротропных и акустических свойств кристалла, интенсивности звуковой волны, а также от направления распространения и поляризации акустических и световых волн. Показано также, что максимальное значение амплитудной невязимности достигается, когда волновые векторы звуковой и световой волн коллинеарны направлению [110], внешнее электрическое поле ориентировано вдоль оси [010], а звуковая волна поляризована вдоль [111]. Обнаружена возможность переключения направления генерации кольцевого лазера посредством изменения направления управляющего поля. Полученные в работе соотношения могут быть использованы при разработке и оптимизации параметров электро- и поляризационно управляемых широкоапертурных акустооптических невязимных элементов на основе кубических гиротропных кристаллов.

**Abstract.** In this paper the features of collinear acousto-optical interaction in not centrosymmetric cubic crystals with an electroinduced anisotropy had been investigated. It has been shown, that such interaction is accompanied by nonreciprocal effects. It has been established the dependence of value of amplitude nonreciprocity on a propagation direction both polarization light and sound waves, and also on orientation of an external electric field.

### Литература

- [1] А.Ярив, П.Юх, *Оптические волны в кристаллах*, М.: Мир, 1987.
- [2] Г.Е.Зильберман, Л.Ф.Купченко, *Прохождение света через ультразвуковой пучок в однородном изотропном диэлектрике*, Р и Э. 20:11 (1975), 2347–2356.
- [3] Л.С.Корниенко, Н.В.Наний, О.Е.Наний, *Оптическая невязимность при коллинеарной анизотропной дифракции на бегущих ультразвуковых волнах*, Вестник МГУ. Сер. 3, физика, астрономия 32:4 (1991), 67–70.
- [4] И.Ф.Гончарова, Л.С.Корниенко, Н.В.Кравцов, О.Е.Наний, А.А.Шелаев, *Когерентные эффекты в твердотельном кольцевом лазере на YAG : Nd<sup>3+</sup> в режимах АО синхронизации мод*, Квант. электроника 8:6 (1981), 1347–1350.
- [5] О.Е.Наний, А.Б.Селунский, *Акустооптический интерференционный невязимный элемент*, Квант. электроника 17:8 (1990), 1091–1092.

- [6] Ф.И.Федоров, *Оптика анизотропных сред*, Мн.: Изд-во АН БССР, 1956.

Гомельский госуниверситет  
им. Франциска Скорины,  
246699 Гомель, Беларусь

Поступило 23.04.2001

## Поляризационные и энергетические свойства бесселевых волновых полей

С.С.ГИРГЕЛЬ

<sup>1</sup> 246699, Беларусь, Гомель, Гомельский государственный университет

В последнее время большое внимание исследователей привлекают, часто называемые бездифракционными, бесселевы световые пучки, у которых поперечное распределение амплитуды поля описывается функциями Бесселя первого рода. Впервые Дурнин и другие [1, 2] обратили внимание на то, что существуют точные решения скалярного волнового уравнения Гельмгольца, характеризующие новый тип световых пучков. Поперечное распределение амплитуды таких пучков описывается не функцией Гаусса, а функциями Бесселя 1-го рода. Такие пучки были названы бесселевыми или бездифракционными, и начались их интенсивные теоретические и экспериментальные исследования [3–10]. Изучение векторных свойств бесселевых пучков на основе строгого решения уравнения Максвелла проводилось в [5–7]. Было показано, что решение векторного, а не скалярного уравнения Гельмгольца приводит к тому что, вообще говоря, моды бесселевых пучков света имеют продольную составляющую. Получен ряд решений для ТЕ, ТМ мод, для плоско поляризованных мод и обсуждаются их свойства. Вместе с тем, в этих работах найдены только отдельные решения из многих, характеризующих возможные типы мод бездифракционных полей. Здесь мы получим строгие решения уравнений Максвелла и векторного волнового уравнения Гельмгольца, описывающих моды бесселевых пучков различных типов и рассмотрим их энергетические характеристики, следуя нашим работам [9, 10]. Монохроматические световые волны в изотропных средах, характеризуемых уравнениями связи

$$\bar{D} = \varepsilon \bar{E}, \bar{B} = \mu \bar{H}, \quad (1)$$

удовлетворяют уравнениям Максвелла

$$\begin{cases} \operatorname{rot} \bar{E} = ik_0 \mu \bar{H}, \operatorname{div} \mu \bar{H} = 0; \\ \operatorname{rot} \bar{H} = ik_0 \mu \bar{E}, \operatorname{div} \varepsilon \bar{E} = 0. \end{cases} \quad (2), (2a)$$

При заменах

$$\bar{E} \rightleftharpoons \bar{H}, \varepsilon \rightleftharpoons -\mu, \bar{B} \rightleftharpoons -\bar{D} \quad (3)$$

уравнения Максвелла (2), (2a) вместе с материальными уравнениями (1) преобразуются сами в себя. Поэтому соотношения (3) фактически представляют собой принцип взаимности. Он позволяет, на основе выражений для вектора поляризации  $\bar{E}$ , сразу записывать аналогичные выражения для вектора магнитного поля  $\bar{H}$  световой волны.

Из (2), (2a) вытекает волновое уравнение (векторное уравнение Гельмгольца)

$$(\Delta + k^2) \bar{E}(r) = 0, \quad (4)$$

которое вместе с уравнением непрерывности

$$\operatorname{div} \bar{E} = 0 \quad (5)$$

полностью определяет векторное поле  $\bar{E}$ . Здесь  $k^2 = \omega^2 \varepsilon \mu / c^2$ .

Для бesselевых полей вида

$$\bar{E}(\bar{r}) = \bar{E}(\bar{r}_\perp) \exp(ik_{II}z) \quad (6)$$

уравнение Гельмгольца приобретает вид

$$(\bar{\nabla}_\perp^2 + k_\perp^2) \bar{E}(\bar{r}_\perp) = 0. \quad (7)$$

Здесь  $\bar{k}_{II}$  и  $\bar{k}_\perp$  — продольная и поперечная компоненты волнового вектора поля ( $\bar{k} = \bar{k}_{II} + \bar{k}_\perp$ ).

Так как уравнение (7) справедливо для одной  $z$ -компоненты поля  $\bar{E}$ , то оно должно также выполняться для поперечных компонент поля  $\bar{E}_\perp$ :

$$(\bar{\nabla}_\perp^2 + k_\perp^2) \bar{E}(\bar{r}_\perp) = 0. \quad (8)$$

Если использовать цилиндрическую систему координат и перейти к циркулярным компонентам

$$C_\pm(\rho, \varphi) = (E_\rho \pm iE_\varphi) / \sqrt{2} = (E_x \pm iE_y) e^{\mp i\varphi} / \sqrt{2}, \quad (9)$$

то система (8) двух связанных дифференциальных уравнений второго порядка распадается на два независимых уравнения

$$\left\{ \frac{\partial^2}{\partial u^2} + \frac{1}{u} \frac{\partial}{\partial u} + 1 + \frac{1}{u^2} \left( \frac{\partial}{\partial \varphi} \pm i \right)^2 \right\} C_\pm = 0. \quad (10)$$

Последние уравнения имеют решения в виде

$$C_\pm(\rho, \varphi) = C_\pm(\rho) \exp(i(m \mp 1)\varphi), \quad (11)$$

Здесь  $J_m(u)$  — функции Бесселя первого рода порядка  $m$ ,  $u = k_\perp \rho$ . Учитывая (9) возвращаемся к компонентам  $E_\rho$  и  $E_\varphi$ :

$$\bar{E}_\perp = \bar{e}_x J_m(u) \exp(im\varphi). \quad (12)$$

Здесь принято во внимание, что  $\bar{e}_x = \cos \varphi \bar{e}_\rho - \sin \varphi \bar{e}_\varphi$ .

Продольную компоненту поля  $E_z$  найдем из уравнения непрерывности (5). Тогда полный вектор поля

$$\bar{E} = \left[ J_m \bar{e}_x + i \bar{e}_z \frac{k_\perp}{2k_{II}} (e^{-i\varphi} J_{m-1} - e^{-i\varphi} J_{m+1}) \right] e^{im\varphi} \quad (13)$$

Таким образом, здесь поперечная компонента вектора  $\bar{E}$  поляризована линейно вдоль оси  $OX$ .

Выполняя замену  $\varphi \rightarrow \varphi - \pi/2$  получаем моду, для которой поперечная составляющая линейно поляризована вдоль  $OY$

$$\bar{E} = \left[ J_m \bar{e}_y - \bar{e}_z \frac{k_\perp}{2k_{II}} (e^{-i\varphi} J_{m-1} + e^{i\varphi} J_{m+1}) \right] e^{im\varphi}. \quad (14)$$

Умножая (14) на  $(\pm i)$  и складывая с (13) получаем выражения

$$\bar{E} = \left[ J_m (\bar{e}_z \pm i \bar{e}_y) \mp \bar{e}_z \frac{k_\perp}{k_{II}} J_{m+1} e^{\pm i\varphi} \right] e^{im\varphi}, \quad (15)$$

описывающие циркулярно поляризованные моды. Последние выражения (15), как наиболее простые, взять в качестве базовых и любые решения уравнения Гельмгольца (7) выражать как суперпозицию решений типа (15). Например, эллиптически поляризованные моды также являются суперпозицией решений (15).

В цилиндрическом базисе формулы (15) имеют форму

$$\bar{E} = \left[ J_m (\bar{e}_\rho \pm i\bar{e}_\varphi) \mp \bar{e}_z \frac{ik_\perp}{k} J_{m+1} e_z \right] \exp(i(m \pm 1)\varphi). \quad (16)$$

Отсюда следует, что бesselевы моды, не зависящие от азимутального угла  $\varphi$ , имеют вид

$$\bar{E} = \left[ J_1 \bar{e}_\rho \pm iJ_1 \bar{e}_\varphi + \frac{ik_\perp}{k} J_0 e_z \right] \quad (17)$$

Бесселевы поля, не имеющие нормальной составляющей  $E_z$  (ТЕ-моды), описываются выражениями

$$\bar{E}_{TE} = \left[ iJ'_m \bar{e}_\varphi + \frac{m}{u} J_m \bar{e}_\rho \right] \exp(im\varphi) = \frac{1}{2} [(J_{m+1} + J_{m-1}) \bar{e}_\rho + i(J_{m-1} - J_{m+1}) \bar{e}_\varphi] \exp(im\varphi) \quad (18)$$

Из уравнений Максвелла (2) получаем компоненты вектора магнитного поля  $\bar{H}$ :

$$\bar{H}_{TE} = \frac{k_{II}}{k_0 \mu} \left( \frac{m}{u} J_m \bar{e}_\varphi - iJ'_m \bar{e}_\rho - J_m \bar{e}_z \right) \exp(im\varphi). \quad (19)$$

Здесь штрих ' означает производную по  $u$

Видим, что ТЕ-мод

$$\bar{E}_\rho \parallel \bar{H}_\varphi, \bar{E}_\varphi \parallel \bar{H}_\rho \quad (20)$$

При  $m = 0$  получаем  $E_z = E_\rho = H_\varphi = 0$ ,  $E_\varphi = iJ'_0$ . Это — так называемый, азимутально поляризованный пучок Бесселя.

Зная векторы поля  $\bar{E}$  и  $\bar{H}$ , можно рассчитать энергетические характеристики поля. Можно показать [9, 10], что для ТЕ-моды плотность энергии электромагнитного поля

$$w = \frac{\mu}{16\pi} \left( \frac{k^2 + k_{II}^2}{k_\perp^2} \left( J_m'^2 + \frac{m^2}{u^2} J_m^2 \right) + J_m'^2 \right). \quad (21)$$

При этом плотность потока энергии (вектор Пойнтинга) для ТЕ-мод равен [10]

$$\bar{S} = \frac{c}{8\pi k_0 \mu} \left\{ k_\parallel \left( J_m'^2 + \frac{m^2}{u^2} J_m^2 \right) \bar{e}_z + \frac{k_\perp m}{u} J_m^2 \bar{e}_\varphi \right\}. \quad (22)$$

Таким образом: а) для ТЕ-мод поперечные составляющие векторов  $\bar{E}$  и  $\bar{H}$  взаимно ортогональны; б) нет радиальной составляющей вектора потока энергии.

Для циркулярных мод (15) вектор магнитного  $\bar{H}$  выражается из (2). Отсюда вытекают энергетические характеристики поля. Например, плотность потока энергии (вектор Пойнтинга)

$$\bar{S} = \frac{c}{8\pi k_0 \mu k_{II}} \left[ \frac{k_\perp}{k_{II}} J_{m+1} \left( (k^2 + k_{II}^2) J_m \mp k_{II}^2 J_{m+1} \right) \bar{e}_\varphi + (k_{II}^2 + k^2) J_m^2 \bar{e}_z \right] \quad (23)$$

Таким образом, для циркулярных бesselевых мод, как и для ТЕ-мод, поток энергии  $\bar{S}$  не имеет радиальной составляющей.

Аналогично получают выражения для вектора  $\vec{H}$  и энергетические характеристики для других типов мод, но из-за громоздкости они здесь не приведены.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе получены новые строгие решения уравнений Максвелла и векторного волнового уравнения Гельмгольца, описывающие новые типы мод бesselевых электромагнитных полей в однородных изотропных средах. Показано, что семейство решений является многопараметрическим и поэтому существует произвол в выборе основных типов мод.

Найдены поляризационные характеристики различных типов бesselевых волновых полей (для TE-мод, для линейно-, циркулярно- и эллиптически поляризованных мод). Установлены основные закономерности TE мод. Обоснован принцип взаимности, позволяющий осуществлять переход от E-мод к H-модам и обратно.

Выявлены взаимосвязи между различными модами бездифракционных полей в декартовой и цилиндрической системах координат. Рассчитаны энергетические характеристики и получены выражения для средней плотности энергии и вектора Пойнтинга различных типов бesselевых волновых полей последних.

Найденные результаты могут быть использованы при описании взаимных преобразований бesselевых световых полей различных типов.

#### Литература

- [1] J.Durnin, *Exact solutions for nondiffracting beams*, I. The scalar theory // J.Opt. Soc.Am.A.- 1987.- Vol.4, № 4.- P. 651-654.
- [2] J.Durnin and J., Jr.Miceli *Diffraction - free beams* // Phys. Rev. Lett.- 1987, Vol.58, № 15.- P.1492-1501.
- [3] G.Indebetouw, *Nondiffracting optical fields: some remarks on their analysis and synthesis* // J.Opt. Soc.Am. A.- 1989.- Vol.6, № 1.- P.150-152.
- [4] R.M.Herman and T.A.Wiggins, *Production and uses of diffractionless beams* // JOSA.A.- 1991.- Vol.8., № 6.- P. 933-972.
- [5] А.М.Бельский, *Компоненты векторов поля и потоки энергии бездифракционных электромагнитных пучков* // Вестник БГУ. Сер.1.- 1995, № 2.- С.8-10.
- [6] S.R.Mishra, *A vector wave analysis of a Bessel beam* // Optics Communs.- 1991. Vol.85.- № 2,3.- P.159-161.
- [7] K.Shimoda, *Exact solutions of field vectors of diffraction free electromagnetic waves* // Journ. Phys. Soc. Japan.- 1991.- Vol.60, № 2.- P.450-454.
- [8] S.R.Seshadri, *Electromagnetic Gaussian beam* // JOSA. A.- 1998. Vol.15. № 22.- P.2112-2779.
- [9] S.S.Girgel', S.N.Kurilkina, *Vectorial properting of Bessel light beams* // Intrernational scientific conference. Optics of Crystals. Abstract. Belarus, 2000.- P. 47-48.
- [10] S.S.Girgel, S.N.Kurilkina, *Vectorial of Bessel light beams* // Proc. SPIE.- 2001, V.4358.- P.258-264.

## Поляризационные свойства бessel-гауссовых пучков света

С.С.ГИРГЕЛЬ

<sup>1</sup> 246699, Беларусь, Гомель, Гомельский государственный университет

В настоящее время активно проводятся исследования волновых электромагнитных полей с бesselевым поперечным профилем [1–9]. Такие поля, в определенном смысле, являются бездифракционными и обладают целым рядом интересных свойств. В реальности, всякие световые пучки являются ограниченными в пространстве. Поэтому для бездифракционных световых пучков более реалистической, хотя и более сложной моделью является модель бessel-гауссового светового пучка, у которого поперечное распределение амплитуды поля описывается произведением функций Бесселя первого рода на функцию Гаусса [10–15]. В данной работе получим общие векторные решения уравнений Максвелла и векторного волнового уравнения Гельмгольца, описывающие поляризационные свойства бessel-гауссовых пучков света. Уравнения Максвелла для монохроматических волн вида

$$\bar{E}(\bar{r}, t) = \bar{E}(\bar{r}) e^{-i\omega t} \quad (1)$$

в средах, описываемых линейными материальными уравнениями связи

$$\bar{D} = \varepsilon \bar{E}, \bar{B} = \mu \bar{H}, \quad (2)$$

принимают форму

$$\begin{cases} \text{rot} \bar{E} = ik_0 \mu \bar{H}, \text{div} \mu \bar{H} = 0; \\ \text{rot} \bar{H} = ik_0 \mu \bar{E}, \text{div} \varepsilon \bar{E} = 0 : \end{cases} \quad (3), (4)$$

Для однородных изотропных сред отсюда вытекает волновое уравнение (векторное уравнение Гельмгольца)

$$(\Delta + k^2) \bar{E}(\bar{r}) = 0. \quad (5)$$

Здесь  $\varepsilon \mu \omega^2 / c^2 = \bar{k}^2$ ,  $k_0 = \omega / c$ . Уравнение (5) вместе с уравнением непрерывности

$$\text{div} \bar{E} = 0 \quad (6)$$

полностью определяет векторное поле  $\bar{E}$ .

Для световых пучков будем искать решения (6) в виде

$$\bar{E}(\bar{r}) = \bar{A}(\bar{r}) \exp(ikz). \quad (7)$$

Отсюда получаем два независимых уравнения

$$\left( \bar{\nabla}^2 + 2ik \frac{\partial}{\partial z} \right) \bar{A}_\perp(\bar{r}) = 0; \left( \bar{\nabla}^2 + 2ik \frac{\partial}{\partial z} \right) A_z(\bar{r}) = 0. \quad (8), (8b)$$

Найдем сначала поперечные компоненты  $\bar{A}_\perp$  векторного уравнения (8a). В цилиндрической системе координат векторное уравнение (8a) эквивалентно двум связанным дифференциальным уравнениям

$$\Delta A_\rho - \frac{2}{\rho^2} \frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi} - \frac{A_\rho}{\rho^2} + 2ik \frac{\partial A_\rho}{\partial z} = 0; \quad (9a)$$

$$\Delta A_\varphi + \frac{2}{\rho^2} \frac{\partial A_\rho}{\partial \varphi} - \frac{A_\varphi}{\rho^2} + 2ik \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} = 0. \quad (9в)$$

Для разделения переменных перейдем к циркулярным компонентам

$$C_\pm = A_\rho \pm iA_\varphi. \quad (10)$$

Тогда уравнения (9а) и (9в) сводятся к

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + 2ik \frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1}{\rho^2} \left( \frac{\partial}{\partial \varphi} \pm i \right) \right] C_\pm = 0. \quad (11)$$

Здесь, для ограниченных пучков, как обычно, используется параболическое приближение, т.е. пренебрегается второй производной по  $z$  от амплитуд  $C_\pm$ . Естественно искать решения уравнений (11) для бessel-гауссовых пучков в виде произведения функции Гаусса  $G(\rho, z)$  нулевой моды (гауссиана)

$$G(\rho, z) = \frac{L}{L + iz} \cdot \exp\left(\frac{-k\rho^2}{2(L + iz)}\right) \quad (12)$$

и некоторых функций  $\varepsilon_\pm(\rho, \varphi, z)$ , описывающих поперечное распределение амплитуд функциями Бесселя первого рода, т.е.

$$C_\pm(\rho, \varphi, z) = G(\rho, z) \varepsilon_\pm(\rho, \varphi, z) \quad (13)$$

Учитывая, что гауссиан  $G(\rho, z)$  удовлетворяет параболическому уравнению, находим, что функции  $\varepsilon_\pm(\rho, \varphi, z)$  должны являться решениями уравнений

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} - \frac{2\rho k}{L + iz} \frac{\partial}{\partial \rho} + 2ik \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{\rho^2} \left( \frac{\partial}{\partial \varphi} \pm i \right)^2 \right] \varepsilon_\pm = 0. \quad (14)$$

Будем искать решения (14) в виде

$$\varepsilon_\pm(\rho, \varphi, z) = \varepsilon(\rho, z) \exp(i(m \mp 1)\varphi) Q(z), \quad (15)$$

где функции  $\varepsilon(\rho, z)$  и  $Q(z)$  имеют следующую [14] зависимость от  $\rho$  и  $z$ :

$$\varepsilon(\rho, z) = \varepsilon\left(\frac{k_\perp L \rho}{L + iz}\right); Q(z) = \exp\left(\frac{-ik_\perp^2 z L}{2k(L + iz)}\right) \quad (16)$$

Тогда для функций  $\varepsilon(\rho, z)$  получаем классические уравнения Бесселя

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{k_\perp^2 L^2}{(L + iz)^2} - \frac{m^2}{\rho^2} \right] \varepsilon(\rho, z) = 0, \quad (17)$$

имеющие решения в виде функций Бесселя первого рода порядка  $m$

$$\varepsilon(\rho, z) = J_m\left(\frac{k_\perp L \rho}{L + iz}\right). \quad (18)$$

Таким образом, общие решения для компонент  $\varepsilon(\rho, \varphi, z)$  имеют вид

$$\varepsilon(\rho, \varphi, z) = J_m(\rho, z) \exp(i(m \mp 1)\varphi) Q(z), \quad (19)$$

где, для краткости, введен безразмерный параметр  $u_1$ :

$$u_1 = \frac{u}{1 + iz/L}, u = k_{\perp}\rho, \quad (20)$$

Учитывая (10) и (13), возвращаемся к цилиндрическим компонентам поля  $E_{\rho}$  и  $E_{\varphi}$ :

$$\bar{E}_{\perp}(\bar{r}) = G(\rho, z) \cdot Q(z) [\cos \varphi \bar{e}_{\rho} - \sin \varphi \bar{e}_{\varphi}] J_m(u_1) \exp(im\varphi) \quad (21)$$

Так как

$$\cos \varphi \bar{e}_{\rho} - \sin \varphi \bar{e}_{\varphi} = \bar{e}_x, \quad (22)$$

то выражение (21) в декартовой системе координат описывает поперечные моды Бесселя-Гаусса, линейно поляризованные вдоль оси ОХ:

$$\bar{E}_{\perp}(\bar{r}) = \bar{e}_x G(\rho, z) \cdot Q(z) J_m(u_1) \exp(im\varphi). \quad (23)$$

Выполнив замену  $\varphi \rightarrow \varphi - \pi/2$  в (21), получим также линейно поляризованные моды вдоль оси ОУ:

$$\bar{E}_{\perp}(\bar{r}) = \bar{e}_y G(\rho, z) Q(z) J_m(u_1) \exp(im\varphi). \quad (24)$$

Отсюда вытекают выражения для поперечных эллиптически поляризованных мод

$$\bar{E}_{\perp}(\bar{r}) = G(\rho, z) \cdot Q(z) J_m(u_1) (\bar{e}_x \pm i\rho \bar{e}_y) \exp(im\varphi) \quad (25)$$

Здесь  $p$  - эллиптичность ( $p \leq 1$ )

Последние выражения (23)-(25) для компонент вектора  $\bar{E}$  пучков Бесселя-Гаусса являются достаточно общими и в то же время наиболее простыми. Поэтому эти выражения можно взять в качестве базовых для вычисления мод других типов и установления взаимосвязей между ними. При циркулярной поляризации  $p = 1$ , а при линейной -  $p = 0$ . Из (25) видно, что наиболее сильная азимутальная зависимость проявляется для линейной поляризации вектора  $\bar{E}$ , для циркулярных мод она исчезает. Аналогично, можно показать, что уравнение (5) также имеет решение для  $E_z$  компонент световых пучков вида

$$\bar{E}_z(\bar{r}) = \bar{e}_z G(\rho, z) Q(z) J_m(u_1) \exp(im\varphi). \quad (26)$$

Общие решения уравнения Гельмгольца (5) для бessel-гауссовых пучков света являются суперпозицией различных мод, отличающихся индексами  $m$ , поляризацией и амплитудой. Существует только иметь в виду, что компоненты поля  $\bar{E}$  не могут быть произвольными, а должны удовлетворять уравнению непрерывности (6). Поэтому можно взять поперечные компоненты поля  $\bar{E}_{\perp}$ , например, в виде (25), затем продольную компоненту  $E_z$  проще всего найти из (6). Тогда имеем

$$E_z = i\bar{\nabla}_{\perp} \bar{A}_{\perp} e^{ikz}/k. \quad (27)$$

Здесь учтено, что в оптическом диапазоне частот

$$|dE_z/dz| \ll k |E_z|.$$

Отметим, что несколько решений для поперечных компонент бessel-гауссовых пучков были впервые предложены Холлом и др. [14]. Вместе с тем явные выражения [14] для векторов поляризации бessel-гауссовых световых пучков представлены в излишне сложной форме и обладают поэтому сложными азимутальными зависимостями. Холл

фактически анализировал только поперечные линейно поляризованные моды. Найденные в настоящей работе выражения (21)-(27) для линейно и эллиптически поляризованных мод являются общими и одновременно более простыми. Кроме того, мы нашли продольные компоненты  $E_z$  поля, необходимые, например, для описания расходимости пучка. Векторы поля  $\vec{H}$  непосредственно выражаются из уравнений Максвелла (3).

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе получены общие точные векторные решения уравнений Максвелла и векторного волнового уравнения Гельмгольца, описывающие поляризационные свойства бessel-гауссовых пучков света для различных мод в однородных изотропных средах. Впервые получены полные решения для всех компонент векторов электрического и магнитного полей, включая продольные компоненты.

Установлены поляризационные характеристики различных мод бessel-гауссовых пучков света. Впервые описаны эллиптически поляризованные моды. Показано, что наиболее ярко выражены азимутальные зависимости векторов электромагнитного поля бessel-гауссовых пучков света для линейно-поляризованных мод. Для циркулярных мод азимутальные зависимости векторов поля исчезают и все выражения упрощаются.

Найденные результаты могут быть использованы при описании взаимных преобразований бessel-гауссовых световых пучков различных типов.

### Литература

- [1] J.Durnin, *Exact solutions for nondiffracting beams*, I. The scalar theory // J.Opt. Soc.Am.A.- 1987.- Vol.4, № 4.- P. 651-654.
- [2] J.Durnin and J., Jr.Miceli, *Diffraction - free beams* // Phys. Rev. Lett.- 1987, Vol.58, № 15.- P.1492-1501.
- [3] G.Indebetouw, *Nondiffracting optical fields: some remarks on their analysis and synthesis* // J.Opt. Soc.Am. A.- 1989.- Vol.6, № 1.- P.150-152.
- [4] R.M.Herman and T.A.Wiggins, *Production and uses of diffractionless beams*// JOSA.A-1991.- Vol.8., № 6.- P. 933-972.
- [5] А.М.Бельский, *Компоненты векторов поля и потоки энергии бездифракционных электромагнитных пучков* // Вестник БГУ. Сер.1.- 1995, № 2.- С.8-10.
- [6] S.R.Mishra, *A vector wave analysis of a Bessel beam* // Optics Communs.- 1991. Vol.85.- № 2,3.- P.159-161.
- [7] K.Shimoda, *Exact solutions of field vectors of diffraction free electromagnetic waves* // Journ. Phys. Soc. Japan.- 1991.- Vol.60, № 2.- P.450-454.
- [8] S.S.Girgel', S.N.Kurilkina, *Vectorial properting of Bessel light beams* // Intrernational scientific conference. Optics of Crystals. Abstract. Belarus, 2000.- P. 47-48.
- [9] S.S.Girgel, S.N.Kurilkina, *Vectorial of Bessel light beams* // Proc. SPIE.- 2001, V.4358.- P.258-264.
- [10] F.Gori, G.Guattari, *Bessel-Gauss beams* // Optics communications.- 1987.- Vol.64. № 6.- P. 481-495.

- [11] R.H.Jourdan and D.G.Hall, *Free-space azimuthal paraxial wave equation: the azimuthal Bessel - Gauss beam solution* // Optics Letters.- 1994.- Vol.19, № 7.- P.427-429.
- [12] D.G.Hall, *Vector-beam solutions of Maxwell's wave equation* // Optics Letters.- 1996.- Vol.21.- № 21.- P.9-11.
- [13] R.H.Jourdan, D.G.Hall, O.King, G.Wick and S.Rishton, *Lasing behavior of circular grating surface-emitting semiconductor lasers* // JOSA. B.- 1997.- Vol.14.- P.449-453.
- [14] P.L.Greene, D.G.Hall, *Properties and diffraction of vector Bessel-Gauss beams* // JOSA.A- 1998. Vol.15. № 12.- P.3020-3027.
- [15] S.R.Seshadri, *Electromagnetic Gaussian beam* // JOSA. A.- 1998. Vol.15. № 22. — P.2112-2779.

## Частотное преобразование электромагнитных волн в средах с естественной и магнитной гиротропией

В. Н. РОГОЗЕНКО, А. Н. СЕРДЮКОВ

Нелинейное взаимодействие оптических полей в анизотропных средах с естественной оптической активностью и магнитной гиротропией может быть описано посредством феноменологических материальных уравнений

$$\mathbf{D} = (\varepsilon + i\mathbf{G}^\times)\mathbf{E} + i\alpha\mathbf{H} + 4\pi\mathbf{P}^{nl}, \quad (1)$$

$$\mathbf{B} = \mu\mathbf{H} - i\tilde{\alpha}\mathbf{E} \quad (2)$$

и уравнений Максвелла

$$\text{rot}\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}, \quad (3)$$

$$\text{rot}\mathbf{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}. \quad (4)$$

Рассматривая электромагнитные волны оптического диапазона, далее везде будем полагать  $\mu = 1$ .

Исключим в соотношениях (1)–(4) векторы  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$ . В результате получим для магнитной индукции следующее неоднородное волновое уравнение:

$$\left\{ \nabla^\times \left( \varepsilon - \alpha\tilde{\alpha} + i\mathbf{G}^\times + i(\gamma\nabla)^\times \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right)^{-1} \nabla^\times + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right\} \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \nabla^\times \frac{\partial\mathbf{P}^{nl}}{\partial t}. \quad (5)$$

В уравнении (5) псевдотензор  $\gamma$  связан с псевдотензором магнитоэлектрической восприимчивости среды  $\alpha$  соотношением

$$\gamma = \tilde{\alpha} - S\rho\alpha. \quad (6)$$

Используя в качестве источника электромагнитного поля монохроматическую волну нелинейной поляризации с частотой  $\Omega$ , в дальнейшем будем полагать среду прозрачной на этой частоте, а также на частотах преобразуемого излучения. На этом основании будем считать вещественными электродинамические параметры среды  $\varepsilon$ ,  $\alpha$ , а также вектор магнитной гирации  $\mathbf{G}$ .

Рассмотрим далее задачу о частотном преобразовании электромагнитного излучения в средах, описываемых феноменологическими материальными уравнениями (1), (2). Решая данную задачу в приближении заданного поля, воспользуемся методом, развитым в известной классической работе Бокутя и Хаткевича [1] для негиротропных анизотропных сред.

При падении на границу анизотропной среды плоских монохроматических волн с частотами  $\omega_a$  в среде преломятся на каждой частоте по две в общем случае эллиптически поляризованные волны. Эти волны приведут к возбуждению в среде волн нелинейной поляризации

$$\mathbf{P}^{nl} = \mathbf{P}_0 e^{i(\mathbf{k}_p \mathbf{r} - \Omega t)} \quad (7)$$

с комбинационными частотами  $\Omega$  и волновыми векторами  $\mathbf{K}_p$ . Каждая из таких волн, в свою очередь, будет порождать электромагнитное излучение, поле которого удовлетворяет неоднородному волновому уравнению (5).

Частное решение уравнения (5) с правой частью, определяемой выражением (7), ищем в виде:

$$\mathbf{V}^{nl} = \mathbf{V}_0 e^{i(\mathbf{K}_p \mathbf{r} - \Omega t)} \quad (8)$$

Подставляя (8) в (5), находим

$$\mathbf{V}_0 = -4\pi(1 + \mathbf{M}^\times \eta \mathbf{M}^\times)^{-1} \mathbf{M}^\times \eta \mathbf{P}_0, \quad (9)$$

где

$$\eta = \left( \varepsilon - \alpha \tilde{\alpha} + i(\mathbf{G} + \gamma \mathbf{M})^\times \right)^{-1}, \quad (10)$$

$$\mathbf{M} = c\mathbf{K}_p / \Omega. \quad (11)$$

Значения параметров  $\varepsilon$ ,  $\alpha$ ,  $\gamma$  и  $\mathbf{G}$  в этих соотношениях определены на комбинационной частоте  $\Omega$ .

Общее решение уравнения (5) без правой части

$$\mathbf{V} = \sum_{\lambda=1,2} A^\lambda \mathbf{e}_\lambda e^{i(\mathbf{K}_\lambda \mathbf{r} - \Omega t)} \quad (12)$$

описывает эллиптически поляризованные собственные волны в гиротропной анизотропной среде с амплитудами  $A^\lambda$  и единичными (вообще говоря, не ортогональными при наличии естественной гиротропии [2]) векторами поляризации  $\mathbf{e}_\lambda$ . Следуя методике работы [1], представим амплитуды собственных волн в виде

$$A^\lambda = B^\lambda - \mathbf{V}_0 \mathbf{e}^{\lambda*} \quad (13)$$

где постоянные интегрирования  $B^\lambda$  находятся в результате решения граничной задачи. В (13) комплексные векторы  $\mathbf{e}^\lambda$  базиса, взаимного базису  $\mathbf{e}_\lambda$ , определены следующим образом:

$$\mathbf{e}^\lambda = \sum_{\lambda'} g^{\lambda\lambda'} \mathbf{e}_{\lambda'}, \quad (14)$$

где  $g^{\lambda\lambda'}$  – контравариантный двумерный метрический тензор, обратный ковариантному эрмитову метрическому тензору

$$g_{\lambda\lambda'} = \mathbf{e}_\lambda \mathbf{e}_{\lambda'}^*, \quad (15)$$

так что

$$\sum_{\lambda'} g^{\lambda\lambda'} g_{\lambda'\lambda''} = \delta^{\lambda\lambda''} \quad (16)$$

есть единичный тензор (символ Кронекера).

Общее решение неоднородного волнового уравнения (5) с вектором нелинейной поляризации (7) в правой части найдем, присоединяя к (8) общее решение (12) соответствующего однородного уравнения. Разлагая вектор  $\mathbf{V}_0$  по не ортогональному базису  $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ :

$$\mathbf{V}_0 = \sum_{\lambda} (\mathbf{V}_0 \mathbf{e}^{\lambda*}) \mathbf{e}_\lambda, \quad (17)$$

с учётом обозначения (13) запишем

$$\mathbf{B} = \sum_{\lambda} \mathbf{e}_{\lambda} \left\{ B^{\lambda} - \mathbf{B}_0 \mathbf{e}^{\lambda*} \left( 1 - e^{i(\mathbf{K}_p - \mathbf{K}_{\lambda}) \mathbf{r}} \right) \right\} e^{i(\mathbf{K}_{\lambda} \mathbf{r} - \Omega t)}. \quad (18)$$

Решение уравнения (5) в форме (18) удобно тем, что оно приводит к конечным значениям вектора  $\mathbf{B}$ , включая и случай фазового синхронизма, когда один из волновых векторов  $\mathbf{K}_{\lambda}$  собственных электромагнитных волн в анизотропной среде совпадает с волновым вектором  $\mathbf{K}_p$  волны нелинейной поляризации (ср. [1]).

Общее решение (18) проанализируем более подробно на примере генерации гармоник электромагнитного излучения в оптически одноосных магнитоупорядоченных кристаллах с тензорами диэлектрической проницаемости и естественной гирации [2]

$$\varepsilon = \varepsilon_o + (\varepsilon_e - \varepsilon_o) \mathbf{c} \cdot \mathbf{c} + iG \mathbf{c}^{\times},$$

$$\alpha = \alpha_{11} + (\alpha_{33} - \alpha_{11}) \mathbf{c} \cdot \mathbf{c} - \alpha_{12} \mathbf{c}^{\times}.$$

Решением дисперсионного уравнения

$$\left| 1 + N^2 \mathbf{c}^{\times} (\varepsilon - \alpha \tilde{\alpha} + i\gamma \mathbf{M}^{\times})^{-1} \mathbf{c}^{\times} \right| = 0 \quad (19)$$

для волн, распространяющихся вдоль  $\mathbf{c}$ , будут показатели преломления  $N = N_{\lambda}$

$$N_{\lambda} = \sqrt{\varepsilon_o(\Omega) + \lambda G(\Omega) + \lambda \alpha_{11}(\Omega)}, \quad (20)$$

где  $\lambda = \pm 1$ . Нормированные векторы поляризации электромагнитных волн, соответствующих этим показателям преломления, удовлетворяют соотношениям

$$\mathbf{e}^{\lambda} = \mathbf{e}_{\lambda}, \quad \mathbf{c} \mathbf{e}_{\lambda} = 0, \quad \mathbf{c}^{\times} \mathbf{e}_{\lambda} = -i\lambda \mathbf{e}_{\lambda}.$$

В этом случае общее решение (18) для магнитной индукции преобразованного излучения принимает следующий вид:

$$\mathbf{B} = \sum_{\lambda} \mathbf{e}_{\lambda} \left\{ B^{\lambda} - \frac{4\pi i \lambda N_p \mathbf{P}_0 \mathbf{e}^{\lambda*}}{(\tilde{N}_{-\lambda} + N_p)(N_{\lambda} - N_p)} \left( 1 - e^{i \frac{\Omega}{c} (N_p - N_{\lambda}) z} \right) e^{i \left( \frac{\Omega}{c} N_{\lambda} z - \Omega t \right)} \right\}, \quad (21)$$

где  $z = \mathbf{c} \mathbf{r}$ ,  $N_p = |\mathbf{M}_p|$ ,

$$\tilde{N}_{-\lambda} = \sqrt{\varepsilon_o(\Omega) + \lambda G(\Omega) - \lambda \alpha_{11}(\Omega)}. \quad (22)$$

При возбуждении электромагнитного поля циркулярно поляризованной волной нелинейной поляризации

$$\mathbf{P}_{\lambda}^{nl} = P_{\lambda} \mathbf{e}_{\lambda} e^{i \left( \frac{\Omega}{c} N_p z - \Omega t \right)} \quad (23)$$

в решении (21) следует положить

$$\mathbf{P}_0 = P_{\lambda} \mathbf{e}_{\lambda},$$

так что

$$\mathbf{V}_\lambda = \mathbf{e}_\lambda \left\{ B^\lambda - \frac{4\pi i \lambda N_p P_\lambda}{(\tilde{N}_{-\lambda} + N_p)(N_\lambda - N_p)} \left( 1 - e^{i \frac{\Omega}{c} (N_p - N_\lambda) z} \right) e^{i \left( \frac{\Omega}{c} N_\lambda z - \Omega t \right)} \right\}. \quad (25)$$

Воспользовавшись далее уравнениями Максвелла (3), (4) и материальными уравнениями (1), (2), определим напряжённость электрического поля волны, генерируемой волной нелинейной поляризации:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_\lambda = \mathbf{e}_\lambda & \left\{ i \frac{\lambda}{N_\lambda} B^\lambda + \frac{4\pi P_\lambda}{N_\lambda (\tilde{N}_{-\lambda} - N_p)} + \right. \\ & \left. + \frac{4\pi P_\lambda}{(\tilde{N}_{-\lambda} + N_p)(N_\lambda - N_p)} \left( 1 - e^{i \frac{\Omega}{c} (N_p - N_\lambda) z} \right) \right\} e^{i \left( \frac{\Omega}{c} N_\lambda z - \Omega t \right)}. \quad (25) \end{aligned}$$

Напряжённость магнитного поля найдём, подставляя в материальное уравнение (2) выражения (24) и (25):

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_\lambda = \mathbf{e}_\lambda & \left\{ \frac{N_\lambda^0}{N_\lambda} B^\lambda + \frac{4\pi i P_\lambda \alpha(\omega)}{N_\lambda (\tilde{N}_{-\lambda} - N_p)} + \right. \\ & \left. + \frac{4\pi P_\lambda}{(\tilde{N}_{-\lambda} + N_p)(N_\lambda - N_p)} \left( 1 - e^{i \frac{\Omega}{c} (N_p - N_\lambda) z} \right) \right\} e^{i \left( \frac{\Omega}{c} N_\lambda z - \Omega t \right)}. \quad (26) \end{aligned}$$

Здесь

$$N_\lambda^0 = \sqrt{\varepsilon_\omega(\Omega) + \lambda G(\Omega)}. \quad (27)$$

Постоянная интегрирования  $B_\lambda$  в выражениях (24) □ (26) определится из решения граничной задачи. Пусть рассматриваемая полубесконечная нелинейная среда граничит с изотропной линейной средой с показателем преломления на частоте  $\Omega$  равном  $N$ . Ограничиваясь рассмотрением нелинейного преобразования излучения в направлении, нормальном поверхности и совпадающем с оптической осью кристалла, положим, что в линейной среде от границы распространяется волна частоты  $\Omega$  (отраженное на преобразованной частоте излучение)

$$\mathbf{E}_{-\lambda}^r = \mathbf{e}_\lambda E_{-\lambda}^r e^{i \left( -\frac{\Omega}{c} N z - \Omega t \right)}, \quad (28)$$

$$\mathbf{H}_{-\lambda}^r = \mathbf{e}_\lambda i \lambda N E_{-\lambda}^r e^{i \left( -\frac{\Omega}{c} N z - \Omega t \right)}. \quad (29)$$

Из граничных условий при  $z = 0$

$$[\mathbf{E}_\lambda \mathbf{c}] = [\mathbf{E}_{-\lambda}^r \mathbf{c}], \quad [\mathbf{H}_\lambda \mathbf{c}] = [\mathbf{H}_{-\lambda}^r \mathbf{c}]$$

получим

$$B_\lambda = \frac{4\pi i P_\lambda (\alpha(\Omega) - \lambda N)}{(N + N_\lambda^0)(N_p + \tilde{N}_{-\lambda})}, \quad (30)$$

$$E_{-\lambda}^r = \frac{-4\pi P_\lambda}{(N + N_\lambda^0)(N_p + \tilde{N}_{-\lambda})}. \quad (31)$$

Используя (30), (31), окончательно найдем векторы электрической и магнитной напряженностей преобразованного электромагнитного поля (27), (28)

$$\mathbf{E}_\lambda = \mathbf{e}_\lambda \frac{4\pi P_\lambda}{\tilde{N}_{-\lambda} + N_p} \left\{ -\frac{1}{N + N_\lambda^0} + \frac{1}{N_\lambda - N_p} \left( 1 - e^{i\frac{\Omega}{c}(N_p - N_\lambda)z} \right) \right\} e^{i\left(\frac{\Omega}{c}N_\lambda z - \Omega t\right)} \quad (32)$$

$$\mathbf{H}_\lambda = -i\lambda \mathbf{e}_\lambda \frac{4\pi P_\lambda}{\tilde{N}_{-\lambda} + N_p} \left\{ \frac{N}{N + N_\lambda^0} + \frac{(N_p - \lambda\alpha(\omega))}{N_\lambda - N_p} \left( 1 - e^{i\frac{\Omega}{c}(N_p - N_\lambda)z} \right) \right\} e^{i\left(\frac{\Omega}{c}N_\lambda z - \Omega t\right)} \quad (33)$$

и поля, отражённого от нелинейной среды,

$$\mathbf{E}_{-\lambda}^r = \mathbf{e}_\lambda \frac{-4\pi P_\lambda}{(N + N_\lambda^0)(\tilde{N}_{-\lambda} + N_p)} e^{i\left(-\frac{\Omega}{c}Nz - \Omega t\right)}, \quad (34)$$

$$\mathbf{H}_{-\lambda}^r = i\lambda \mathbf{e}_\lambda \frac{-4\pi N P_\lambda}{(N + N_\lambda^0)(\tilde{N}_{-\lambda} + N_p)} e^{i\left(-\frac{\Omega}{c}Nz - \Omega t\right)}. \quad (35)$$

Вектор плотности потока энергии преобразованного излучения в нелинейной среде

$$\mathbf{S}_\lambda = \frac{c}{16\pi} \left[ (\mathbf{E}_\lambda + \mathbf{E}_\lambda^*) (\mathbf{H}_\lambda + \mathbf{H}_\lambda^*) \right].$$

согласно (32), (33) равен

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_\lambda = \mathbf{c} \frac{2\pi c |P_\lambda|^2}{(N_p + \tilde{N}_{-\lambda})^2} & \left\{ \frac{-N}{(N + N_\lambda^0)^2} + \right. \\ & \left. + \left( \frac{2(N_p - \lambda\alpha(\omega))}{(N_\lambda - N_p)^2} + \frac{N - N_p + \lambda\alpha(\omega)}{(N_\lambda - N_p)(N + N_\lambda^0)} \right) \left( 1 - \cos \left[ \frac{\Omega}{c}(N_\lambda - N_p)z \right] \right) \right\}. \quad (36) \end{aligned}$$

Интенсивность преобразованного излучения, отражённого от нелинейной среды, определится из выражений (34), (35):

$$\mathbf{S}_{-\lambda}^r = -\mathbf{c} \frac{2\pi c N |P_\lambda|^2}{(N_p + \tilde{N}_{-\lambda})^2 (N + N_\lambda^0)^2}. \quad (37)$$

Как легко проверить, найденные выражения (36), (37) удовлетворяют условию

$$\mathbf{S}_\lambda = \mathbf{S}_{-\lambda}^r$$

баланса потоков энергии излучения с частотой  $\Omega$  на границе нелинейной среды при  $z = 0$ .

При выполнении условия синхронизма  $N_p = N_\lambda$  из (32), (33) для векторов поля преобразованного излучения следует

$$\mathbf{E}_\lambda = \mathbf{e}_\lambda \frac{2\pi P_\lambda}{N_\lambda^0} \left( -\frac{1}{N + N_\lambda^0} + i \frac{\Omega}{c} z \right) e^{i \left( \frac{\Omega}{c} N_\lambda z - \Omega t \right)}, \quad (38)$$

$$\mathbf{H}_\lambda = -i\lambda \mathbf{e}_\lambda \frac{2\pi P_\lambda}{N_\lambda^0} \left( \frac{N}{N + N_\lambda^0} + i N_\lambda^0 \frac{\Omega}{c} z \right) e^{i \left( \frac{\Omega}{c} N_\lambda z - \Omega t \right)}. \quad (39)$$

Здесь амплитуда одной из преобразованных волн, волновой вектор которой совпадает с волновым вектором возбуждающей её волны нелинейной поляризации, содержит часть, растущую от границы пропорционально толщине среды  $z$ . Соответственно вектор плотности потока энергии (36) при  $N_p = N_\lambda$  будет нарастать пропорционально  $z^2$ :

$$\mathbf{S}_\lambda = \mathbf{c} \frac{\pi c |P_\lambda|^2}{\varepsilon_0(\Omega) + \lambda G(\Omega)} \left[ \frac{-N}{2 \left( N + \sqrt{\varepsilon_0(\Omega) + \lambda G(\Omega)} \right)^2} + \frac{\Omega^2}{c^2} \sqrt{\varepsilon_0(\Omega) + \lambda G(\Omega)} z^2 \right]. \quad (40)$$

Разумеется, данный результат с достаточной степенью точности отражает начальную стадию процесса частотного преобразования излучения, так что при фазовом синхронизме полученное решение уравнений электромагнитного поля в нелинейной гиротропной среде в приближении заданного поля описывает нелинейные электромагнитные процессы в тонких образцах.

### Литература

1. Б.В.Бокуть, А.Г.Хаткевич, *К теории преобразования частоты световых волн кристаллами* // Доклады АН БССР – 1964. – Т. 8. – С. 713–714.
2. Ф.И.Фёдоров, *Теория гиротропии*. – Минск: Наука и техника. – 1976. – 456 с.

Гомельский государственный  
университет им. Ф. Скорины

Поступило 11.09.2000

## CONTENTS

## СОДЕРЖАНИЕ

А.Г.Мартьянов, С.М.Шандаров, С.Ю.Веретенников, Е.Ю.Агеев, В.А.Карташов, Ю.Ф.Каргин, А.В.Егорышева, В.В.Шепелевич. <i>Двухпучковое взаимодействие на отражательной голографической решетке в кристалле <math>Bi_{12}TiO_{20}</math></i> .....	4
В.Е.Лепарский, А.Г.Мащенко. <i>Электрооптические конические линзы для формирования бесселевых световых пучков</i> .....	8
Н.С.Петров. <i>О поверхностных световых волнах на границе фоторефрактивных кристаллов с диффузно-дрейфовым механизмом нелинейности</i> .....	11
В.М.Полевилов. <i>Влияние лазерной стимуляции на структуру гальванического покрытия серебра</i> .....	14
А.А. Романенко. <i>О возможности восстановления профиля коэффициента поглощения неоднородного планарного оптического волновода</i> .....	18
Н.А.Саскевич, Г.В.Синицын. <i>Лазер на кристалле <math>LiF : F_2^-</math> с низким порогом генерации</i> .....	22
И.В. Семченко, С.А. Хахомов. <i>Отражение и прохождение электромагнитных волн при нормальном падении на би-анизотропную <math>\Omega</math>-структуру</i> .....	24
И.В.Семченко, С.А.Хахомов, Е.А.Федосенко. <i>Электромагнитные волны в поглощающих искусственных гиротропных средах с анизотропией диэлектрических и магнитных свойств</i> .....	31
И.В.Семченко, В.Е.Каганович. <i>Наклонное падение электромагнитных волн на гиротропные слоисто-периодические структуры</i> .....	37
Г.В.Синицын, М.А.Ходасевич, А.С.Ясюкевич. <i>Предельные скоростные характеристики процесса передачи информации электромагнитным полем электронной подсистеме твердого тела</i> .....	42
A.Sihvola. <i>Effects of the interplay of dissipation and chirality in magnetoelectric materials</i> .....	46
V.R.Sobol. <i>Electron Iso-Energetic Surface Openness and Helicon Type Wave in Metal</i> .....	51
V.R.Sobol. <i>Low Temperature Microwave Impedance of Aluminum in Orthogonal Magnetic Field</i> .....	55
Сотская, А.Б. Сотский. <i>Сверхразрешение при восстановлении профиля диэлектрической проницаемости оптического волновода по дальнему полю излучения моды</i> .....	59
А.Б.Сотский, И.У.Примак, Л.И.Сотская. <i>Интегрально-оптические датчики электрического поля на основе кристалла ниобата лития: теоретические аспекты чувствительности</i> .....	63
В.В.Сысуев, Е.А.Довольнов, С.Н.Шарангович. <i>Временная эволюция дифракционных характеристик голограмм в фотополимерах</i> .....	67
Н.К.Толочко, С.С.Пряхин, Ю.В.Хлопков. <i>Кинетика поверхностных температур при лазерно-тепловой диагностике контактов</i> .....	72
А.В.Томов. <i>Механизм образования оптических анизотропных нелинейных волноводов в поликарбонате</i> .....	77

A.L.Topa, C.R.Paiva, A.M.Barbosa. <i>Complex Eigenmodes in Planar Waveguides with Pseudochiral Omega Media</i> .....	81
S.A.Tretyakov. <i>Exotic composite materials: a review of recent developments</i> .....	86
Г.Ю.Тюменков. <i>Форм-фактор радиационного распада псевдоскалярного связанного состояния кварка и антикварка</i> .....	92
В.В. Фисанов, И.В. Винник. <i>Свойства собственных волн плоско-параллельного волновода, заполненного зеркально-сопряжёнными киральными средами</i> .....	96
Н.А.Хило, Е.С.Петрова. <i>Бесселевы световые пучки в одноосных кристаллах</i> .	100
Ю.Д.Черниченко. <i>Восстановление электромагнитного поля на антенной решетке</i> .....	105
С.В.Шалупаев, Е.Б.Шершнев, Ю.В.Никитюк. <i>Лазерное разделение стекла в плоскости, параллельной поверхности</i> .....	110
С.В.Шалупаев, В.Н.Мышковец, А.В.Максименко, И.М.Каморников, А.М.Евтухов. <i>Термоупругие поля, формируемые кольцевыми лазерными пучками при термоупрочнении материалов</i> .....	114
С.В.Шалупаев, Н.Н.Федосенко, В.П.Морозов. <i>Лазерное осаждение алмазоподобных покрытий</i> .....	119
С.М.Шандаров, А.А.Титоренко, Р.М.Литвинов, А.Г.Мартьянов Ю.Ф.Каргин, В.В.Волков, А.И.Грибенюков. <i>Влияние знака внешнего электрического поля на параметры поляризации световых волн в кристалле <math>Bi_{12}TiO_{20} : V</math></i> .....	123
В.В.Шепелевич, С.М.Шандаров. <i>Эффект фотоупругости в голографии фото-рефрактивных кристаллов. Обзор</i> .....	128
Е.Б.Шершнев, Ю.А.Драенков. <i>Исследование режимов и свойств кристаллических материалов при лазерной обработке</i> .....	134
М.В.Шуба. <i>Невзаимные эффекты при коллинеарном акустооптическом взаимодействии в кубических гиротропных кристаллах с электроиндуцированной анизотропией</i> .....	137
С.С.Гиргель. <i>Поляризационные и энергетические свойства бесселевых волновых полей</i> .....	142
С.С.Гиргель. <i>Поляризационные свойства бессель-гауссовых пучков света</i> ....	146
В.Н.Рогозенко, А.Н.Сердюков. <i>Частотное преобразование электромагнитных волн в средах с естественной и магнитной гиротропией</i> .....	155

## ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ

Статья представляется в редакцию в двух экземплярах на белорусском, русском или английском языках и является оригиналом для печати. В тексте не допускаются рукописные вставки и вклейки.

Статья должна иметь разрешение соответствующего научного учреждения на опубликование. Статья должна иметь индекс по Универсальной десятичной классификации (УДК), к ней следует приложить реферат, резюме (на английском языке), фамилии и инициалы авторов и название статьи (на английском языке) в двух экземплярах. Ее необходимо подписать всем авторам, указать полное название учреждения, где выполнена работа, а также почтовый адрес, номер телефона (служебный и домашний).

Авторы вместе с окончательным вариантом (после рецензирования) представляют на дискете (либо по электронной почте e-mail: [vesti@gsu.unibel.by](mailto:vesti@gsu.unibel.by)) tex-файл со статьей, подготовленной в LaTeX'e с опцией 12pt в стандартном стиле article (`\textwidth 165 mm, \textheight 245 mm`), при этом объем статьи, как правило, не должен превышать 10 страниц и ее разметка не требуется. Аналогичные требования для статей, набранных в редакторе MS Word.

Статьи, претендующие на научный приоритет, оформляются в виде кратких сообщений объемом до 2 страниц текста и, как правило, публикуются в ближайших номерах журнала. Рисунки, подготовленные в CorelDraw (расширение eps) или в других графических редакторах (расширения psx, tif, bmp, eps, ps и др.), должны быть вставлены в текст статьи. В указанный выше объем входят текст, summary, список литературы, таблицы и рисунки, число последних не должно превышать пяти.

Занумерованные формулы выключаются в отдельную строку, номер формулы ставится у правого края страницы. Нумеровать следует лишь те формулы, на которые имеются ссылки.

Ссылки в тексте обозначаются порядковым номером в квадратных скобках. Ссылки на неопубликованные работы не допускаются.

Поступившие в редакцию статьи направляются на рецензии специалистам. Основным критерием целесообразности публикации является новизна и информативность статьи. Если по рекомендации рецензента статья возвращается автору на доработку, то переработанная рукопись вновь рассматривается редколлегией и датой поступления считается день получения редакцией окончательного ее варианта.

---

Технический редактор *И.В.Близнец*. Ответственный за выпуск *С.А.Хахомов*

Подписано в печать 26.09.2001 г. Формат 60 × 84 1/8. Бумага офсетная.

Печать офсетная. Усл. п. л. 12,2 Уч.-изд. л. 12,6

Тираж 300 экз. Заказ № 243

Издатель – Гомельский государственный университет имени Ф.Скорины  
246019, Гомель, ул. Советская, 104

Отпечатано на полиграфической технике ГГУ им. Ф.Скорины

Лицензия ЛВ № 357 от 12 февраля 1999.