# ИЗВЕСТИЯ

### Гомельского государственного университета имени Ф.Скорины

№ 5 (8)

# ИЗВЕСТИЯ Гомельского государственного университета имени Ф.Скорины

Научный и производственно-практический журнал Издается с октября 1999 г.

<u>№</u> 5(8)

Проблемы взаимодействия излучения с веществом

2001

УДК 535

Учредитель – Гомельский государственный университет имени Ф.Скорины Журнал зарегистрирован в Государственном комитете Республики Беларусь по печати (свидетельство о регистрации № 1408 от 27 октября 1999 года)

### РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Л.А.ШЕМЕТКОВ (главный редактор)

М.В.СЕЛЬКИН (зам. главного редактора) Д.Г.ЛИН (зам. главного редактора)

С.И.ХАНЕНЯ (ответственный секретарь)

В.В.АНДРЕЕВ, С.Н.КУРИЛКИНА, Н.С.МАКСИМЕНКО, Г.С.МИТЮРИЧ, И.В.СЕМЧЕНКО, А.Н.СЕРДЮКОВ, В.В.СЫТЬКО, С.А.ХАХОМОВ (ведущий редактор), С.В.ШАЛУПАЕВ

*Адрес редакции:* ул.Советская, 104, к. 1-18, 246019, Гомель Тел. 57-43-21, e-mail: vesti@gsu.unibel.by

 © Известия Гомельского государственного университета имени Франциска Скорины, 2001
 © Proceedings of the F.Scorina Gomel State University, 2001



Борис Васильевич Бокуть (27.10.1926–15.3.1993)

Два номера журнала «Известия Гомельского государственного университета им. Ф.Скорины», № 5-6 (2001), содержат материалы конференции «Проблемы взаимодействия излучения с веществом», посвященной 75-летию со дня рождения Б.В.Бокутя – выдающегося белорусского физика и организатора науки, академика АН БССР, лауреата Государственной премии СССР, ректора Гомельского государственного университета им.Ф.Скорины (1973–1989 годы), автора более 200 научных работ, в том числе 3 монографий и 20 изобретений. Конференция организована в Гомельском государственном университете им.Ф.Скорины (30 октября-1 ноября 2001 г.) и посвящена направлениям, в развитие которых Б.В.Бокуть внес существенный вклад: нелинейная оптика, кристаллооптика, физика лазеров, лазерные технологии, теория электромагнетизма, акустооптика.

Гл.редактор Л.А. Шеметков

The Picosecond Ultrasonic Study of Au/V Multilayers

M. Aleksiejuk<sup>1</sup>, B. Bonello<sup>2</sup>

- <sup>1</sup> Institute of Fundamental Technological Researches, Polish Academy of Sciences, Swietokrzyska 21, Warsaw (Poland)
- <sup>2</sup> Universite Pierre et Marie Curie, 4 place Jussieu, Paris (France)

#### 1. Introduction

Laser-generated ultrasonic pulses have been used extensively to study acoustic and thermal properties of thin films and multilayers structures [1-3]. Progress in this field is closely related to the development of the technology and several techniques have been proposed, which mainly differ each others by the characteristics of laser used. Most of published works employed O-switched laser sources with pulse duration's of order of tens nanoseconds, suitable for measurements in the MHz range. Construction of femtosecond lasers made is possible to obtain coherent acoustic waves in the THz range. In this paper, we describe the main features of the picosecond ultrasonic technique and present results obtained for periodic Au/V structures.

#### 2. Generation and detection of ultrasonic waves by using laser pulses

When a light pulse is incident on the surface of an absorbing sample, hot electrons in equilibrium at a temperature different from the one of the lattices are produced. The electrons in equilibrium at a temperature different from the one of the lattices are produced. The electrons loose their excess energy which in turn creates stress and strain fields by thermal expansion of the lattices. These fields are determined by the initial temperature distribution. Whereas the exact form of the temperature depends on the shape of the laser beam, t is straightforward to show that it is the same as the energy distribution in the beam. Neglecting the electronic diffusion which takes places in the very first hundreds femtoseconds and assuming a spatial dependence of the energy density deposited into the sample o the form  $e^{-z/\zeta} I(x,y,z)$ , the temperature changes  $\Delta T$  are given by [3]:

$$\Delta T(x, y, z) dx dy = (1 - R) / \rho C \zeta exp(-z/\zeta) dx dy \int dt I(x, y, z)$$
(1)

where:  $R, \zeta, \tau, C$  and  $\rho$  are respectively the reflectivity, the absorption length, the pulse duration, the specific heat the density of the material, here the surface of sample define the (x,y) pane. Let us note in most metals, the absorption length  $\zeta$ , is in the range 10-30 nm and hence, the lateral dimensions of the thermo-elastic source are much larger than its extent in z direction. Next, for a complete description of initial temperature distribution one must take care of the finite duration  $\tau$  of the optical pulse (about 100fs in our case). Lastly, one must consider that after time  $\tau$  consider the strain pulse created at the surface has propagated through a distance  $l_{ac} = v\tau$  (v-sound velocity).  $l_{ac}$  remains negligible with respect  $\zeta$ , provided  $\tau$  is less than a few ps. The condition i well satisfied in our case.

#### 3. Experimental set-up

The experimental se-up is shown in Fig.1. the light source was a Ti:saphire laser (Spectra Physics Tsunami) which provides optical pulses of about 100 fs in duration at a 82 MHz repetition rate. The laser beam was split into two beams with mean powers in ratio 1:9 and with perpendicular polariza-tions. The pump beam was chopped at 2 MHz by means of acoustooptic modulator for later lock-in detection and then focused into the sample within a spot of about 20  $\mu$ m in diameter.



Figure 1: Experimental set-up.

To delay the probe pulse with respect to the pump pulse, we used a corner cube mounted on translation stage. The attached step by step motor allowed minimum displacement of 0.125  $\mu$ m which correspond to time resolution of about 1 fs. The intensity of the reflected probe was measured by a Si photodiode. The relative variations of reflectivity are in the range 10<sup>-5</sup> -10<sup>-7</sup> and hence heterodyne detection have to be used. Both, amplitude and phase of the signal were recorded for later processing.

#### 4. Experimental results

We measured series of equiatomic immiscible Au/V multilayers with superlatice period ranged from 30-120 A. The number of bilayers was from 4 to 5. The samples were prepared on (100) MgO substrate with Au layer at the free surface and buffer (60 A) of tungsten (W) between substrate and bilayers. The sample were grown by using epitaxy (MBE) method Several acoustics echoes were observed over the the first 150 ps. In Fig. 2, changes of reflectivity (Upper of Au/V multilayers for Au layer thickness equal 40A and V equal also 40 A are presented.

The lower part of Fig. 2 shows changes of reflecitivity after subtraction of termalization process. There are evidently are seen acoustic echoes. In Fig. 3 changes of reflectivity of Au/V multilayers for 100 A thickness of Au and V are presented. On this figure one can observe high frequency oscillations. The period of the oscillations is proportional to the superperiod of the multilayers. The oscillations were generated when the terminating layers had been made of the material with the lowest acoustic impedance (vanadium).

These high frequency oscillations were connected with surface acoustic mode. [3].



Figure 2: Changes of reflectivity of a Au/V multilayers for 40A Au/40A V on MgO substrate.



Figure 3: Changes of reflectivity of a Au/V multilayers for 120A Au/120AV on MgO substrate.

#### 5. Theory

The longitudinal vibration modes of the multilayer structure are theoretically described by the dispersion curve. The dispersion relation in periodic layered medium of infinite extent was calculated by Rytov [4]. The dispersion relation for themultilayer for acoustic waves propagating perpendicular to the interfaces is

$$\cos(q\Lambda) = \cos(\omega/\nu_1)\cos(\omega/\nu_2) - -\frac{1}{2}(\rho_2\nu_2/\rho_1\nu_1 + \rho_1\nu_1/\rho_2\nu_2)\sin(\omega a/\nu_1)\sin(\omega b/\nu_2)$$
(2)

where  $\omega$  is the frequency and q is the wave wave vector. Because the structure is spatially periodic in  $\Lambda$  the multilayer dispersion curve looks like folding of an acoustic phonon dispersion curve a mini Brilloin zone of dimension  $\pi/\Lambda$ . Frequency gaps appear at the center and at the boundary of the mini Brillouin zone. They correspond to phonon modes with complex wave vector q. The frequency gaps are induced by the difference between the acoustic properties of the two consituents.

#### 6. Conclusions

The picosecond ultrasonic technique is a powerful tool to investigation the elastic and thermal properties of thin solid layers. This technique, unlike several other techniques, can be applied to study phonons at room temperatures. The high time resolution means that measurements can be made even in samples with ultra-thin nanolayers.

#### References

[1] C.Thomsen, H.T. Grahn, H.J. Maris, and J. Tauc, Physical Review, 34B, 6, 4129, 1986.

[2] P. Basseras, S. M. Gracewski, G. W. Wicks, R.J. D. Miller, J. Appl. Phys., 75,6, 2761,1994

- [3] B. Bonello, B. Perrin, E. Romatet, J.-C Jeannet, Ultrasonic, 35, 223-231,1997.
- [4] S. M. Rytov, Sov. Phys. Acoust., 2, 68, 1956

Поступило 23.04.2000

### Точечная форма релятивистской гамильтоновой динамики и электромагнитный радиус пиона В.В. Андреев, А.В.Сосновский

#### Введение

Исследование электрослабых характеристик адронов как составных релятивистских кварковых объектов является одним из основных источников информации о взаимодействии кварков. В частности, при изучении зарядовых форм-факторов и среднеквадратичных радиусов (СКР) мезонов планируется исследовать структурные свойства самих кварков. В настоящей работе в рамках конечной формы релятивистской гамильтоновой динамики (РГД) рассчитывается среднеквадратичный радиус пиона. Отметим, что в рамках РГД электромагнитные форм-факторы пиона исследовались во всех формах динамики (см. 11-8). Однако, несмотря на доказанную унитарную эквивалентность всех релятивистских динамик, сам факт эквивалентности "полной" теории, как отмечается в [7], не означает эквивалентности результатов. Так, многие результаты используют различные приближения в расчетах, поэтому неясно, что происходит при переходах от одной формы динамики к другой. Кроме того, для электромагнитных процессов адронов, как составных релятивистских систем, не полностью выяснен вопрос о калибровочной инвариантности моделей, в частности, как добиться выполнения закона сохранения электромагнитного тока. В данной работе в точечной форме РГД получим аналитические результаты для электромагнитного радиуса пиона с использованием модельных волновых функций. В отличие от работы [8] исследуется зависимость СКР от вида волновых функций, а также исследуется влияние структуры кварков на значение радиуса мезона. При этом мы отказались от простейшего предположения, что импульс, переданный пиону и кварку, является одним и тем же. Это позволило добиться согласования экспериментального и модельных значений радиуса  $\pi$ -мезона при "разумных"значениях параметрах.

#### Матричный элемент электромагнитного тока в РГД

В общем, адронный матричный элемент перехода между двумя псевдоскалярными мезонами *P* и *P'* параметризуются в виде:

$$\langle P' | J_{\mu}^{hadron}(0) | P \rangle = [F_{+}(t)(P+P')_{\mu} + F_{-}(t)(P'-P)_{\mu}] \frac{1}{(2\pi)^{3}} \frac{1}{\sqrt{4\omega_{M}(P)\omega_{M'}(P')}},$$
(1)

где

$$t = -(P' - P)^2 \tag{2}$$

-переданный импульс, а  $\omega_M(P) = \sqrt{\vec{P}^2 + M^2}.$ 

В рамках точечной формы РГД вектор состояния мезона с импульсом P, массой M, спином J и его проекцией  $\mu$  определяется как состояние кварка и антикварка, находящихся на массовой оболочке с волновой функцией  $\Psi_{ls}^{J\mu}(k)$ 

$$\left| \overrightarrow{P} \mu \left[ JM \right] \right\rangle = \sqrt{\frac{M}{\omega_M \left( \overrightarrow{P} \right)}} \sum_{ls\lambda_1\lambda_2} \int d^3k \sqrt{\frac{\omega_{m_1} \left( \overrightarrow{p_1} \right) \omega_{m_2} \left( \overrightarrow{p_2} \right)}{\omega_{m_1} \left( \overrightarrow{k} \right) \omega_{m_2} \left( \overrightarrow{k} \right)}} \Psi_{ls}^{J\mu} \left( k \right)$$
$$\sum_{m\lambda} \sum_{\nu_1\nu_2} \left\langle s_1\nu_1, s_2\nu_2 \right| s\lambda \right\rangle \left\langle lm, s\lambda \right| J\mu \right\rangle Y_{lm} \left( \theta, \phi \right)$$
$$D_{\lambda_1\nu_1}^{1/2} \left( \overrightarrow{n} \left( p_1, P \right) \right) D_{\lambda_2\nu_2}^{1/2} \left( \overrightarrow{n} \left( p_2, P \right) \right) \left| p_1\lambda_1 \right\rangle \left| p_2\lambda_2 \right\rangle, \tag{3}$$

где  $\langle s_1\nu_1, s_2\nu_2 | s\lambda \rangle$ ,  $\langle lm, s\lambda | J\mu \rangle$  коэффициенты Клебша-Гордана группы SU(2),  $Y_{lm}(\theta, \phi)$ являются сферическими фукциями с углами вектора  $\vec{k}$ . Также в уравн.(3)  $D^{1/2}(\vec{n}) = 1 - i(\vec{n} \vec{\sigma}) / \sqrt{1 + \vec{n}^2} - D$ -функция вигнеровского вращения, которые определяются вектор-параметром  $\vec{n}(p_1, p_2) = \vec{u_1} \times \vec{u_2} / (1 - (\vec{u_1} \vec{u_2}))$ .

#### Среднеквадратичный радиус псевдоскалярного мезона

В случае псевдоскалярных мезонов, используя (20), (3) и релятивистское импульсное приближение для тока

$$\langle P' | J^{hadron}_{\mu}(0) | P \rangle \equiv f(t_q) \left( \overline{u}(0) \gamma_{\mu} u(0) + \overline{d}(0) \gamma_{\mu} d(0) \right), \tag{4}$$

получим, что форм-фактор  $F_+(t)$  для псевдоскалярного мезона массы M в обобщенной системе Брейта  $\overrightarrow{P}/M + \overrightarrow{P'}/M = 0$  принимает вид:

$$F_{+}(t) = \frac{1}{2} \int_{0}^{\infty} dk k^{2} \psi(k) \int_{0}^{1} dx \\ [f(t_{q}(k,x)) \psi(k_{1}) + f(t_{q}(k,-x)) \psi(k_{2}) - \frac{\left| \overrightarrow{k} \right| \left| \overrightarrow{V} \right|}{\omega_{m}\left( \overrightarrow{k} \right)} x \left( f(t_{q}(k,x)) \psi(k_{1}) - f(t_{q}(k,-x)) \psi(k_{2}) \right) \right].$$
(5)

В урав. (23)  $k_i^2 = k^2 + \Delta_i$  с

$$\Delta_{i} = 4\gamma^{4} \left[ \left| \overrightarrow{V} \right|^{2} \left( \omega_{m}(\overrightarrow{k}) + k^{2}x^{2} \right) + (-1)^{i} \left| \overrightarrow{V} \right| k \left( 1 + \left| \overrightarrow{V} \right|^{2} \right) \omega_{m}(\overrightarrow{k})x \right], \tag{6}$$

а  $f(t_q)$ -форм-фактор кварка. Также в (23) использованы обозначения  $\gamma = 1/\left(1 - \left|\overrightarrow{V}\right|^2\right), \left|\overrightarrow{V}\right|^2 = t/(t + 4M^2)$ 

Для получения аналитического выражения для среднеквадратичного радиуса пиона используем следующий набор волновых функций (ВФ):

1)волновая функция гармонического осциллятора

$$\psi_P(k,\beta) = \frac{2}{\pi^{1/4}\beta^{3/2}} \exp\left(-\frac{k^2}{2\beta^2}\right),$$
(7)

2) волновая функция кулоновского типа

$$\psi_P(k,\beta) = \sqrt{\frac{2\beta^5}{\pi}} \frac{1}{(k^2 + \beta^2)^2}$$
(8)

3) ВФ степенного типа, явный вид которого следует из расчетов пертубативной КХД

$$\psi_P(k,\beta) = 6\sqrt{\frac{2\beta^9}{7\pi}} \frac{1}{(k^2 + \beta^2)^3}.$$
(9)

Используя определение среднеквадратичного радиуса  $\langle r^2 \rangle = -6 (dF_+/dt)_{t=0}$ , получим для ВФ (26)-(9) соответственно, и для точечных кварков  $(f(t_q) = 1)$ :

$$\left\langle r_{model}^{2} \right\rangle = \begin{cases} 3\left(m^{2}/2\beta^{2} + 5/4\right)/M^{2} \\ 3\left(m^{2} + \beta^{2}\right)/(M^{2}\beta^{2}) \\ 9\left(9m^{2} + 5\beta^{2}\right)/(14M^{2}\beta^{2}) \end{cases}$$
(10)

Анализ соотношений в (27) приводит к тому, что не существует значений  $\langle r_{model}^2 \rangle$  таких, чтобы получить экспериментальное значение СКР для  $\pi$ -мезона [9]:

$$\left\langle r_{\pi}^{2} \right\rangle_{exp} = 0.432 \pm 0.016 \ \Phi \mathrm{M}^{2}$$
 (11)

Достичь согласия экспериментальных и модельных расчетов можно, если предположить, что форм-фактор кварков  $f(t_q) \neq 1$ , причем переданный кварку импульс  $t_q$ отличается от импульса t (21), переданного  $\pi$ -мезону. Предположение  $t = t_q$  приводит лишь к дополнительному положительному слагаемому  $\langle r_q^2 \rangle$ , что еще больше усиливает различие экспериментальных и модельных значений:

$$\langle r_{\pi}^2 \rangle = \langle r_q^2 \rangle + \langle r_{model}^2 \rangle.$$
 (12)

В точечной модели РГД легко устанавливается связь между  $t_{q_i} = -(p'_i - p_i)^2$  и t. Так как 4-скорость в данной форме не изменяется, то в импульсном приближении легко найти, что

$$t_q(k,x) = 4 \left[ (\omega_m(k_1) - \omega_m(k))^2 + \frac{\omega_m(k_1)\omega_m(k)}{M^2} t \right]_{p_2 = p'_2} + (k_1 \longleftrightarrow k_2)_{p_1 = p'_1}$$
(13)

Т.е. переданный кварку импульс зависит от переменных интегрирования k, x в выражении для  $F_+(t)$ . Такой метод успешно использован в [10] при описании поляризационных характеристик дейтрона. Предполагая простую полюсную зависимость форм-факторов кварков

$$f(t_q) = \frac{1}{1 - t_q \left\langle r_q^2 \right\rangle / 6},\tag{14}$$

получим, что радиус пиона с модельными ВФ (26)-(9) соответственно рассчитывается с помощью выражения:

$$\left\langle r^{2} \right\rangle = \left\langle r^{2}_{model} \right\rangle - \left\langle r^{2}_{q} \right\rangle \begin{cases} 4\left(m^{2} + 2\beta^{2}\right)/M^{2} \\ 4\left(3m^{2} + 4\beta^{2}\right)/\left(3M^{2}\right) \\ 4\left(7m^{2} + 4\beta^{2}\right)/\left(7M^{2}\right) \end{cases}$$
(15)

Для дальнейших расчетов выберем параметры модели для трех ВФ сответственно, так, как и в [7]:

$$m = 0.25 \quad \Gamma \mathfrak{sB},\tag{16}$$

$$\beta = \begin{cases} 0.325 \quad \Gamma \Rightarrow B, \\ 0.396 \quad \Gamma \Rightarrow B, \\ 0.571 \quad \Gamma \Rightarrow B. \end{cases}$$
(17)

Имеем три относительно близких значения радиуса *u*,*d*-кварков

$$\sqrt{\langle r_q^2 \rangle} = \begin{cases} 0.396 & \Phi_{\rm M}, \\ 0.377 & \Phi_{\rm M}, \\ 0.400 & \Phi_{\rm M}, \end{cases}$$
(18)

при которых достигается совпадение с экспериментальным значением (11).

Таким образом, для удовлетворительного описания экспериментальных данных и результатов расчетов СКР  $\pi$ -мезона в рамках точечной формы РГД, необходимо учитывать распределение электрического заряда внутри кварков. Причем значение размеров конституентных кварков  $\langle r_q \rangle \approx 0.390$  Фм сравнимы с размером самого  $\pi$  мезона

 $\langle r_{\pi} \rangle = 0.657$  Фм. В дальнейшем планируется учесть влияние магнитных моментов кварков. В заключение хотелось бы отметить специфическое поведение  $t_q$  как функции t. Оказывается, при некоторых значениях относительного импульса k, величина  $t_q$  имеет знак противоположный значению t. Исследование этого факта само по себе представляет отдельную задачу, которую авторы намерены в дальнейшем рассмотреть, поскольку именно благодаря этой особенности удается решить задачу о согласовании модельных расчетов с экспериментальными значениями.

#### Литература

- P.L. Chung, F. Coester and W.N. Poluzou, Charge form factors of quark-model pions, Phys. Lett. B. v. 205, № 4. (1988) 545–548
- W. Jaus, Relativistic constituent-quark model of electroweak properties of light mesons, Phys.Rev.D. v.44. N 9 (1991) 2851–2859
- [3] F. Schlumpf, Charge form factors of pseudoscalar mesons, Phys. Rev. D. v. 50. (1994) 6895-6901
- [4] F. Cardarelli, et. all, Hard constituent quarks and electroweak properties of pseudoscalar mesons, Phys. Lett. B. v. B332 (1994) 1–13
- [5] A.F. Krutov, V.E. Troitsky, Journ. Phys.G Nucl. Part. Phys. V.19 (1993)
- [6] А.Ф. Крутов, Электрослабые свойства легких мезонов, ЯФ т. 60 N8 (1997) 1443– 1450
- [7] V. Andreev, N.V. Maksimenko, *Electroweak characteristics of mesons in the relativistic quark model*, Proc. International School-Seminar "Actual problems of Particle Physics v.1 Dubna, (1998), 270–283
- [8] T.W.Allen and W.H. Klink, Pion charge form factor in point form relativistic dynamics, Phys. Rev.C V.58. N6 (1998) 3670–3673
- S.R.Amendolia et all., A measurement of the pion charge radius Phys. Lett.B v.B146 N1-2 (1984), 116-120
- [10] T.W.Allen and W.H. Klink and W.N. Poluzou, Point-form analysis of elastic deutron form factors hep-ph.

Поступило 18.04.2001

Гомельский госуниверситет им. Франциска Скорины 246699 Гомель, Беларусь Статическая электрическая поляризуемость  $\pi^0$ -мезона в пуанкаре-ковариантной модели со скалярными кварками

#### В.В.Андреев, Н.В.Максименко

#### 1. Введение

В последнее время в связи с появлением новых экспериментальных данных значительно повысился интрес к электромагнитым поляризуемостям релятивистских связанных систем. Появилось большое количество работ, посвященных изучению электромагнитных поляризуемостей ядер и адронов (см. обзор [1]). Одной из актуальных задач является изучение релятивистских вкладов в поляризуемости [2]-[4]. Ожидается, в частности, что такие вклады позволят устранить расхождения между расчетами поляризуемостей протона и нейтрона в нерелятивистской кварковой модели. Другим важным вопросом является изучение соотношения между статической и обобщенной электрической поляризуемостями. Такого рода исследования затруднены тем, что релятивистские уравнения движения для связанных систем (типа Солпитера, квазипотенциальные и др.) даже с простейшими потенциалами не имеют аналитических решений.

В работе предлагается методика получения оценки статической электрической поляризуемости с использованием теории возмущений и вариационного метода. На основе предлагаемой методики исследуется статическая электрическая поляризуемость  $\pi^0$ - мезона как связанной системы двух скалярных кварков. Для описания связанной системы мы используем пуанкаре-ковариантную модель на основе релятивистской гамильтоновой динамики (РГД). РГД является релятивистским обобщением обычной квантовой механики.

#### 2. Описание связанной двухчастичной системы в РГД

Релятивистская гамильтонова динамика отличается от обычной нерелятивистской квантовой механики тем, что основным требованием для операторов полного набора состояний является то, чтобы генераторы, из которых строятся эти операторы, подчинялись алгебре группы Пуанкаре.

Кратко рассмотрим, как описывается связанная релятивистская система в РГД. Построение связанной системы начинают с построения системы невзаимодействующих частиц, а затем вводят взаимодействие  $\hat{V}$  таким образом, чтобы выполнялось требование пуанкаре-инвариантности.

Для невзаимодейтсвующей системы двух частиц массами  $m_1, m_2$  и соответственно 4-импульсами:

$$p_1 = (\vec{p}_1, \omega_{m_1}(\vec{p}_1)), p_2 = (\vec{p}_2, \omega_{m_2}(\vec{p}_2))$$
(1)

введем полный импульс системы

$$P_{12} = p_1 + p_2, (2)$$

и относительный импульс

$$\vec{k} = \vec{p}_1 + \frac{\vec{P}_{12}}{M_0} \left( \frac{\vec{P}_{12} \cdot \vec{p}_1}{\omega_{M_0}(\vec{P}_{12}) + M_0} + \omega_{m_1}(\vec{p}_1) \right), \tag{3}$$

$$M_0 \equiv M_0(k) = \omega_{m_1}(\vec{k}) + \omega_{m_2}(\vec{k})$$
(4)

где

является эффективной массой свободной системы. В соотношениях (1)-(4) введено обозначение  $\omega_m(\vec{p}) = \sqrt{\vec{p}^2 + m^2}$ .

Следующим шагом в РГД является добавление взаимодействия  $\hat{V}$  в оператор массы  $M_0$  (4)

$$\hat{M} \equiv M_0 + \hat{V}.\tag{5}$$

Если оператор  $\hat{V}$ удовлетворяет условиям

$$\hat{M} = \hat{M}^{\dagger}, \ M > 0, \ [\vec{P}_{12}, \hat{V}]_{-} = [\vec{i} \vec{\nabla}_{\vec{p}_{12}}, \hat{V}]_{-} = [\vec{J}, \hat{V}]_{-} = 0,$$
(6)

где  $\vec{J}$  оператор углового момента связанной системы, то новый набор операторов удовлетворяет перестановочным соотношениям группы Пуанкаре, как и в случае свободной системы.

Задача на собственные значения для связанного состояния  $\Psi$  с полным импульсом  $\vec{P}$ , массой  $M_{\Psi}$ , спином J и проекцией спина  $\mu$  может быть записана в виде [5]:

$$\hat{M} \mid \Psi_{\vec{P},J,\mu} > \equiv (M_0 + \hat{V}) \mid \Psi_{\vec{P},J,\mu} > = M_{\Psi} \mid \Psi_{\vec{P},J,\mu} > .$$
(7)

Волновая функция (ВФ) связанной системы в РГД удовлетворяет в общем случае интегро-дифференциальному уравнению (см.[5]):

$$\sum_{l',s'} \int \langle \vec{k}, l, s \parallel \hat{V} \parallel \vec{k}', l', s' \rangle \Psi^{J\mu}_{l's'}(k') \, d\vec{k}' = (M_{\psi} - M_0) \, \Psi^{J\mu}_{ls}(k) \,. \tag{8}$$

Если связанная система находится в однородном электростатическом поле напряженностью  $\vec{E}$ , то задача на собственные значения (7) модифицируется к виду:

$$\left(M_0 + \hat{V} - \left(\vec{D}\vec{E}\right)\right) \mid \Phi_{\vec{P},J,\mu} \rangle = (M_{\Psi} + \Delta\varepsilon) \mid \Phi_{\vec{P},J,\mu} \rangle, \tag{9}$$

где  $-(\vec{D}\vec{E})$  -электрическое дипольное взаимодействие с внешним полем  $\vec{E}$ , а  $\Delta \varepsilon$ -поправка к энергии основного состояния, описываемого волновой функцией  $\Psi_{\vec{P},J,\mu}$ .

#### 3. Методика оценки электрической поляризуемости

В этой части изложим общую методику оценки статической электрической поляризуемости связанной системы. Рассмотрим уравнение

$$\left(\widehat{H}_0 + \Delta \widehat{H}\right) |\Phi\rangle = E |\Phi\rangle \quad , \tag{10}$$

где  $\hat{H}_0$  — оператор Гамильтона "невозмущенной" системы, а  $\Delta \hat{H}$  — некоторая малая добавка (оператор возмущения). Предполагаем, также что в отсутствие возмущений (10) имеет вид:

$$\hat{H}_{0} |\Psi_{N}\rangle = \varepsilon_{N} |\Psi_{N}\rangle (N = 0, 1, 2, ...).$$
 (11)

Согласно стационарной теории возмущений значение добавочной энергии к энергии основного состояния  $\varepsilon_0$  ищем в виде ряда:

$$E = \varepsilon_0 + \Delta \varepsilon^{(1)} + \Delta \varepsilon^{(2)} + \cdots .$$
<sup>(12)</sup>

Соответственно волновая функция также представляется в виде ряда по параметру малости, находящемся в  $\Delta \hat{H}$ 

$$|\Phi\rangle = |\Psi_0\rangle + |\Delta\Psi\rangle + \cdots . \tag{13}$$

В дальнейшем предположим, что  $\Delta \varepsilon^{(1)} = 0$ .

В случае, когда  $\varepsilon_0 \leq \varepsilon_{1 \leq ...} \leq \varepsilon_N$ , следуя методике, предложенной в [6] для расчета сил Ван-Дер-Ваальса между атомами водорода, получим нижнюю границу и верхнюю границы энергии взаимодействия

$$\frac{B}{\varepsilon_0 - \varepsilon_1} \le \Delta \varepsilon^{(2)} \le \frac{B}{\varepsilon_0 - A/B} \quad , \tag{14}$$

где

$$A = \langle \Psi_0 | \Delta \hat{H} \hat{H}_0 \Delta \hat{H} | \Psi_0 \rangle, \quad B = \langle \Psi_0 | \Delta \hat{H}^2 | \Psi_0 \rangle \quad . \tag{15}$$

Для связанных систем, находящихся в однородном стационарном поле напряженностью  $\vec{E}$ имеем

$$\Delta \varepsilon^{(2)} \equiv -\alpha_0 \frac{1}{2\vec{E}^2}.$$
(16)

Тогда с учетом (14) определим, что статическая поляризуемость  $\alpha_0$  этой системы лежит пределах:

$$\frac{2B/\vec{E}^2}{A/B - \varepsilon_0} \le \alpha_0 \le \frac{2B/\vec{E}^2}{\varepsilon_1 - \varepsilon_0}.$$
(17)

Сравнительный анализ для связанных систем, где известны аналитические выражения поляризуемости  $\alpha_0$ , показывает, что интервал, полученный с помощью (17), соответствует относительной ошибке порядка 11–19%, что соотносится с современными экспериментальными ошибками поляризуемостей адронов.

#### 4. Статическая электрической поляризуемость $\pi^0$ -мезона

Применим предложенную методику для оценки электрической поляризуемости системы двух бесспиновых кварков (кварк-антикварк) с равными массами m и нулевым угловым моментом (аналог псевдоскалярного  $\pi^0$ -мезона) с Корнельским межкварковым потенциалом:

$$\widehat{V}_c = c + \sigma \left| \overrightarrow{r} \right| - \frac{4\alpha_s}{3\left| \overrightarrow{r} \right|}.$$
(18)

Уравнение (9) для связанного состояния в этом случае запишется в виде:

$$\left(2\sqrt{k^2 + m^2} + \widehat{V}_c - \widehat{e}_q\left(\vec{r}\vec{E}\right)\right) \left|\Phi\right\rangle = E \left|\Phi\right\rangle,\tag{19}$$

где  $\widehat{e_q}$ -оператор электрического заряда кварка q.

Для приближенного решения уравнения без электрического поля используем вариационный принцип с пробными ВФ осцилляторного типа:

$$\Psi_0(\vec{k},\beta) = \frac{1}{\pi^{3/4}\beta^{3/2}} \exp\left(-\frac{\vec{k}^2}{2\beta^2}\right),$$
(20)

$$\Psi_1(\vec{k},\beta) = \frac{\sqrt{3/2}}{\pi^{3/4}\beta^{3/2}} \exp\left(-\frac{\vec{k}^2}{2\beta^2}\right) \left(1 - \frac{2\vec{k}^2}{3\beta^2}\right).$$
(21)

Параметр  $\beta$  определяется из условия минимизации  $\varepsilon_0(\beta)$ . С помощью (17) получим, что границы поляризуемости для  $\pi^0$  с учетом изотопических свойств определяются соотношениями

$$\alpha_0^{up} = \frac{\sqrt{\pi}}{12\beta^3 \left(2\sigma/\beta^2 - 8\alpha_s/3 - 6W^2 \exp\left(W^2/2\right) K_1 \left(W^2/2\right) + 6\sqrt{\pi}U \left(-1/2, -2, W^2\right)\right)}, \quad (22)$$

$$\alpha_0^{down} = \frac{\sqrt{\pi}}{12\beta^3 \left(3\sigma/\beta^2 - 4\alpha_s/3 + W^2 \exp\left(W^2/2\right)b(W) - 18\sqrt{\pi}U\left(-1/2, -2, W^2\right)\right)}, (23)$$

$$b(W) = \left[ \left(2W^4 + 3\right)K_1 \left(W^2/2\right) - 2\left(W^4 - 3W^2\right)K_2 \left(W^2/2\right) \right].$$

Для численных оценок используем "стандартные" значения для параметров запирания  $\sigma$  и кулоновской части  $\alpha_s$ :

$$\sigma = 0.18 \ \Gamma \Im B^2, \quad \alpha_s = 0.121, \tag{24}$$

а также для массы *u*-кварка m = 0.25 ГэВ, при котором хорошо описываются в мгновенной форме РГД лептонные распады и среднеквадратичные радиусы псевдоскалярных мезонов (см.[7]). Из требования

$$\min \varepsilon_0(\beta) = M_{\pi^0} = 0.13456 \ \Gamma \mathfrak{sB}$$

$$\tag{25}$$

получим, что

$$\beta = 0.3434 \ \Gamma \Im B, \ c = -1.3343 \ \Gamma \Im B^2.$$
 (26)

С учетом полученных значений параметров, входящих в определение статической электрической поляризуемости, мы имеем следующую численную оценку:

$$2.00 * 10^{-43} \Phi_{\rm M}{}^3 \le \alpha_0^{\pi^0} \le 3.03 * 10^{-43} \Phi_{\rm M}{}^3.$$
<sup>(27)</sup>

Данное значение является вполне разумным (см.,например, [2]). Отметим, что как и в нерелятивистском случае предложенный метод оценки значения статической электрической поляризуемости дает положительные значения для  $\pi^0$ -мезона.

#### Литература

- A.I. L'vov, Theoretical aspects of the polarizability of the nucleon, Int. Journ. Mod. Phys. V.A8, (1993) 5267–5302
- [2] В.А. Петрунькин, Электрическая и магнитная поляризуемости адронов, ЭЧАЯ. Т.12 вып.3, (1981) 692–753
- [3] Н.В.Максименко, С.Г.Шульга, Эффект релятивистского "дрожания" кварков в электрической поляризуемости мезонов, ЯФ.Т.56.вып.6, (1993) 201–210
- R.N.Lee, A.I.Milstein, M.Schumacher, Relativistic corrections to the electromagnetic polarizabilities of compound systems, Preprint Budker INP 99-76; hep-ph/0101240. 1–18
- [5] B.D. Keister, W.N.Polyzou, *Relativistic Hamiltonian Dynamics*, Adv. Nucl.Phys. V.20 (1991) 225–483

- [6] L.I.Schiff, *Quantum Mechanics*, McGraw-Hill book company. New-York-Toronto-London.1955.
- [7] А.Ф. Крутов, Электрослабые свойства легких мезонов, ЯФ т. 60 N8 (1997) 1443– 1450

Гомельский госуниверситет им. Франциска Скорины 246699 Гомель, Беларусь Поступило 18.04.2001

Многочастотная лазерная диагностика активной среды СО<sub>2</sub>-лазера

К.И.Аршинов<sup>1</sup>, Н.С.Лешенюк<sup>2</sup>, В.В.Невдах<sup>3</sup>

 <sup>1</sup>Институт технической акустики НАН Беларуси, 210717, Витебск, просп. Людникова, 13
 <sup>2</sup>Международный экологический университет им. А.Д. Сахарова, 220009, Минск, Долгобродская, 23
 <sup>3</sup>Институт физики им. Б.И. Степанова НАН Беларуси, 220072, Минск, просп.Ф.Скорины, 68

 $\rm CO_2$ -лазеры все еще остаются одной из ведущих и широко распространенных (особенно для различных технологических применений) лазерных систем. Поэтому диагностика их активных сред является актуальной задачей. Основная цель этой диагностики — определение населенностей лазерных уровней и температуры газа при различных давлениях и составах смеси, условиях возбуждения. Из существующих методов диагностики (см., например, [1]) наибольшее распространение получил так называемый метод "лазерного спектрографа основанный на измерении спектрального распределения коэффициента усиления слабого сигнала (КУ) на линиях основных лазерных переходов  $00^01-[10^00, 02^00]_{I,II}$  с использованием в качестве источника зондирующего излучения стабилизированного по частоте перестраиваемого  $\rm CO_2$ -лазера низкого давления. В этом случае выражение для КУ в центре линии имеет вид

$$K = \frac{\lambda_{0J}^2}{8\pi} A_J C_1 \frac{2hcB_{001}}{k_B T} \{ N_3 exp[-C_2 \frac{hcB_{001}}{k_B T}] - N_{1,2} \frac{B_{100,020}}{B_{001}} exp[-J(J+1) \frac{hcB_{100,020}}{k_B T}] \} F_J,$$
(1)

где K — коэффициент усиления в центре *J*-й линии;  $\lambda_{0J}$  — длина волны;  $A_J$  — коэффициент Эйнштейна [2];  $F_J$  — форм-фактор в центре линии усиления;  $C_1 = 2J - 1$ ,  $C_2 = J(J-1)$  для линий *P*-ветви;  $C_1 = 2J + 3$ ,  $C_2 = (J+1)(J+2)$  для линий *R*-ветви;  $B_{001} = 0.3871 \text{ cm}^{-1}$ ,  $B_{100} = 0.3902 \text{ cm}^{-1}$ ,  $B_{020} = 0.3905 \text{ cm}^{-1}$  [3] — вращательные постоянные; c — скорость света; h — постоянная Планка;  $k_B$  — постоянная Больцмана. В активных средах CO<sub>2</sub>-лазеров при давлениях < 50 мм рт. ст. контура линий усиления являются смешанными и описываются функцией Фойгта. Для фойгтовского контура значение форм-фактора в центре линии  $F_J$  можно вычислить с помощью выражения [4]

$$F_J = \frac{2\sqrt{\ln 2}}{\sqrt{\pi}\Delta\nu_D} \{ \frac{a}{x + [(bx)^q + s]^{1/q}} \},\tag{2}$$

где  $x = (\Delta \nu_C / \Delta \nu_D) (ln2)^{0.5}$ ;  $\Delta \nu_C = \gamma_J p (\xi_{CO_2} + 0.73\xi_{N_2} + 0.64\xi_{He}) (300 \text{K}/T)^{0.5}$  [5] — столкновительная ширина линии;  $\Delta \nu_D = (\nu_0/c) (k_B T ln4 / M_{CO_2})^{0.5}$  — доплеровская ширина линии;  $\gamma_J$  — значение столкновительного уширения линии [2]; p — суммарное давление газа;  $\xi_{CO_2}, \xi_{N_2}, \xi_{He}$  — доли компонентов CO<sub>2</sub>, N<sub>2</sub>, Не в газовой смеси; T — поступательная температура газа;  $\nu_0$  — центральная частота перехода;  $M_{CO_2}$  — масса молекулы CO<sub>2</sub>;  $a = \pi^{1/2}, b = (\pi - 2)/2, s = a^q$ . Параметр q определяет относительную погрешность расчетов форм-фактора при использовании (2), которая согласно [4] не превышает 0.09% при q=1.902 и 0.9% при q=2 (в расчетах использвалось q=2). Из выражений (1) и (2) следует, что если известны контур линии, на которой измеряется КУ, и ее спектроскопические параметры, то неизвестными остаются только искомые величины — температура газа Tи населенности лазерных уровней — верхнего  $00^{01} N_3$  и нижних  $10^{00} N_1$ ,  $02^{00} N_2$ . В настоящей работе представлен алгоритм обработки результатов многочастотной лазерной диагностики активной среды CO<sub>2</sub>-лазера на основании метода наименьших квадратов. Связь между искомыми параметрами  $\{N_{1,2}, N_3, T\}$  и результатами измерений КУ определяется фундаментальной системой уравнений:

$$k_i = K_i(N_{1,2}; N_3; T) + \Delta k_i, \tag{3}$$

где  $k_i$  — результат *i*-го измерения КУ;  $\Delta k_i$  — погрешность *i*-го измерения КУ. В системе уравнений (3) помимо  $\{N_{1,2}, N_3, T\}$  неизвестными являются также погрешности  $\Delta k_i$ , и, следовательно, система всегда недоопределена. Если же пренебречь ошибками измерений, то получается избыточная и в общем случае противоречивая система уравнений

$$k_i = K_i(N_{1,2}; N_3; T). (4)$$

При обработке избыточных измерений уравнения (4) необходимо решать статистически, т.е. значения неизвестных параметров определяются так, чтобы минимизировать совокупность квадратов отклонений

$$\rho = \sum_{i} w_i [k_i - K_i(N_{1,2}; N_3; T)]^2, \tag{5}$$

где  $w_i - i$ -й весовой коэффициент. Алгоритм расчета состоит в том, что при некоторой температуре T решается система нормальных уравнений, которая относительно  $N_{1,2}$  и  $N_3$  имеет вид

$$\frac{\partial \rho}{\partial N_3} = 0, \qquad \frac{\partial \rho}{\partial N_{1,2}} = 0,$$
(6)

и находится сумма квадратов отклонений  $\rho$ , минимальная для данной температуры. Далее варьируется температура T и методами перебора и итераций минимизируется  $\rho(T)$ . Система нормальных уравнений (6) при расчете, например,  $N_2$  и  $N_3$  может быть представлена в виде

$$N_2 - d_1 N_3 = d_2 -d_3 N_2 + N_3 = d_4,$$
(7)

где

$$d_{1} = \frac{\sum_{i} w_{i} M_{1}^{2} M_{2} exp(-C_{2i} \frac{\beta_{1}}{T})}{\sum_{i} w_{i} (M_{1} M_{2})^{2}}, \qquad d_{2} = \frac{-\sum_{i} w_{i} k_{i} M_{1} M_{2}}{\sum_{i} w_{i} (M_{1} M_{2})^{2}},$$

$$d_{3} = \frac{\sum_{i} w_{i} M_{1}^{2} M_{2} exp(-C_{2i} \frac{\beta_{1}}{T})}{\sum_{i} w_{i} [M_{1} exp(-C_{2i} \frac{\beta_{1}}{T})]^{2}}, \qquad d_{4} = \frac{\sum_{i} w_{i} M_{1} k_{i} exp(-C_{2i} \frac{\beta_{1}}{T})}{\sum_{i} w_{i} [M_{1} exp(-C_{2i} \frac{\beta_{1}}{T})]^{2}},$$

$$M_{1} = \frac{\lambda_{i}^{2} A_{i} C_{1i} \beta_{2} F_{i}}{T}, \qquad M_{2} = \frac{B_{020}}{B_{001}} exp[-J_{i} (J_{i} + 1) \frac{\beta_{3}}{T}],$$

$$\beta_{1} = \frac{h c B_{020}}{k_{B}}, \qquad \beta_{2} = \frac{2h c B_{001}}{8\pi k_{B}}, \qquad \beta_{3} = \frac{h c B_{001}}{k_{B}}.$$

Для первой итерации весовые коэффициенты принимались равными  $w_i^1 = 1$ , а для (j+1)-го шага [6]

$$w_i^{j+1} = \frac{1}{[k_i - K_i(N_3^j, N_2^j, T^j)]^2}.$$
(8)

При многопараметрическом поиске диагональные элементы соответствующей ковариационной матрицы представляют собой дисперсии искомых параметров  $\sigma_{N_3}^2$ ,  $\sigma_{N_2}^2$ ,  $\sigma_T^2$ [6, 7]. В общем случае связь между ковариационными матрицами прямо  $\{k_i\}$  и косвенно  $\{N_3, N_2, T\}$  измеряемых величин может быть записана в виде

$$COV = (b^T COV_k^{-1}b)^{-1}, (9)$$

где  $b_{ij} = \frac{\partial K_i}{\partial y_j}$   $(j = 1, 2, 3; y_1 = N_3, y_2 = N_2, y_3 = T)$  в точке квазирешения. При прямых некоррелированных измерениях КУ  $k_i$  с одинаковым средним квадра-

При прямых некоррелированных измерениях КУ  $k_i$  с одинаковым средним квадратичным отклонением  $\sigma_k$  измеряемых КУ выражение (9) принимает вид:

$$COV = \sigma_k^2 (b^T b)^{-1}, \tag{10}$$

Были проведены тестовые расчеты, результаты которых показали, что погрешность определения  $N_{1,2}$  сильно растет с увеличением погрешности  $\delta k_i$ . Повышение  $\delta k_i$  до 5% при расчетах для десяти линий приводит к повышению погрешности  $\delta N_1$  до 200%. Использование двадцати линий R- и P-ветвей значительно уменьшают погрешность  $\delta N_{1,2}$  и улучшают сходимость расчетов:  $\delta k_i \sim 10\%$  соответствует  $\delta N_{1,2} \sim 30\%$ . Были измерены КУ в газоразрядной трубке длиной 74 см при токе разряда 30 мА и заполненной газовой смесью  $CO_2 : N_2 : He = 1 : 2 : 17$  при давлении 20 Торр (Таблица 1).

таолица 1. Измеренные КУ (м. ).				
	$00^01 - [10^00, 02^00]_{II}$		$00^01 - [10^00, 02^00]_I$	
	<i>P</i> -ветвь	<i>R</i> -ветвь	<i>P</i> -ветвь	Р-ветвь
J	$k(J), \mathbf{M}^{-1}$	$k(J), \mathbf{M}^{-1}$	$k(J), \mathbf{M}^{-1}$	$k(J), \mathbf{M}^{-1}$
6		0.81		
8	0.95	1.03		—
10	—	—	1.24	1.31
12	1.28	—	—	1.42
14	1.40	—	1.52	—
16	1.46	1.41	1.62	1.54
18	1.50	1.42	1.64	1.54
22	—	1.35	1.58	1.46
24			1.53	1.37
26	1.30	1.17	1.44	1.26
28	1.20	1.07	1.31	1.125
30	1.20	0.95		—
32	0.98	0.84	1.07	0.88
34	0.86	0.6	0.93	0.655

Таблица 1. Измеренные КУ (м<sup>-1</sup>).

На основании экспериментальных данных по представленной выше методике были определены населенности лазерных уровней и поступательная температура среды: полоса  $00^{0}1 - [10^{0}0, 02^{0}0]_{I}$ :

*R*-ветвь -  $T = (366.5 \pm 0.7)$  K,  $N_3 = (5.31 \pm 0.03) \times 10^{21}$  м<sup>-3</sup>,  $N_1 = (5.6 \pm 1.3) \times 10^{19}$  м<sup>-3</sup>; *P*-ветвь -  $T = (371.7 \pm 0.9)$  K,  $N_3 = (5.03 \pm 0.03) \times 10^{21}$  м<sup>-3</sup>,  $N_1 = (8.5 \pm 1.6) \times 10^{19}$  м<sup>-3</sup>; полоса  $00^{0}1 - [10^{0}0, 02^{0}0]_{II}$ :

*R*-ветвь  $-T = (364.6 \pm 0.8)$  K,  $N_3 = (5.37 \pm 0.04) \times 10^{21}$  м<sup>-3</sup>,  $N_2 = (8.95 \pm 2.5) \times 10^{19}$  м<sup>-3</sup>; *P*-ветвь  $T = (371 \pm 1)$  K,  $N_3 = (5.49 \pm 0.04) \times 10^{21}$  м<sup>-3</sup>,  $N_2 = (1.8 \pm 0.3) \times 10^{20}$  м<sup>-3</sup>.

Таким образом, в настоящей работе представлены экспериментальные результаты измерения спектрального распределения КУ в активной среде CO<sub>2</sub>-лазера, в рамках метода наименьших квадратов предложена методика расчета и приведены результаты определения населенности лазерных уровней и температуры активной среды.

Abstract. Gains measured at the center of vibrational-rotational lines of the main bands of the  $CO_2$  molecule were used to determine, by the least-squares method, the laser-active levels population for active medium of a CW electric-discharge  $CO_2$  laser.

#### Литература

- Ачасов О.В., Кудрявцев Н.Н., Новиков С.С., Солоухин Р.И., Фомин Н.А. Диагностика неравновесных состояний в молекулярных лазерах. Минск: Наука и техника, 1985, с.208.
- [2] Аршинов К.И., Лешенюк Н.С., Невдах В.В. Квантовая электроника, 25 №8 (1998) 679-682.
- [3] Bridges T.J., Chang T.Y. Phys.Rev.Lett. 22 (1969), 811-815.
- [4] Кудря В.П. Оптика и спектроскопия, 55 (1983), 113-114.
- [5] Abrams R.L. Appl.Phys.Lett., 25 (1974), 609-611.
- [6] Мудров В.И., Кушко В.Л. Методы обработки измерений. М.: Радио и связь, 1983.
   с.304.
- [7] Лешенюк Н.С., Пашкевич В.В. ЖПС, 46 (1987), 567-573.

# Лазерная фотодефлекционная спектроскопия пространственно-неоднородных сред

<u>П. В. Астахов<sup>1</sup></u>, Г. С. Митюрич<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Кафедра естественных наук, Гомельское высшее командно-инженерное училище МЧС Республики Беларусь Речицкое шоссе, 35А, 246000, Гомель, Беларусь Fax: + 375–232–794013; email: astakhov@tut.by

<sup>2</sup> Кафедра оптики, Гомельский государственный университет им. Ф.Скорины ул. Советская, 104, 246019, Гомель, Беларусь Fax: + 375–232–570684; email: mgs@gsu.unibel.by

Важным и перспективным направлением развития современных систем диагностики и неразрушающего контроля является разработка способов бесконтактной, дистанционной регистрации механических напряжений и дефектов, возникающих в объеме твердых тел. Для решения задач такого класса сложности используется целый ряд методик, среди которых необходимо выделить ультразвуковую спектроскопию, методы голографической интерферометрии, дифракционные методы. Значительное распространение в последнее время также получили фототермические методики исследования конденсированных сред [1]. Отличительными особенностями фототермических методов, применяемых для изучения твердотельных объектов, является их универсальность и относительная простота реализации измерений. Одним из представителей фототермических методов является метод фотодефлекционной спектроскопии [2], который успешно применяется и при изучении гиротропных сред [3].

В данной работе теоретически изучен процесс формирования фотодефлекционного отклика в образце, обладающем неоднородностями внутренней структуры. В качестве модели для проведения анализа была выбрана многослойная структура. Использование слоистой структуры как модели позволяет изучить возможности применения метода фотодефлекционной спектроскопии для регистрации протяженных внутренних трещин, возникающих с течением времени в объеме исследуемого вещества.

Для разрешения данной проблемы методом фотодефлекционной спектроскопии требуется решить систему уравнений теплопроводности, описывающих температурное распределение в изучаемой системе. Отметим, что для количественной оценки амплитуды фотодефлекционного сигнала, возникающего в сложном слоистом образце, обычно необходимо использование численных методов расчета. По этой причине для упрощения анализа рассмотрим возникновение фотодефлекционного отклика в двухслойной системе. Основные закономерности, полученные в результате такого анализа, в дальнейшем можно обобщить на случай более сложной системы. Таким образом, наличие в образце внутренних неоднородностей учитывается введением в систему уравнений теплопроводности дополнительных выражений, описывающих теплофизические процессы в каждом из слоев, а также дополнительных условий равенства тепловых потоков и температур на границах раздела слоев.

Рассмотрим распространение плоской электромагнитной волны с напряженностью электрического поля  $E_1$ , амплитудно модулированной с частотой  $\omega$ , через двухслойный

изотропно-гиротропный поглощающий образец. Выберем систему координат таким образом, что излучение распространяется вдоль оси Oz. Обозначим границы первого слоя z = 0 и  $z = d_1$ , границы второго слоя -  $z = d_1$  и  $z = d_2$  соответственно. Выражения для диссипации световой энергии  $Q(\mathbf{r}, \mathbf{t})$  в каждом из слоев было получено в [4]. Для случая анизотропной среды расчет величины объемной диссипации световой энергии для последующего определения амплитудно-фазовых характеристик фотоакустического сигнала был проведен в работе [5]. Соотношения, полученные в [5], не накладывают дополнительных ограничений на величины параметров, характеризующих анизотропные свойства вещества, вращение плоскости поляризации светового излучения, линейный и циркулярный дихроизм. Данное обстоятельство позволяет использовать эти соотношения для изучения процессов термооптического преобразования энергии в анизотропной среде при произвольной комбинации указанных параметров.

Составляющая температуры  $T(\mathbf{r}, \mathbf{t})$ , обусловленная поглощением электромагнитного излучения средой, обладающей внутренними напряжениями, зависит от тепловых процессов, происходящих в каждом из слоев. Распределение температурных полей при данной постановке задачи можно получить, решив систему четырех уравнений теплопроводности:

$$\Delta T(\mathbf{r},t) - \frac{1}{\beta_j} \frac{\partial}{\partial t} T(\mathbf{r},t) = \begin{cases} 0, x < 0, \\ -\frac{1}{k_1} Q_1(\mathbf{r},t), 0 < x < d_1, \\ -\frac{1}{k_2} Q_2(\mathbf{r},t), d_1 < x < d_2, \\ 0, x > d_2, \end{cases}$$
(1)

где  $\beta_j$  — температуропроводность образца, j принимает значения 1 — для детекторной среды, 2 — для первого слоя, 3 — для второго слоя, 4 — для среды за образцом,  $k_j$  — теплопроводность образца,  $Q_j$  — диссипация энергии в j-ом слое.

Решение данной системы уравнений, проведенное аналогично работе [6], позволяет определить распределение температурного поля на границе z = 0 "исследуемый образец-детекторная среда".

Неоднородный нагрев поверхности исследуемой системы ведет к появлению температурного градиента показателя преломления dn/dT прозрачной среды, примыкающей к границе z = 0 исследуемого образца. Наличие градиента показателя преломления регистрируется пробным лазерным лучом малой мощности, величина отклонения которого характеризует особенности теплофизических параметров слоистого образца.

Для проведения на основании полученных теоретических результатов численного и графического анализа были использованы следующие основные параметры изучаемой среды:  $\varepsilon_1^{"} = 5.6 \times 10^{-2}, \ \gamma_1^{"} = 10^{-5}, \ \varepsilon_2^{"} = 10^{-2}, \ \gamma_2^{"} = 10^{-5}$ . Толщина каждого из слоев изменялась от  $0.5 \times 10^{-3}$ м до  $5.0 \times 10^{-3}$ м.

Согласно проведенным расчетам влияние дефектов и неоднородностей во внутренней структуре исследуемого материала проявляется в определенном изменении величины фотодефлекционного отклика по сравнению с откликом однородного образца, во внутренней структуре которого отсутствуют локальные дефекты. Данный эффект объясняется влиянием характеристик внутренней структуры вещества на процессы перераспределения тепловой энергии в объеме исследуемого образца. Изменение объемной концентрации тепла, вызванное наличием неоднородностей внутренней структуры, приводит к возникновению дополнительного теплового потока через границу раздела "исследуемый образец - детекторная среда". Вышеуказанное изменение теплового потока вносит дополнительный вклад в амплитуду фотодефлекционного сигнала.

Интересные с теоретической точки зрения зависимости возникают при рассмотрении геометрического положения неоднородности в образце. При использовании модели многослойной среды данный случай описывается путем варьирования толщины различных слоев. Если локальная неоднородность находится на расстоянии, меньшем длины термической диффузии в материале, то регистрируемая величина фотодефлекционного сигнала возрастает по сравнению со случаем цельного образца (рис. 1). При расположении дефекта глубже, на расстоянии, превышающем длину термической диффузии, величина фотодефлекционного отклика незначительно уменьшается. С увеличением глубины образования трещины различия между цельным образцом и образцом, обладающим внутренними дефектами, практически стираются. Таким образом, использование метода фотодефлекционной спектроскопии наиболее эффективно для детектирования тонких подповерхностных слоев материала.



Рис. 1: Зависимость амплитуды фотодефлекционного сигнала от нормированной пространственной координаты  $(1-d_1 = 0.5 \times 10^{-3} \text{м}, 2-d_1 = 1.0 \times 10^{-3} \text{м}, 3-d_1 = 1.2 \times 10^{-3} \text{м}, 4-d_1 = 4.5 \times 10^{-3} \text{м})$ 

Из проведенного численного и графического анализа полученных результатов видно, что существует реальная возможность использования метода фотодефлекционной спектроскопии для детектирования и визуализации дефектов и локальных неоднородностей внутренней структуры вещества. Для проведения исследований такого рода необходимо сравнение фотодефлекционных спектров, полученных для цельных эталонных образцов со спектрами, регистрируемыми на реальных объектах. Различие в величине фотодефлекционного сигнала при прочих равных условиях, по всей видимости, будут обусловлены именно неоднородностями во внутренней структуре вещества.

#### Литература

[1] В. П. Жаров, В. С. Летохов, Лазерная оптикоакустическая спектроскопия. М.: Наука, **320**, (1984).

- [2] A. C. Boccara, D. Fournier, J. Badoz, Thermooptical spectroscopy: Detection by the "mirage" effect. Appl. Phys. Lett. 2, vol.36, (1980), 130–132.
- [3] П. В. Астахов, Г. С. Митюрич, Фотодефлекционный отклик гиротропноизотропного образца в условиях туннельной электромагнитной интерференции. Письма в ЖТФ. 15, т.24, (1998), 85–90.
- [4] Б. В. Бокуть, А. Н. Сердюков, В. В. Шепелевич, К феноменологической теории поглощающих оптически активных сред. Оптика и Спектроскопия. 1, т.37, (1974), 120–124.
- [5] Г. С. Митюрич, Е. Г. Стародубцев, Особенности диссипации световой энергии в одноосных гироторопных кристаллах. Оптика и Спектроскопия. 4, т.77, (1994), 613– 616.
- [6] Г. С. Митюрич, В. В. Свиридова, А. Н. Сердюков, Фотоакустическая спектроскопия гиротропных слоистых образцов. ЖПС. 4, т.53, (1990), 611–617.

# Пространственная структура стоксова излучения в прямом и обратном направлениях при вынужденном комбинационном рассеянии бесселева светового пучка

## В.Н.БЕЛЫЙ<sup>1</sup>, А.С.ГРАБЧИКОВ<sup>1</sup>, В.А.ЛИСИНЕЦКИЙ<sup>1</sup>, В.А.ОРЛОВИЧ<sup>1</sup>, Н.А. ХИЛО<sup>2</sup>, Р.В.ЧУЛКОВ<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт физики НАН Беларуси, 220072 Минск, пр.Ф.Скорины, 70 <sup>2</sup>Отдел оптических проблем информатики НАН Беларуси, 220141 Минск, ул. Купревича 1–2.

#### Резюме

Предложена модель теоретического описания процесса ВКР, основанная на анализе нелокального нелинейного отклика при накачке бесселевым пучком. Установлена взаимосвязь между типом векторного взаимодействия плосковолновых компонент бесселевых пучков и соответствующего ему коэффициента усиления. Экспериментально обнаружен и теоретически объяснен эффект уменьшения угла конусности рассеянного в обратном направлении стоксова бесселева пучка.

Вынужденное комбинационное рассеяние (ВКР) является в настоящее время одним из методов исследования нелинейно-оптических свойств бесселевых световых пучков (БСП) (см. [1]–[2]). Для выявления особенностей протекания четырехволновых процессов, обусловленных применением бесселевых пучков, важно принять во внимание их характерный отличительный признак в сравнении с пуками гауссова типа. Он состоит в том, что пространственный спектр бесселева пучка локализован на высокой частоте. Следовательно, в отличие от гауссовых пучков здесь важную роль могут играть взаимодействия непосредственно Фурье-компонент полей. Данные взаимодействия являются по определению пространственно нелокальными и поэтому не могут быть ограничены областями максимальной интенсивности пучков.

Для описания пространственно нелокального вынужденного рассеяния необходимо получить уравнение для Фурье-компоненты поля на стоксовой (s) частоте. Выберем поле накачки (p) в виде Бессель-гауссова пучка с напряженностью электрического поля

$$E_p(\rho, z) = \sqrt{N_p/W_p} J_0\left(q_p\rho\right) \exp\left(-\rho^2/2w_p^2\right) \exp\left(ik_{pz}z\right),\tag{1}$$

где  $k_{pz} = \sqrt{k_p^2 - q_p^2}$ ,  $N_p$ -мощность,  $W_p = \sqrt{\pi} w_p / q_p$ -нормировочный множитель. Нелинейная поляризация на стоксовой частоте зависит от амплитуд полей следующим образом:  $P(\omega_s) \sim E_p u^* \sim E_p E_p^* E_s$ , где  $u(\rho)$  – амплитуда ВКР-активного колебания среды.

Процесс ВКР в приближении заданной интенсивности накачки и с учетом дифракции стоксова поля с амплитудой  $a_s(\rho)$  описывается уравнением

$$\frac{\partial a_s(\rho, z)}{\partial z} = \frac{i}{2k_z} \left( \nabla_\perp^2 + q_p^2 \right) a_s(\rho, z) + \beta J_0^2(q_p \rho) \exp\left(-\rho^2/w_p^2\right) a_s(\rho, z), \tag{2}$$

где  $\beta = g_0 N_p / 2 W_p, g_0$ –параметр нелинейности.

С учетом цилиндрической симметрии задачи представим функцию  $a_s(\rho)$  в виде интеграла Фурье-Бесселя

$$a_s(\rho, z) = \int A(q, z) J_0(q\rho) q \mathrm{d}q.$$
(3)

Подставляя (3) в (2), получим интегро-дифференциальное уравнение для спектральной компоненты рассеянного поля

$$\frac{\partial A(q,z)}{\partial z} = \frac{i}{2k_z} \left( q_p^2 - q^2 \right) + \tag{4}$$

$$\beta \iint \left( \int_0^\infty J_0^2(q_p \rho) J_0(q \rho) J_0^2(q_1 \rho) \exp\left(-\frac{\rho^2}{w^2}\right) \rho \mathrm{d}\rho \right) A(q_1, z) q_1 \mathrm{d}q_1.$$

Преобразуем уравнение (4), используя интегральное представление бесселевой функции

$$J_0(q\rho) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp\left[iq\rho\cos(\phi)\right] \mathrm{d}\phi.$$
(5)

Далее будем использовать статистическую интерпретацию (5), состоящую в том, что БСП представляет собой плосковолновую компоненту ( $\psi$ -компоненту), равномерно распределенную (плотность вероятности равна  $1/2\pi$ ) по поверхности конуса [3]. Используя (5), произведение двух бесселевых функций может быть представлено в виде

$$J_0(q_p \rho) J_0(q \rho) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} J_0\left(\sqrt{q_p^2 + q^2 - 2qq_p \cos(\phi)}\rho\right) d\phi,$$
(6)

где  $\varphi$ -угол между  $\psi$ -компонентами двух БСП. Используя (6), представим интеграл в (4) в развернутом виде

$$g(q) = \int \chi(q, q_1) A(q_1) q_1 \mathrm{d}q_1, \tag{7}$$

где

$$\chi(q,q_1) = \frac{1}{\pi^2} \int_0^{\pi} \int_0^{\pi} C(q,q_1,\varphi,\varphi_1) \mathrm{d}\varphi \mathrm{d}\varphi_1, \qquad (8)$$

$$C(q, q_1, \varphi, \varphi_1) = \int_0^\infty J_0[Q(q, \varphi)\rho] J_0[Q(q_1, \varphi_1)\rho] \exp\left(-\rho^2/w_p^2\right) \rho d\rho, \qquad (9)$$

$$Q(q,\varphi) = \sqrt{q_p^2 + q^2 - 2qq_p\cos(\phi)}.$$
(10)

Отметим, что в уравнениях (8)-(10) углы  $\varphi$  и  $\varphi_1$  определяют взаимную ориентацию  $\psi$ -компонент бесселевых пучков накачки и рассеянного поля. При этом, как следует из (8), взаимная ориентация  $\psi$ -компонент может быть любой в интервале (0, $\pi$ ). Это означает, что в процессе ВКР в принципе возможна реализация всех возможных векторных взаимодействий. Однако в действительности не все эти взаимодействия будут равновероятны. Чтобы показать это, исследуем зависимость от азимутальных углов функции  $C(q, q_1, \varphi, \varphi_1)$ . Проводя интегрирование (8), получим нелокальный отклик вида

$$C(q, q_1; \varphi, \varphi_1) =$$

$$\frac{w_p^2}{2} I_0 \left( Q(q, \varphi) Q(q_1, \varphi_1) \frac{w_p^2}{2} \right) \exp \left( -\frac{w_p^2}{4} \left( Q(q, \varphi)^2 + Q(q_1, \varphi_1)^2 \right) \right),$$

$$(11)$$

где  $I_0(x)$ - модифицированная функция Бесселя.

На рис. 1 показано несколько примеров нелокального отклика, а на рис. 2–его одномерные сечения



Рис. 1. Двумерная функция нелокального отклика (12) в зависимости от отношения  $q/q_p$  и  $q_1/q_p$  при  $\varphi_1 = 0$  и значениях  $\varphi$ , равных  $0^0(a)$ ,  $5^0(b)$  и  $10^0(c)$ .



Сечения двумерного отклика: недиагональное  $C(q_p, \varphi_1; q, 0)(a)$  и диагональное  $C(q, \varphi; q, \varphi)$  (b).

Из рисунков видно, что максимальный отклик и, следовательно, коэффициент усиления реализуется при близких к нулю углах  $\varphi$  и  $\varphi_1$ . При увеличении одного или обоих углов функция  $C(q_p, \varphi, q, \varphi_1)$  вначале испытывает уширение, сохраняя единственный максимум, величина которого падает. Далее происходит расщепление максимума коэффициента усиления на две области. Если зафиксировать угол  $\varphi$ , а менять угол  $\varphi_1$ , то двумерные картинки на рис. 1 будут повернуты на 90 градусов. Предельное значение угла  $\varphi_{max}$ , при котором расщепление максимума не происходит, определяется из выражения  $\sin(\varphi_{max}/2) = 1/q_p w_p$ , а положение максимумов описывается формулой

$$q_{1,2} = q_p \left( 1 \pm \left( \sin(\varphi/2) + \sqrt{\sin^2(\varphi/2) - 1/(w_p q_p)^2} \right) \right).$$
(12)

Из проведенного анализа коэффициента усиления следует, что максимальное его значение будет иметь место, если углы  $\varphi$  и  $\varphi_1$  близки к нулю. Физически это означает формирование статистической связи  $\psi$ -компонент накачки и стоксова излучения, причем стоксово излучение будет иметь преимущественно совпадающую с накачкой ориентацию  $\psi$ -компоненты. Следует отметить, однако, что установление корреляции происходит постепенно по мере перехода от спонтанного рассеяния к вынужденному. Действительно, на стадии спонтанного КР при возбуждении колебаний среды за счет взаимодействия БСП накачки с флуктуационным стоксовым полем, связь ориентации  $\psi$ -компонент данных полей отсутствует. Следовательно, значение угла  $\varphi_1$  здесь может

быть любым. В то же время излучение стоксова поля всегда будет происходить с учетом селективности функции  $C(q_p, \varphi, q, \varphi_1)$  по отношению к углу  $\varphi$ . Поэтому в стоксовом излучении будет накапливаться азимутально-коррелированная с накачкой компонента, что приведет также к уменьшению угла  $\varphi$  по мере перехода от спонтанного к вынужденному рассеянию.

Важной чертой нелокального отклика  $C(q, \varphi, q_1, \varphi_1)$  является характер его зависимости от пространственных частот. Эта зависимость определяет структуру стоксова излучения в дальней зоне. Как следует из рис. 1, максимальный отклик реализуется при  $q = q_1 = q_p$ , что полностью согласуется с выполненными к настоящему времени экспериментальными исследованиями (см. рис. 3 и [1]) рассеянного вперед стоксова излучения. В то же время наши исследования обратного рассеяния показали, что пространственная частота бесселева стоксова пучка здесь меньше, чем для накачки (рис. 3).



Рис.3 Распределение интенсивности в дальней зоне бесселева пучков накачки (a), прямого (b) и обратного (c) бесселевых стоксовых пучков.

Этот эффект может быть объяснен исходя из зависимости между положением максимума коэффициента усиления в плоскости пространственных частот и значениями углов  $\varphi$  и  $\varphi_1$  (рис. 2). Как видно, максимум коэффициента усиления либо смещается полностью в область низких частот (рис. 2b), когда  $\varphi = \varphi_1$ , либо раздваивается, когда  $\varphi \neq \varphi_1$ . Это смещение реально может проявиться в условиях истощения накачки, изза которого происходит перестройка векторных взаимодействий. При этом указанный процесс будет влиять в первую очередь на обратное ВКР, которое всегда развивается в условиях относительного истощения накачки.

#### Литература

- [1] 1 L.Niggl, M.Maier, Opt. Commun. 154, 65 (1998)
- [2] R.Gadonas, V.Jarutis, A.Marcinkevicius, V.Smilgevicius, A.Stabinis, V.Vaicaitis, Opt. Commun. 169, 189 (1999)
- [3] V.N.Belyi, N.S.Kazak, N.A.Khilo, Quantum Electronics, 30, 753 (2000)

#### ФТА эффект в твердых телах: роль напряженного состояния

#### Р.М.Бурбело, Н.К.Жабитенко

В предыдущих наших работах [1, 2] представлены результаты исследований фототермоакустического (ФТА) эффекта в упруго-напряженных областях различных материалов. Прямые эксперименты, проведенные на модельных образцах, имевших форму стержня, позволили выяснить определяющую роль нелинейных упругих и термоупругих постоянных при формировании ФТА отклика в напряженной среде. С другой стороны, укажем на то, что стержневые системы являются наиболее распространенными элементами разнообразных промышленных конструкций.

Использование стержневых металлических конструкций в экспериментальных условиях эксплуатации (воздействие радиационного облучения, повышение температуры, и т.д.) приводит к уменьшению уровня их надежности и увеличению вероятности аварийных ситуаций. Это есть следствие так называемой "усталости металла" конструкций, которая связана с накоплением дефектов в них при наличии высокого уровня постоянных и переменных напряжений. Если концентрация микродефектов превышает некоторую критическую величину, то происходит быстрое разрушение конструкций. Поэтому проблема контроля напряженного состояния и его изменения со временем является проблемой обеспечения надежности их работы и эксплуатации.

Традиционно импульсный ФТА метод применяется для бесконтактного возбуждения упругих волн с дальнейшей регистрацией термоупругих смещений во время действия светового импульса. Существенно, что в этом случае продолжительность упругого импульса по порядку величины совпадает с продолжительностью светового импульса ( $\tau_i$ ), хотя может иметь другую временную форму [3]. Отметим, что на формирование термоупругого импульса во время действия светового импульса значительное влияние имеет теплопроводность материала.

Нами предложен иной подход, который состоит в том, что рассматривается возбуждение ФТА отклика по истечении времени действия светового импульса. В таком случае процесс изменения температуры может происходить дальше как во времени, так и в пространстве. Именно этот процесс изменения температуры и формирует термоупругий импульс, который регистрируется на эксперименте.

В работе [4] показано, что изменение скорости распространения упругих волн и эффективные упругие постоянные в напряженной среде обусловлены нелинейностью упругих постоянных, а именно упругими постоянными третьего порядка. С другой стороны, изменение температуры (в области существования постоянных напряжений среды) приводит, как показано в [5], к возникновению дополнительных переменных деформаций, что обусловлено нелинейностью термоупругих постоянных материала. Очевидно, что при рассмотрении термоупругого возбуждения упругих волн за счет поглощения световой энергии в напряженных средах необходимо учитывать влияние как нелинейных упругих постоянных, так и нелинейных термоупругих постоянных, что и сделано в данной работе.

В отличие от традиционной записи разложения свободной энергии Гельмгольца в ряд по деформациям и температуре относительно равновесного состояния мы учли слагаемое, которое представляет собой специфический вклад в свободную энергию и которое связано с нелинейной термоупругой частью свободной энергии. В этом случае тензор термодинамических напряжений  $(t_{ij})$  будет иметь вид:  $t_{ij} = C^+_{ijkl} u_{kl} - \gamma^+_{ij} \theta$ , где

 $C_{ijkl}^+, \gamma_{ij}^+$  — линеаризованные эффективные упругие и термоупругие постоянные, которые зависят от постоянных напряжений,  $u_{kl}$  — компоненты тензора переменных деформаций, которые возникают вследствие термоупругого эффекта,  $\theta = T - T_0$  — изменение температуры.

Тогда уравнение движения элементарного объема сплошной среды можно записать в виде:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial t_{ij}}{\partial x_i} = C^+_{ijkl} \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_i \partial x_l} - \gamma^+_{ij} \frac{\partial \theta}{\partial x_i}.$$
 (1)

Это есть модифицированное обобщенное уравнение движения термоупругой среды с постоянными напряжениями (геометрическая нелинейность при записи уравнений не учитывалась). Второе слагаемое  $(-\gamma_{ij}^+(\partial\theta/\partial x_i))$  является возбуждающей термоупругой силой  $(F_i)$ , отнесенной к единице объема вещества.

Для расчета величины ФТА отклика (P) необходимо найти распределение температуры в среде при облучении его короткими импульсами света. Предполагается, что свет поглощается в приповерхностном слое вещества. Световое пятно для упрощения расчетов мы считали квадратным со стороной 2b. При размерах пятен 100 мкм температуропроводностью в поперечном направлении можно пренебречь, то есть рассматривался случай плоского температурного поля в направлении оси z.

В случае действия коротких импульсов, то есть при  $t \gg \tau_i$  имеем:

$$\theta(z,t) = \begin{cases} \frac{E_0}{S} \cdot \frac{1}{k} \cdot \sqrt{\frac{a}{\pi t}} \cdot exp\left(-\frac{z^2}{4at}\right), & -b < (x,y) < b\\ 0, & |x,y| > b; \end{cases}$$
(2)

где:  $E_0$  — энергия поглощенного импульса; S — площадь светового пятна; a — коэффициент температуропроводности, k — коэффициент теплопроводности.

Если решить (1) с учетом (2) и граничных условий на поверхности, то можно определить временную форму ФТА отклика в случае импульсного возбуждения. Выражение (2) для температуры является сложной функцией времени и координаты, поэтому решение уравнений термоупругости возможно лишь численными методами, а полученные результаты будут не очень удобными для анализа и сравнения с экспериментом.

Мы ввели ряд приближений, которые позволяют аналитически решить уравнение (1) по окончании действия короткого импульса лазерного излучения. Вместо распределения температуры согласно (2) была взята усредненная температура как произведение координатной функции ступенчатой формы (функция Хевисайда) на временную функцию:

$$\theta(z,t) = \begin{cases} \theta_0[H(z-h_0) - H(z)]f(t), & -b < (x,y) < b, \quad 0 < z < h_0 \\ 0, & |x,y| > b, & z > h; \end{cases}$$
(3)

где:  $\theta_0 = E_o/(C_p \rho b^2 h_0)$  — температура области материала толщиной  $h_0$ , выражение для которой получено на основе решения уравнения теплового баланса,  $h_0$  — усредненная глубина проникновения тепловой волны, определяемая из условия наиболее точного совпадения (2) и (3); H(z) — функция Хевисайда; f(t) — некоторая известная медленно изменяющаяся (по сравнению со скоростью нарастания фронта светового импульса) временная функция. Такое представление температуры оправдано при формировании  $\Phi$ TA отклика (регистрация через время  $t \gg \tau_i$ ).

В случае представления температуры в виде (3), а также, если пренебречь температуропроводностью в поперечном направлении, термоупругие силы, которые соответствуют данному распределению температуры, имеют вид:

$$F_{x} = \gamma_{1}^{+}(\partial\theta/\partial x) = \gamma_{1}^{+}\theta_{0} \left[\delta(x-b) - \delta(x+b)\right] f(t),$$

$$F_{y} = \gamma_{2}^{+}(\partial\theta/\partial y) = \gamma_{2}^{+}\theta_{0} \left[\delta(y-b) - \delta(y+b)\right] f(t), \quad 0 < z < h_{0},$$

$$F_{z} = \gamma_{3}^{+}(\partial\theta/\partial z) = \gamma_{3}^{+}\theta_{0} \,\delta(z-h_{0}) \,f(t), \qquad |x,y| < b,$$
(4)

где:  $\gamma_1^+, \gamma_2^+, \gamma_3^+$  — эффективные термоупругие постоянные, вклад которых в ФТА отклик зависит от взаимной ориентации возбуждаемых сил и постоянных напряжений.

Рассчитаем ФТА отклик регистрируемый пьезопреобразователем. Усредненная глубина проникновения тепловой волны  $h_0$  является довольно малой величиной (~ несколько мкм), ФТА отклик формируется в приповерхностной зоне образца. Так как функция f(t) медленная, возбуждающие силы можно считать квазистатическими. Эффективность возбуждения ФТА отклика можно изменить, изменяя граничные условия на поверхности, которая освещается.

Для задемпфированной границы (z = 0) основной вклад в возбуждение сигнала вносит сила  $F_z$ . Тогда термоупругая задача является плоской, уравнение движения будет одномерным, а сила  $F_z$  будет сосредоточенной в плоскости  $z = h_0$ . Решив уравнения движения, получим для смещений вне границы зоны возбуждения:

$$u_{z}^{d} = \frac{\gamma_{3}^{+}\theta_{0}}{C_{33}^{+}} \cdot h_{0} \cdot f(t) .$$
(5)

В случае свободной поверхности образца и ограниченности светового пучка сила  $F_z$ (при z = 0 и  $z = h_0$ ) при медленном изменении температуры разгружается и в возбуждении участия не берет. Поэтому основное возбуждение ФТА отклика обусловлено действием сил  $F_x$  и  $F_y$ . Под действием этих сил возникают напряжения вдоль оси z. Решив уравнения движения при заданном возбуждающем напряжении на поверхности, получим выражение для упругих смещений в направлении оси z:

$$u_z^f = -\Pi \frac{\gamma_1^+ \theta_0}{C_{33}^+} \cdot V \cdot \int_0^t f(t) dt$$
(6)

где: П — коэффициент трансформации поперечных напряжений в возбуждающие силы по ос<br/>иz.

Установленная закономерность между смещениями  $u_z^d$  и  $u_z^f$  наблюдается и в эксперименте для ФТА сигналов (см. [6]:  $P^f \approx \partial P^d / \partial t$ ).

Зависимость ФТА отклика от величины поверхностных напряжений  $\sigma_{ox}$  для различных граничных условий можно получить с учетом явного вида модифицированных термоупругих и упругих постоянных. Окончательно для изменения ФТА откликов  $(\Delta P/P)$  при задемпфированной и свободной поверхностях получим:

$$\left(\frac{\Delta P}{P}\right)_d = -\left[\left(\frac{\gamma_{12}}{\gamma}\right) - \frac{C_{112}}{C_{11}}\right]\left(\frac{\sigma_{ox}}{C_{11}}\right);\tag{7}$$

$$\left(\frac{\Delta P}{P}\right)_f = -\left[\left(\frac{\gamma_{11}}{\gamma}\right) - \frac{C_{112}}{C_{11}}\right]\left(\frac{\sigma_{ox}}{C_{11}}\right) \tag{8}$$

Таким образом, на основе проведенных исследований, установлено, что изменения импульсного ФТА отклика в напряженной области среды определяются линейными и нелинейными упругими и термоупругими постоянными вещества, а влиянием теплопроводности можно пренебречь.

**Abstract.** The mechanism of photoacoustic (PA) signal formation after the ending of short laser pulses action in the stressed area of substance was proposed. The PA signal in a stressed region was theoretically calculated as function of magnitude and direction of constant stresses and boundary conditions on a surface of a sample.

#### Литература

- R.M.Burbelo, M.K.Zhabitenko, Thermoelastic effect: Detection of stressed state in material with Pulsed PA Method, Proc. Thermal Stresses '97 (1997), 415–418.
- [2] R.M.Burbelo, M.K.Zhabitenko, *Thermoelastic effect: the role of stressed state*, THERMAL STRESSES '99 (1999), 649–652.
- [3] В.Э.Гусев, А.А.Карабутов, *Лазерная оптоакустика*, М., Ред. физ.-мат. литературы, (1991).
- [4] Л.Зарембо, В.Красильников, Нелинейные явления при распространении упругих волн в твердых телах, УФН вып.4, т.102, (1970), 549–586.
- [5] A.K. Wong, R.Jones and J.G. Sparrow, Thermoelastic constant or thermoelastic parameter, J.Phys. Chem. Solids 8, Vol.48, (1987), 749-753.
- [6] R.M. Burbelo, The Peculiarities of Contrast Formation in Photoacoustic Microscopy of Semiconductors and The Role of The Stressed State, Semiconductors and Electronic Materials/Eds. Mandeleis A., Hess P., Vol.IV, Washington USA: SPIE Press, (2000), 23-73.

Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко, физический факультет. Глушкова 6, 03022, Киев, Украина Email: RMB@mail.univ.kiev.ua

### Affect of external electric field on optical properties of small metal particles

O.A.BURYI<sup>1</sup>, L.G.GRECHKO<sup>2</sup>, V.N.MAL'NEV<sup>1</sup> and K.W.WHITES<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Taras Shevchenko Kiev National University, Physics Department Prospect Glushkova 6, Kiev 143, 03143 Ukraine e-mail: vmal@phys.univ.kiev.ua; obur@phys.univ.kiev.ua <sup>2</sup>Institute for Surface Chemistry of the Ukrainian National Academy of Sciences general Naumov street 17, Kiev 164, 03164 Ukraine e-mail: user@surfchem.kiev.ua <sup>3</sup>Department of Electrical Engineering, University of Kentucky 453 Anderson Hall, Lexington, KY 40506, USA e-mail: whites@engr.uky.edu

In this communication we report analytical and numerical results of a study of interaction of electromagnetic waves with small ellipsoidal metal particles. We calculated in the electrostatic approximation the enhancement factor of the local field inside the particle and specified a domain of optical induced bistability (IOB) as a function of an amplitude and frequency of the electromagnetic wave. The results of numerical calculation for the small silver particles are presented graphically.

Let the electromagnetic wave falls on an metal particle in the form of rotational ellipsoid embedded in a dielectric host matrix The dielectric function (DF) of the particle depends on a frequency  $\omega$  and the local electric field E (inside the particle) and may be presented in the form [1]

$$\varepsilon(\omega, \vec{E}) = \varepsilon(\omega) + \chi(\omega) \, |\vec{E}|^2, \tag{1}$$

where  $\chi(\omega)$  is the complex Kerr coefficient,  $\varepsilon(\omega) = \varepsilon'(\omega) + i\varepsilon''(\omega)$  is the linear part of DF and taken in the Drude form [2]

$$\varepsilon'(\omega) = \varepsilon_{\infty} - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \nu^2}, \quad \varepsilon''(\omega) = \frac{\nu}{\omega} \cdot \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \nu^2}.$$
 (2)

Here  $\omega_p$  is the plasma frequency of electrons in the metal,  $\nu$  is their collision frequency,  $\varepsilon_{\infty}$  is some constant that may depend on the frequency  $u_{\mu}$  depending on a concrete metal.

In the electrostatic approximation (when the wave length of electromagnetic radiation is much larger than the typical size of the particle), the local field  $\vec{E}$  is uniform and in this case is parallel to  $\vec{E}_h$  at arbitrary dependence of  $\varepsilon_s(\omega, \vec{E})$ . It may be expressed in the form

$$\vec{E} = F \cdot \vec{E}_h, \quad F = \frac{\varepsilon_h}{\varepsilon_h \left(1 - L\right) + L \varepsilon_s \left(\omega, \vec{E}_s\right)},$$
(3)

where F is an enhancement factor, L is a depolarization factor along the field direction axis,  $\varepsilon_h$  is the dielectric function of the matrix [2]. For example, L = 1/3 corresponds to the spherical particle.

Relation (8) jointly with definitions (1),(1) allows one to find an equation for the local field E as a function of the applied field  $E_h$ , that specifies the IOB domain.

Here we consider the case of such small fields when the nonlinear term of the particle DF (1) may be ignored ( $\chi \to 0$ ). In this case (8) transforms to the expression

$$F_0 = \frac{\varepsilon_n}{L} \frac{1}{\left(\frac{1}{z_s^2} - \frac{1}{z^2 + \gamma^2}\right) + i\left(\frac{1}{\overline{z}_s^2} + \frac{\gamma}{z(z^2 + \gamma^2)}\right)}.$$
(4)

Here we introduced dimensionless frequencies:

$$z = \frac{\omega}{\omega_p}, \ \gamma = \frac{\nu}{\omega_p}, \ z_s = \frac{\omega_s}{\omega_p}, \ \omega_s = \omega_p \sqrt{\frac{L}{\varepsilon'_h (1 - L) + \varepsilon'_\infty L}}, \ \bar{z}_s = \sqrt{\frac{L}{\varepsilon''_h (1 - L) + \varepsilon''_\infty L}},$$

 $\omega_s$  is the resonant plasma frequency of a metal ellipsoid corresponding to direction of the electric field along the big semi-axis.

A magnitude of  $|F_0|^2$  considerably increases when the dimensionless frequency z approaches  $z_0 = (z_s^2 - \gamma^2)^{1/2} \approx z_s$  or the frequency of electromagnetic wave approaches to the surface plasmon frequency. It is intresting to note that the function  $|F_{0s}|^2$  has an extremum (maximum) in L in an interval (0,1). In a general case the extremum point may be found using the numerical cal



Figure 1:  $|F_0|^2$  versus depolarization factor L for the spherical silver particle  $\varepsilon'_{s\infty} = 4.5$ ,  $\varepsilon''_{s\infty} = 0.16$ ,  $\omega_p = 1.46 \cdot 10^{16} s^{-1}$ ,  $\nu = 1.68 \cdot 10^{14} s^{-1}$ ,  $\varepsilon_h = 2.25$ .

First curve for silver particles  $\varepsilon_{\infty} = 4.5 + i0.16$  at  $\varepsilon_h = 2.25$  has a maximum at  $L_0 = 0.189$ . If the imaginary part of the silver DF is set to be zero then the maximum moves to  $L_0 = 0.5$  (second curve). These curves are given in Fig.1.

Now we take into account the nonlinear part in the DF (1). In this case the local field must be found from a cubic equationin [3]. Introducing the following denotations  $|\chi| \left| \vec{E}_s \right|^2 \equiv X$ ;  $Y = \left| \frac{\varepsilon_h}{L} \right|^2 |\chi| \left| \vec{E}_h \right|^2$ , we obtain the cubic equation for X

$$X^3 + aX^2 + bX = Y, (5)$$

where

$$a = 2\left(\frac{\varepsilon'\chi' + \varepsilon''\chi''}{|\chi|}\right), \quad b = |\varepsilon|^2.$$

This equation determines a dependence of the "local field" X on the "applied field" Y, frequency  $\omega$ , and other parameters of the system that are hidden in parameters a and b.

In the case of the non-absorbing host medium ( $\varepsilon''_h = 0$ ) and the metal inclusion with focusing non-absorbing nonlinear part of DF ( $\chi' > 0$  and  $\chi'' = 0$ ), equation (10) reduces to

$$X^{3} + 2\varepsilon' X^{2} + |\varepsilon|^{2} X = Y,$$
(6)

where

$$\varepsilon'(z) = \frac{1}{z_s^2} - \frac{1}{z^2 + \gamma^2}, \quad \varepsilon''(z) = \varepsilon''_{\infty}(z) + \frac{\gamma}{z(z^2 + \gamma^2)}.$$
(7)

In this case the IOB emerges at conditions that was obtain in [4]. We numerically solved equation (11) for concrete particles at different polarization factors and using the experimental values of parameters of silver particles and the glass matrix. We obtain a range of amplitudes of the electric fields of wave and a range of frequencies when the IOB is possible. Some of these results are presented in Fig. 2-3.

Figures 2a-3a depict dependencies of  $\chi \left| \vec{E_s} \right|^2$  on  $\chi \left| \vec{E_h} \right|^2$  at different depolarization coefficients L=1/3 (2a), L=1/5 (3a) at the frequency of electromagnetic field  $\omega = 0.2\omega_p$ . Figures 2b-3b show the IOB domains in the plane ( $\chi |E_h|^2$ , z) (shadow area) that are restricted by curves  $f_i$ 

$$f_i = -\left(2/9\right) \left[Dx_i + ab/2\right] \left(L/\varepsilon_h\right)^2,$$

where

$$D = a^2 - 3b.$$

The limiting values of the incident electric field are shown in Fig. 2b-3b by dash line at  $\omega = 0.2\omega_p$ . The bistability domain in the plane  $(\chi |E_h|^2, z)$  has a banana shape with ending points at low and high frequencies. Figure 2b shows the banana tip (beginning of bistability at low frequencies, point  $z_2$ ). Figure 1c shows the bistability domain near a cut point at high frequencies, point  $z_3$ .

We would like to note that similar problem have been treated in for a spherical inclusion [1]. In this paper, only one root  $z_2$  have been used. Probably, it was connected with character of approximations accepted in this paper.



Figure 2: IOB in the spherical silver particle  $\varepsilon'_{s\infty} = 4.5$ ,  $\varepsilon''_{s\infty} = 0.16$ ,  $\omega_p = 1.46 \cdot 10^{16} s^{-1}$ ,  $\nu = 1.68 \cdot 10^{14} s^{-1}$ ,  $\varepsilon_h = 2.25$ , L=0.333 (sphere), dependence  $\chi |E_s|^2$  on  $\chi |E_h|^2$  at z=0.2 (a), IOB domain in the plane ( $\chi |E_s|^2, z$ ) near  $z_3 = 0.318$  (b), IOB domain in the same plane near  $z_2 = 0.02$  (c).


Figure 3: The same dependencies as on Fig. 2 at L=0.2 (oblong spheroid  $z_2=0.16$ ,  $z_3=0.26$ )

#### Acknowledgement

The authors acknowledge financial support from the National Science Foundation through the Faculty Early Career Development (CAREER) Award ECS-9624486 and an Easter Europe Program Supplement.

**Abstract.** In this communication we present the results of study of the local field in a ellipsoidal metal particle with a nonlinear (in the electric field) part of the dielectric function and specified the domains of the induced optical bistability (IOB) depending on the amplitude of the applied electric field and frequency of the electromagnetic wave.

#### References

- [1] K.M.Leung, Phys.Rev. A 33, 2461 (1986).
- [2] S.F.Boren, D.R.Hafman, Absorption and scattering of light by smallparticles, Willey, New York, (1983).
- [3] N.Kalyaniwalla, J.W.Hays, R.Inguva and M.H.Birnboim, Phys. Rev. A 42, 5613 (1990).
- [4] L.G.Grechko, O.A.Davidova, V.N.Mal'nev, International conference on Optical diagnosis of materials and devices for opto-, micro-, and quantum electronics 1997. SPIE V.3359, 157 (1998).

Taras Shevchenko Kiev National University Physics Department Kiev, 03143 Ukraine Поступило 18.05.2001

Laser-induced processes in laser ablation plasmas

V.S. BURAKOV, A.F. BOKHONOV, S. N. ISAKOV, P.A. NAUMENKOV, M.I. NEDELKO, AND N.V. TARASENKO

Institute of Molecular and Atomic Physics National Academy of Sciences of Belarus,

70 Scaryna Ave., 220072 Minsk — Belarus

Tel.: 375 17 284 16 39 — Fax: 375 17 284 00 30

e-mail: tarasenk@imaph.bas-net.by

Laser ablation plasmas produced by high power short pulse lasers near a solid target have numerous technological applications [1–4]. These include deposition of thin layers, vaporization of sample material for spectrochemical analysis, formation of atomic, molecular and cluster beams, etc. For optimization of these applications it is of great importance the detailed understanding the basic physical and chemical processes and the controlled manipulation the composition of the laser ablation plasma at various stages of its evolution. Selective laser-induced pumping technique of preparing excited, charged and chemically active particles is extremely useful for these purposes because allow to select or favor one physical or chemical process over others.

Plasma was produced by focusing of a Nd:YAG laser radiation ( $\lambda$ =1064nm, 10 ns FWHM, maximal energy 250 mJ/pulse), its second (532 nm, 150 mJ) or fourth (266 nm, 16 mJ) harmonics on the surface of the rotating samples placed in a vacuum chamber. With a regular delay the ablated plume was probed by the radiation of the excimer XeCl laser (308nm, 10ns,  $10^7 - 10^8 \text{W/cm}^2$ ), the Ti:sapphire laser (tunable in the range of 690 - 1000 nm), or the second harmonic of this laser (350 - 500 nm). The maximal intensity of about  $10^{10} \text{ W/cm}^2$  was created in the focal spot on the target. Measurements were performed under vacuum and in gas (air, helium) environments at pressures varying in the range  $10^{-3} - 500$  Torr. LIF spectroscopy was applied to detect nonemitting ground state and metastable species, while excited species was observed by time-resolved optical emission spectroscopy [5]. The details about the densities, temperatures, time-space distributions of various ablated species were obtained. The processes of selective excitation, resonant photoionization and photofragmentation of molecules in plasmas have been studied.

Photoinduced decomposition (photofragmentation) with a spectroscopic identification of fragments as a tool for detection of complex molecules. In this method organic compounds are photodissociated using UV radiation (from broad-band lamp sourses or excimer lasers). In the molecular fragmentation process ground state or electronically excited fragments (atoms or molecules) can be formed via:  $AX + h\nu = (A^*) + X$ . There are exist some ways to detect the formed fragments: emission from the excited particles  $(A^*)$ , absorption or fluorescence of the ground state fragments. The number density of fragments (A) is related to the initial concentration of the parent molecules (AX), their optical absorption cross-section and the intensity of the photodissociation radiation. In several cases the laser-induced fluorescence can be combined with laser induced decomposition at the same wavelength to photodissociate the target molecule and subsequently excite the fluorescence of the generated photofragment. Examples of laser photofragmentation and LIF applications include the detection of nitrocompounds by 226 nm photons that both photofragment the molecules and detect characteristic NO [6]. We present the results of application of photofragmentation method to the detection of acetone by use CH<sub>3</sub> radicals spectroscopic identification as well as determination of trinitrofenole (TNF) by detecting of the ground state NO releasing in result of photofragmentation. Gas-phase acetone and other ketons can be successfully applied as tracers in measurements of concentration and tempereature in atmosphere pressure flows, and in internal combustion engines. Trinitrofenole is prototypical molecule for decomposition of energetic materials such as trinitritoluene, detection of which found important military, scientific and environmental interests. The technique used for quantative detection of methyl radicals concentration in our experiment was based on the broadband ultraviolet absorption measurements. Ongoing developments the photofragmentation method will allow reliable detection of classes of organic compounds that share the same functional group and eject similar photofragments.

Laser-induced changes of ionization state of laser-ablation plasma. It has been observed that ions in the ablation plume play a key role in the thin layer formation process. In particular, the energy spectra of ions are known to effect essentially on the deposited film characteristics (type of crystal structure, crystal size, adhesion, etc.). High energetic ions are preferable for obtaining thin layers of good quality and desired structure at the room temperature of the substrate. For studies of these effects the reliable methods of the ionic density and the ion energy spectrum control are required. In particular, ion energy control is possible by the mechanism of ion acceleration in the field of intense  $CO_2$  laser beam through the inverse bremstrahlung process [7].

Resonance laser-induced photoionization technique may be also very useful for the management of ablation plume characteristics. In this context, the interaction of the excimer XeCl laser radiation ( $\lambda$ =308nm) with laser-ablated aluminum plume have been examined. The quantitative information on plasma parameters, like electron temperature, electron density, spatial and temporal evolution of charge species was obtained by combination of the laser-induced fluorescence (LIF), time-resolved optical emission spectroscopy (OES) and time-of-flight ion probe techniques. In order to enhance the ionization in the laser ablation plume two pulses one from Nd:YAG laser and another from XeCl laser were used for the ablation process. These experiments demonstrated that the two lasers together produced much more radiation than single pulses separately. The enhancement of ionization was also observed when the plume (not the target) was irradiated by 308 nm XeCl laser pulses. The most probable mechanism in this case was the resonant photoionization of the ablated Al atoms via intermediate  $3^{2}D_{3/2}$  level. The recombination of the formed ions led to populating the  $4s^2S_{1/2}$  level and increasing of the emission in lines at 396.15 and 394.4 nm originating from this level. The studies of the XeCl laser-induced emission at the AlI 396.15 nm line were performed. They included: (i) the measurements of temporal and spatial evolution of the AlI 396.15 nm line intensity dependent on the XeCl laser fluence and delays between pulses, (ii) the measurements of the ionization degree before and after XeCl laser action, (iii) the determination the spectral line width as a function of delay time.

Laser induced stimulation of endothermic reactions. The control of the relative contents and space-temporal structure of components in the laser ablation plasma is possible by variation of experimental conditions of its creation, in particular an area of an irradiated zone on a target surface as well as a power density of radiation, owing to change of efficiency of different physical and chemical reactions inside the plume. Other opportunity of controlling of the efficiency of chemical reactions in laser plasma can be realized by a stimulation of separate channels of reactions via reagent excitation. Excited particles (atoms, ions, molecule, radicals), not having high kinetic energies, can promote chemical reactions because of increased chemical activity. Thus the rate of chemical reaction depends not only on temperature, but also on the rate of formation and quenching of the particles. Under conditions of laser ablation plasma the processes of excited particles formation and the reactions between them should not be carried on place and time. In the present paper on example of oxidation reactions a role of excited reagents in plasma chemical kinetics and the opportunity of stimulation of reactions through fabricating of chemically active particles in result of selective laser excitation are investigated. As the results showed, in laser ablation plasmas of the titanium target in the air at normal pressure, the most probable channel of oxides formation are gas phase reactions of the ground state  $(a^3F)$  Ti atoms and low lying metastable  $a^5F$  and  $b^3F$  atoms. Reactions of Ti atoms in the  $a^5F$  and  $b^3F$  states, having a valence electronic configuration  $4s^13d^3$  are the most effective. If the rate constants of reactions Ti  $(a^3F) + O_2$  and Ti  $(a^5F) + O_2$  are accordingly  $1.5 \ 10^{-12}$  and  $13.5 \ 10^{-12} \ cm^3 s^{-1}$ [8], the rate constant for reaction of Ti atoms in the state  $b^3F$  can be estimated by the value of  $4.4 \ 10^{-9} \ cm^3 s^{-1}$ . The concentration of Ti  $(b^3F)$  atoms makes about 1/50 from the ground state atom concentration. Despite higher chemical activity, the contribution of high lying excited atoms to the formation of TiO molecules is insignificant owing to features of dynamics of the population of these states during plasma evolution. The high lying excited atoms quickly decay to the ground and low lying metastable levels before they fall on the space-time interval of effective oxidation.

The reaction stimulation is possible, in particular, by the additional pulse of laser radiation, acting on a target with the adjustable delay after the first laser pulse. So, in our experiments the action of the second Nd:YAG laser pulse, for example, resulted in increase of concentration of excited atoms in the reaction zone. Excitation of atoms led to increase of concentration of molecules TiO in the electronically excited states. It was also found out, that the reactions of excited Ti atoms resulted in the population of the greater number of electronic states of TiO and in higher vibrational levels. It should be also noted, that owing to endothermicity of the reaction of titanium with nitrogen , the chemical interaction of Ti atoms with nitrogen molecules in laser ablation plasma is complicated. Under our experimental conditions overcoming of a energetic threshold of reaction (approximately 4.86 eV) and the formation of TiN molecules in result of a gas phase reaction in the ablated plume was not observed in absence of the additional pulse. It was specified by absence of TiN emission in the region of band heads (613.86 and 617.37 nm) of the  ${}^{2}\Pi - X^{2}\Sigma^{+}$  system. Nevertheless, the stimulation of nitride formation was possible under conditions of increasing of excited Ti atoms concentration after acting of the second laser pulse on the target surface.

So, selective excitation of plasma species can be an effective way for development laseraided techniques of controlling physical and chemical processes in laser ablated plasmas.

**Abstract.** In the present paper processes of selective excitation, resonant photoionization and photofragmentation of molecules in laser ablation plasmas have been examined. The results obtained can be used in laser controlled production of ion beams for ion doping and epitaxy as well as for laser stimulation of endothermic chemical reactions by a preparation of excited reagents.

#### References

- A. Perez, P. Melinon, V. Dupuis, P.Jensen, B.Brevel, J. Tuaillon, L.Bardotti, C.Martet, M. Treilleux, M. Broyer, M. Pellarin, J.L. Vaille, B. Palpant and J. Lerme, *Cluster* assembled materials: a novel class of nanostructured solids with original structures and properties, J. Phys. D: Appl. Phys. 30 (1997), 709–721.
- [2] T.R. Fletcher, M. Recow, D. Rogge and D. Sammeth, Vaporization of nonvolatile and matrix-isolated molecules using a novel laser ablation technique, Appl. Spectroscopy 50 (1996), 19–27.

- [3] L.J.Radziemski, Review of selected analytical applications of laser plasmas and laser ablation, Microchem. J. 50 (1994), 218–234.
- [4] A. Ciucci, V. Palleschi, S. Rastelli, R. Barbini, F. Colao, R.Fantoni, A. Palucci, S. Ribezzo, H.J.L. van der Steen, *Trace pollutants analysis in soil by time-resolved laser-induced breakdown spectroscopy technique*, Appl. Phys. B63 (1997), 185–190.
- [5] V.S.Burakov, S.N.Raikov, N.V.Tarasenko, Laser absorption and fluorescence diagnostics of plasma, Journal of Applied Spectroscopy, 64 (1997), 293–303.
- [6] V.Swayambunatham, G.Singh, R.C. Sausa, Laser photofragmentation-fragment detection and pyrolis-laser-induced fluorescence studies on energetic materials, Appl. Opt. 38 (1999), 6447–6454.
- [7] O.A. Novodvorsky, O.D.Khramova, E.O.Filippova, C.Wenzel, J.W.Bartha, Energy distribution of ions in plasma formed by laser ablation of metallic Nb and Ta targets, Optics and lasers in engineering, 32 (1999), 449–456.
- [8] D.E. Clemmer, K.Honma, I. Koyano, Kinetics of excited-state Ti (a<sup>3</sup>F) depletion by NO, NO<sub>2</sub>, N<sub>2</sub>O, and N<sub>2</sub>, J. Phys. Chem. 97, (1993), 11480–11488.

## Исследование спектрально-люминесцентных свойств волоконных световодов, вытянутых из кварцевых гель-стёкол, легированных эрбием и неодимом

# В.Е.ГАЙШУН<sup>1</sup>, И.М.МЕЛЬНИЧЕНКО<sup>1</sup>, Я.А.ПОТАПЁНОК<sup>1</sup>, В.СТРЕК<sup>2</sup>, Е.ПАВЛИК<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Проблемная НИЛ, Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины ул. Советская. 104, 246019, Гомель,Беларусь Факс: + 375–232–576357; email:potapenok@gsu.unibel.by <sup>2</sup>Институт низких темпереатур и структурных иследований, Польская академия наук, Вроцлав, Польша <sup>3</sup>Институт акустики и телекоммуникации, Вроцлавский технический университет, Вроцлав, Польша

## Введение

Последние два десятилетия ознаменовались бурным развитием оптоэлектроники и техники связи, обусловленным прежде всего успехами в создании стекловолоконных световодов высокого качества. Вместе с тем первые же эксперименты со стекловолоконными световодами обнаружили чувствительность их характеристик к внешним воздействиям, таким как температура, химические свойства окружающей среды и т.д. Эти свойства световодов стали сразу же объектом пристального внимания физиков и инженеров, поскольку открылась перспектива построения принципиально нового класса измерительных приборов на основе волоконных световодов.

Источники и усилители на одномодовых волокнах можно построить на основе активных ионов, введённых в материал сердцевины волокна, например, кварца. В выполненных до сих пор работах внимание было сосредоточено на легировании лантаноидами, в частности, ионами неодима и эрбия. Первый из них обеспечивал усиление и генерацию в диапазонах 0.9, 1.06, 1.4 мкм, а второй — в диапазоне 1,55 мкм [1].

Одним из перспективных способов получения заготовок для вытяжки OBC является золь-гель метод, представляющий собой прямой переход золь-гель-стекло [2,3].

Для исследований были синтезированы образцы легированных эрбием и неодимом кварцевых гель-стекол с содержанием гидроксильных групп меньше 100 ppm, а также исследованы спектрально-люминесцентные и оптические свойства вытянутых из них волоконных световодов с диаметром сердцевины 125 мкм и толщиной оболочки 200 мкм.

## Материалы и методика эксперимента.

Легированные эрбием и неодимом кварцевые гель-стекла с пониженным содержанием  $OH^-$ -групп получают по золь-гель процессу, включающему следующие этапы: гидролиз тетраэтилортосиликата (ТЭОСа) в водно-спиртовой среде при следующем мольном соотношении компонент HCl:  $H_2O$ :  $C_2H_5OH$ :  $Si(OC_2H_5)_4 - 0,01$ : 15: 4, 6: 0, 43 до получения золя; диспергирование в золе аэросила марки Т-ЗО (фирмы Wacker Gmb.,  $\Phi P\Gamma$ ) на ультразвуковой установке УЗО-44-М1; очистку полученного золь-коллоида от механических примесей и грита методом центробежной сепарации при скорости вращения центрифуги 3000 об/мин, в течении 60 мин.; нейтрализацию среды водным раствором  $NH_3$ ; литьё жидкого шликера в формы из гидрофобного материала; гелеобразование; сушку в стационарных условиях при температуре 60°С. Высушенные гели далее прокаливались во фторсодержащей атмосфере, а затем пропитывались в растворе "безводного" спирта и солей эрбия или неодима. Окончательная термообработка проводилась в гелии до температуры 1350°С в течении 1 часа до получения стекла (рис.1) [4,5]. Из полученных гель-стекол были вытянуты кварцевые OBC, покрытые полимерной оболочкой.

На рис. 1 приведена схема установки, которая использовалась для исследования свойств кварцевых OBC, легированных ионами эрбия и неодима. При исследовании люминесценции в кварцевом волокне, легированном эрбием, возбуждение производилось полупроводниковым лазером с длиной волны 980 нм и мощностью 100 мВт.



Рис. 1: Схема установки для исследования свойств кварцевых ОВС

#### Результаты исследований.

Результаты измерений светопотерь в диапазоне длин волн 700-1700 нм в полученном кварцевом OBC, легированном ионами эрбия, приводятся на рис.2. Интенсивные полосы поглощения в областях около 550 нм и 1400–1500 нм соответствуют переходам  ${}^{4}I_{15/2} \rightarrow {}^{2}H_{11/2}$  и  ${}^{4}I_{13/2}$ .





Исследуемое волокно имеет высокое светоослабление в инфракрасной области спектра, которое может препятствовать усилению сигналов. Однако была предпринята попытка получить люминесценцию в полученном волокне. Чтобы получить высокую эффективность эмиссии, которая возможна для легированного эрбием волокна, был отобран полупроводниковый лазер с определенной полосой излучения ( $\lambda$ =980 нм) и мощностью 100 мВт. Лазерное излучение вводилось в исследуемое волокно длиной 0.5 м посредством специального микрообъектива (puc1). В результате была получена люминесценция в волокне в области около 1534 нм, которая также соответствовала переходу <sup>4</sup> $I_{13/2} \rightarrow {}^{4}I_{15/2}$  (puc.3). Полученный сигнал был очень слаб из-за сильного ослабления в области 1500 нм.



Рис. 3: Спектр люминесценции кварцевого OBC, легированного ионами эрбия  $(0,02 \text{мас.}\%), T_{\text{per.}} = 298^0 \text{K}$ 



Рис. 4: Оптические потери в кварцевом волокне, легированном ионами неодима

Рис. 5: Спектр люминесценции кварцевого OBC, легированного ионами неодима

Измерение светоослабления в волокне, легированном ионами неодима, проводилось в диапазоне 500–1800 нм (рис.4). Измеренный спектр характеризуется полосами поглощения неодима, следующими из характерных для него переходов. Волокно также имеет два пика, вызванных наличием ОН-групп в исследуемом волокне. Люминесценция в волокне, легированном ионами неодима, была получена при возбуждении аргоновым лазером. Этот спектр представлен на рис.5.

#### Заключение.

В результате проведённых исследований были синтезированы гельные кварцевые стекла, легированные эрбием и неодимом, с содержанием гидроксильных групп менее 100ppm, а также получены из них OBC и исследованы их спектрально-люминесцентные и оптические свойства. Получена люминесценция ионов  ${\rm Er}^{3+}$  в области 1550 нм и усиление сигнала в таком световоде. Изучена возможность применения таких световодов в качестве волоконных датчиков температуры и усилителей излучения ИК-диапазона.

Abstract. In this paper, we describe the preparation of rare-earth-doped silica-gel glasses and fibers and discuss spectral properties and emission characteristics of RE doped fibers. It is concluded that  $RE^{3+}$  doped silica glasses obtained by sol-gel technology may be suitable for optical amplifiers and another fiber optic applications.

## Литература

- [1] Оптоволоконные сенсоры. Принципы и компоненты. Под. ред. Дж.Дейкина, Б.Калшо, М., Мир, вып. 1, 1992, 438 с.
- [2] F.Wu, G.Puc, P.Foy, E.Snitzer, G.H.Sigel, Low-loss rare earth doped single-mode fiber by sol-gel method // Mat. Res. Bull., 28(1993), 637–644.
- [3] S.Sakka, Sol-gel synthesis of glasses: present and future // Bull., Amer. Ceram. Soc., 64(1985), №11, 1463–1466.
- [4] V.E. Gaishun, A.V. Semchenko, I.M. Melnichenko, O.I. Tulenkova Y.A.Potapenok, Solgel method preparation silica gel-glasses, doped trivalent rare-earth ions for fiber optics applications Lightguides and their applications, Vol.4239 (2000), p.11–14
- [5] Я.А.Потапенок, Золь-гель метод получения кварцевых стёкол, легированных эрбием, для применения в волоконной оптике, V Республиканская научная конференция студентов, магистрантов и аспирантов Республики Беларусь (НИРС-2000), материалы конференции, ч.5, Гродно, 2000г., с.361–364
- [6] W. Strek, E. Pawlik, P. Deren, A. Bednariewicz, J. Wojcik, V. E. Gaishun, G. I. Malashkevich, Optical properties of Nd<sup>3+</sup> doped silica fibers obtained by sol-gel method // Journal of Alloys and Compounds 300–301 (2000) 459–463.

# Планарный кольцевой регистр сдвига для цифровых систем оптической обработки информации

# А.М.Гончаренко, Г.В.Синицын, С.П.Апанасевич и А.В.Ляхнович

Отдел оптических проблем информатики НАН Беларуси Купревича, 1, корп. 2, 220141, Минск, Беларусь тел.: + 375 17 264-37-50; факс: + 375 17 264-37-50 e-mail: sinitsyn@optoinform.bas-net.by

Взаимное влияние близко расположенных бистабильных элементов, являющееся проявлением поперечных эффектов оптической бистабильности (ОБ), может послужить основой для разработки новых архитектурных решений в оптических системах обработки информации. Обнадеживающие результаты были получены в предыдущих исследованиях [1–3], в которых была продемонстрирована реализация элементарного звена сдвигового регистра. Таким образом, данная работа направлена на формирование задела для создания полностью оптических двумерных сдвиговых устройств, использующих возможности каналов передачи данных между процессорными элементами, размещенными в одной матрице, или, иными словами, для разработки вычислительных устройств с "поперечной" архитектурой.

Элементарным базовым элементом такого сдвигового процессора служит пара связанных за счет поперечного взаимодействия бистабильных пикселов. В дополнение к традиционному пути передачи информации к ОБ-пикселу сфокусированным пучком при наличии такой связи появляется возможность заполнения двумерной матрицы обрабатывающих элементов данными от соседних элементов, расположенных в той же плоскости. Для организации контролируемого сдвига цифрового сигнала от источника и приемнику необходимо и достаточно разместить между ними два промежуточных пиксела [1]. Такая цепь из четырех ячеек составляет элементарное звено регистра сдвига.

Ниже приведен пример экспериментальной реализации планарного кольцевого регистра сдвига с непрерывной циркуляцией информационных сигналов.

Простейшая кольцевая планарная цепь может быть образована двумя сдвиговыми регистрами, так что конечный приемный пиксел первого объединен с начальным пикселом второго, выполняющим функцию источника информации, а приемник второго регистра служит одновременно и источником первого. Таким образом, простейшее кольцевое планарное устройство должно включать в себя как минимум шесть пикселов. Расположение их может быть таким, например, как показано на рис. 1.а и рис. 2.а, то есть в форме шестиугольника.

Обозначим для определенности правый элемент в средней горизонтальной паре шестиугольника через P<sub>1</sub>, остальные пронумеруем по часовой стрелке. Пусть P<sub>1</sub> и P<sub>4</sub> будут базовыми элементами, т.е. источником и/или приемником данных, а остальные — промежуточными. Для осуществления операции сдвига временные последовательности, в соответствии с которыми модулируются интенсивности входных световых пучков, управляющих состоянием каждого пиксела, должны представлять собой трехфазный меандр с перекрытием в 1/3 длительности импульса. При этом каждая из трех фаз сигнала управляет одной парой противоположных (относительно центра шестиугольника)



Рис. 1: Снимки светового поля на выходе кольца на стадиях последовательной передачи единственного единичного бита, записанного в начальный момент времени в пиксел P<sub>1</sub>, по часовой стрелке.



Рис. 2: Стадии передачи по кольцу двух единичных битов. Базовые пикселы — Р<sub>1</sub> и Р<sub>4</sub>.

пикселов. Точные соотношения времен и интенсивностей выбираются в эксперименте по методике, подобно описанной в [4].

Кольцевой регистр исследовался экспериментально на образце тонкопленочного полупроводникового интерферометра с промежуточным слоем из ZnS и термооптической нелинейностью. Управляющие последовательности формировались пучками аргонового лазера, фокусируемыми в пикселы диаметром ~ 20 мкм на расстояниях ~ 40 мкм друг от друга. В общем случае соприкосновение или перекрытие пикселов, которое требуется для распространения волны переключения, не является необходимым при построении сдвиговых регистров. Взаимодействие, достаточное для передачи состояния от одного пиксела к другому, может быть обеспечено за счет "диффузии" нелинейных параметров среды в неосвещенную область. При этом необходимо лишь подрегулировать абсолютные значения управляющих мощностей лазерного излучения по сравнению со случаем взаимодействия посредством волн переключения. Кинетики прошедшей световой мощности регистрировались фотоприемниками для каждого элемента цепи, сигнал затем оцифровывался многоканальным АЦП и передавался в ПК. Одновременно изображение области ТПИ, в пределах которой разыгрывались информационные сдвиговые процессы, фиксировалось при помощи телевизионной камеры.

Снимки, представленные на рис. 1.b–g, демонстрируют работу кольцевой цепи сдвигового процессора в случае переноса одного единичного (источник P<sub>1</sub>) и одного нулевого (источник P<sub>4</sub>) битов на разных стадиях тактирования. рис. 2.b–g представляет результаты эксперимента в случае двух единичных начальных состояний в пикселах P<sub>1</sub> и P<sub>4</sub>. Следует отметить, что частота фиксации кадров для стадий, изображенных на рис. 2, в два раза выше, чем на рис. 1.

На рисунках видно, что на каждой стадии цикла передачи информации как минимум одна из пар противоположных пикселов была принудительно выключена, чтобы предотвратить неконтролируемое распространение волн переключения по всей структуре.



Рис. 3: Зарегистрированные кинетики выходных интенсивностей  $P_{1T}$ – $P_{6T}$  для каждого из пикселов  $P_1$ – $P_6$ , составляющих кольцевую структуру, при записи в пикселы  $P_1$  и  $P_4$  начальных состояний "1" и "0" (а) и обеих единиц (b), соответственно.

Временные зависимости мощностей прошедшего светового сигнала для каждого пиксела кольца представлены на рис. 3. На переднем склоне каждого импульса заметно проявление переходных процессов, соответствующих перетеканию включенного состояния от соседнего пиксела, аналогичных проявлению волны переключения. Длительности полного цикла сдвига записанного бита по всему кольцу в эксперименте варьировались в пределах от 5 до 50 мс. Достижимое быстродействие зависит, как известно, от временных констант нелинейной среды, а также от характера межпиксельного взаимодействия. При использовании материалов со скоростными механизмами нелинейности вполне достижимы длительности цикла до  $10^{-10} - 10^{-11}$  с.

Построена также численная модель многоэлементных цепей в плоскости оптически бистабильного слоя. В ее основу была положена разработанная ранее [2] система связанных уравнений для светового поля в пространстве между зеркалами интерферометра Фабри-Перо и уравнений, описывающих поперечное взаимодействие соседних областей интерферометра за счет диффузии нелинейных параметров среды промежуточного слоя. При этом численная модель сохранила одно из главных преимуществ выбранного подхода к описанию явления — универсальность по отношению к механизму нелинейности.

Пикселы традиционно моделировались пучками с гауссовым распределением интенсивности. Размер их приводился в соответствие с реальными возможностями фокусировки и выбранными параметрами диффузии нелинейности среды. Соответственно, степень поперечной связи регулировалась изменением расстояния между пикселами.

Расширение модели на случай простейшей замкнутой цепи проводилось исходя из следующих соображений. Во-первых, цепь должна состоять из количества пикселов, позволяющего образовать целое число элементарных сдвиговых звеньев, т.е. кратного трем. Минимальное количество, равное шести, образует два канала управляемой передачи данных в структуре при двух базовых элементах хранения. Во-вторых, размеры кольцевой структуры должны быть согласованы с характерной длиной диффузии, чтобы, обеспечивая перенос состояния между соседними пикселами, максимально ограничить взаимодействие с более удаленными элементами кольца. Очевидно, что в отличие от случая линейного расположения пикселов [2] требования на их размещение в кольцевой структуре становятся более жесткими, поскольку каждый элемент работает в более плотном окружении. Соответственно, сужается и диапазон допустимых значений управляющих интенсивностей. Тактирование операции сдвига осуществлялось, как и в эксперименте, трехфазными импульсными последовательностями, перекрывающимися на 1/3 периода.

Численно были промоделированы все варианты переноса информационных состояний цифрового сигнала, т.е. комбинации нулевого и единичного значений, предварительно записываемых в базовые элементы цепочки, и направления циркуляции информационных битов по кольцевому регистру. Строго говоря, вследствие симметрии цепи разница между базовыми и промежуточными пикселами определяется лишь в момент прекращения тактирования сдвига или фиксации информации для обработки, либо передачи посредством световых пучков к другой матрице. Такая особенность может обеспечить дополнительную гибкость планарным цепям при разработке архитектурных решений устройств обработки информации.

В заключение отметим, что поскольку каждый из составляющих кольцевую структуру пикселов может преобразовывать данные, т.е. выполнять над ними логические и арифметические операции, то такая структура способна осуществлять обработку информации в процессе ее циркуляции. Данное свойство может, вероятно, оказаться перспективным для разработки нетрадиционных вычислительных алгоритмов и архитектур.

Практическое применение в реальных системах планарной обработки данных могут найти не только нелинейные и бистабильные интерферометры, но и массивы так называемых "smart pixels", а также матрицы работающих вблизи порога генерации лазеров с вертикальным резонатором. Поперечная связь оптическими методами может быть создана в рамках таких структур за счет полупрозрачных зеркал, возвращающих часть излучаемого света к ближайшим соседним элементам матрицы.

## Литература

- G.V.Sinitsyn, S.P.Apanasevich, A.V.Lyakhnovich, F.V.Karpushko, SPIE series, Vol.1806, (1993), 559–565.
- [2] G.V.Sinitsyn, F.V.Karpushko, S.P.Apanasevich, et al., Optical Computing, Inst. of Phys. Conf. Series, No.139, (1995), 105–108.
- [3] G.V.Sinitsyn, F.V.Karpushko, A.M.Goncharenko, et al., 1996 Int. Topical Meeting on Optical Computing, April 21-25, 1996, Sendai, Japan, Technical digest v.1, (1996), 214– 215.
- [4] A.M.Goncharenko, G.V.Sinitsyn, A.V.Lyakhnovich, S.P.Apanasevich, A.A.Dokutovich, Dynamics of 2D optical patterns in a bistable semiconductor layer and design of ring all-optical planar circuits, SPIE series, Vol.4089, (2000), 948–957.

# To the theory of ultrashort spatiotemporal solitons

## A.M.GONCHARENKO, I.L.GARANOVICH

Division for Optical Problems in Information Technologies, National Academy of Sciences of Belarus Phone / FAX: 375 (17) 264-37-50 E-mail: Goncharenko@optoinform.bas-net.by

# 1. Introduction

Spontaneous symmetry breaking that results in formation of light patterns in transversely homogeneous nonlinear optical systems has attracted substantial research interest because they hold a promise of ultrafast all-optical switching and controlling light by light. Analysis of soliton interactions seems to be important for realizing all-optical nonlinear switching because solitons are expected to interact (attract, repel, etc.) as effective particles. These investigations began with radiation self-focusing in the form of self-trapping, or spatial solitons when diffractive spread of a propagating beam is compensated by its focusing with a nonlinear medium. Spatial solitons for example in a Kerr medium were found to be unstable. Temporal solitons in nonlinear optical fibers were shown to have high application potential [11]. Recently, the situation has changed. An idea of spatial-temporal solitons (light bullets) was suggested for a homogeneous medium with self-focusing nonlinearity and anomalous dispersion [1]. Although (2+1)-dimensional solitons of a pure Kerr medium are unstable and cannot be employed for soliton switching, recent experimental discoveries of stable (2+1)-dimensional solitons in different nonlinear media initiated the experimental study of three-dimensional interactions between solitary beams [2-5]. It was shown that the collapse suppression as a result of resonant parametric interaction is possible even in media with purely cubic (Kerr) nonlinearity [6]. Recently, two-dimensional spatial-temporal soliton solutions to the (2+1)-dimensional modified nonlinear Schrödinger equation, were derived. These solutions in the context of nonlinear optics constitute new dark light bullets which can be observed in real experiments since they are stable against the wave collapse. (3+1)dimension optical spatial-temporal solitons called light bullets can be formed in nonlinear media under the influence of the powerful ultrashort laser pulses. There is no analytic description for such solitons. Dynamics of their formation and their properties are determined by numerical solutions of suitable nonlinear equations. When numerically simulating, soliton pulses of constant in space and time profile are usually considered. This is a very particular case of light bullets. Constant solitons may be compared with constant light beams in non-homogeneous waveguides [8]. But the constant beam in a waveguide is a very particular case permitting observation only at specific conditions. The general case is the light beam of periodically alternating transverse dimension. In the same way, light soliton must exist in general case in the form of an oscillating in space and time pulse. But numerical simulating of such a periodical soliton is very difficult to carry out. On the other hand, the spatialtemporal profile of light bullets is not sharp shaped. Numerical simulations of the profile of constant solitons show that they have a bell-like shape reminding the basic Gaussian function. Starting from this fact, we have tried to use the Gaussian functions when analyzing light bullet properties.

## 2. Light Bullets in Kerr Nonlinear Medium

The field envelope of a spatial-temporal light pulse obeys the following nonlinear equation [1,8]

$$\frac{\partial E}{\partial z} + \frac{i}{2k_0} \Delta_{\perp} E + \frac{i}{2} k_2 \frac{\partial^2 E}{\partial \eta^2} + i \frac{\Delta k^2}{2k_0} E = 0 , \qquad (1)$$

where  $E = A_0 \Psi(x, y, z, t)$ . We will use the notation:  $k_0$  represents a propagation constant of undisturbed medium;  $\Delta_{\perp}$  stands for the transverse Laplacian;  $k_2 = d^2 k / d\omega^2$  denotes a medium dispersion;  $\eta = t - z/u$ , where u is the group velocity;  $\Delta k^2$  designates a nonlinear addition to the constant of propagation. In the case of Kerr nonlinearity

$$\frac{\Delta k^2}{2k_0} = k_0 \ \Delta n = k_0 \ \beta_0 \ \mid E \mid^2 = k_0 \ \beta_0 \ A_0^2 \ \mid \Psi \mid^2 = \alpha \ \mid \Psi \mid^2 \ .$$

At numerically simulating the light bullet properties we will assume that the Kerr local nonlinearity is just the most suitable one for description of the almost instantaneous interaction of a light bullet with the medium. Other nonlinearities have finite time of response and cannot determine properties of squeezed, in space and time, light bullets. In is known that in the Kerr nonlinear media only 1-dimensional solitons are stable. Nevertheless, soliton squeezing process takes finite time. Estimation of the collapse time shows that because the light bullet is an ultrashort pulse there is not enough time for a soliton collapse to occur.

Let us introduce new variables in eq. (1):

$$x' = x\sqrt{2k_2}, \ y' = y\sqrt{2k_0}, \ \eta' = \eta\sqrt{2/k_2},$$
 (2)

then it takes on the form

$$\frac{\partial\Psi}{\partial z} + i \frac{\partial^2\Psi}{\partial x'^2} + i \frac{\partial^2\Psi}{\partial y'^2} + i \frac{\partial^2\Psi}{\partial \eta'^2} + i\alpha |\Psi|^2 \Psi = 0.$$
(3)

It is obvious that eq. (3) is symmetrical with respect to the coordinates  $x', y', \eta'$ . Taking this into account, we can use the spherical coordinate system in which  $\rho = \sqrt{x'^2 + y'^2 + \eta^2}$ . Let us consider only a radial dependence of a soliton when

$$\Delta = \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho^2 \frac{\partial}{\partial \rho}$$

then eq. (3) will assume the form

$$\frac{\partial \Psi}{\partial z} + i\Delta \Psi + i\alpha |\Psi|^2 \Psi = 0.$$
(4)

Let us try to find a solution in the form

$$\Psi = exp(i\gamma_1 - \gamma_2 - \frac{\rho^2}{f\rho_0^2} + i\frac{\rho^2}{g\rho_0^2}), \qquad (5)$$

where  $\gamma_1 \gamma_2$ , f, g are some unknown functions of z. Because basic nonlinear effects are induced in the neighborhood of the maximum of the pulse we can obtain an approximate form

$$|\Psi|^2 = 1 - 2\gamma_2 - 2\frac{\rho^2}{f\rho_0^2}$$
 (6)

Substituting (5) and (6) into eq. (4), we arrive at the following system

$$\gamma_1' - 6 \frac{1}{f \rho_0^2} + \alpha - 2\alpha \gamma_2 = 0, \qquad (7)$$

$$\gamma_2' + 6 \frac{1}{g \rho_0^2} = 0 , \qquad (8)$$

$$\frac{f'}{f} + 8 \frac{1}{g \rho_0^2} = 0 , \qquad (9)$$

$$\frac{g'}{g} - 4\frac{1}{f^2\rho_0^2} + 4\frac{1}{g^2\rho_0^2} + 2\alpha\frac{1}{f} = 0, \qquad (10)$$

where the prime stands for the derivative in z. Eqs. (7) and (8) determine the amplitude and phase z-dependence, whereas eqs. (9) and (10) prescribe a spacial-temporal form of the light bullet. After eliminating the g(z), eqs. (9) and (10) give

$$2f'' = \frac{f'^2}{f} + \frac{64}{\rho_0^4} \left(\frac{1}{f} - \delta\right), \tag{11}$$

where  $\delta = \frac{1}{2} \rho_0^2 \alpha$ . Substitution  $f'^2 = U(f)$  leads eq. (11) to

$$\frac{dU}{df} = \frac{1}{f} U(f) + \frac{64}{\rho_0^4} \left(\frac{1}{f} - \delta\right).$$
(12)

This equation is well known in mathematics [12] and a solution to it is

$$U(f) = \frac{64}{\rho_0^4} \left( c f - 1 - \delta f \ln f \right).$$
(13)

Thus, for the function f(z) we will have the equation

$$\frac{df}{dz} = \pm \frac{8}{\rho_0^2} \left( c \ f \ -1 \ - \ \delta \ f \ \ln f \ \right)^{1/2} \,. \tag{14}$$

To define the constant of integration we require that  $f(z=0) = f_0$ , and f'(z=0) = 0. As a result we obtain

$$\frac{df}{dz} = \pm \frac{8}{\rho_0^2 \sqrt{f_0}} \left( f - f_0 - \delta f_0 f \ln \frac{f}{f_0} \right)^{1/2}.$$
(15)

Unfortunately, there is no solution to eq. (15) in terms of known (elementary or transcendental) functions. Nevertheless, it enables us to describe some basic spatial-temporal peculiarities of the soliton pulse. In particular, from (15) it follows that there exists an inflection point where the equality

$$f(z) = f_c = f_0 \exp\left(\frac{1 - \delta f_0}{\delta f_0}\right).$$
(16)

Consequently, the function f(z) varies within finite limits. The variation limits are determined by a function

$$F(f) = f - f_0 - \delta f_0 f \ln \frac{f}{f_0}, \qquad (17)$$

which according to (15) is to be more than zero or equal to zero.

Approximate graphics of F(f) are given at Fig. 1a,b,c:



Figure 1: Function F(f).

At Fig 1a  $f_0 = 1, \delta = 5$ ; At Fig 1b  $f_0 = 1, \delta = 1$ ; At Fig 1c  $f_0 = 1, \delta = 0, 5$ .

Function f(z) varies over the interval between the points at which F(f) = 0. The point of inflection  $f(z) = f_c$  coincides with the point of the maximum of the function F(f). It follows from the figures that if  $f_c < f_0$  then f(z) varies within the limits  $f_{min.} \le f \le f_0$ , providing that  $\delta f_0 \ge 1$ . This means that the spatial size of the light bullet ranges from from  $f_0$  at z = 0 to  $f_{min.}$  at z > 0, and then again increases to  $f_0$  and so on. Under condition  $f_c > f_0$  (  $\delta f_0 < 1$ ) the spatial size ranges from  $f_0$  at z = 0 to  $f_{max.}$  and so on. If  $f_c = f_0$  ( $\delta f_0 = 1$ ) then f(z) = const. Just only in in this case, we have a constant soliton pulse – constant light bullet. From the figures and everything stated above it also follows that the minimal size of the soliton can tend to zero when increasing the amplitude of the pulse or the nonlinearity of the medium. This means that the soliton collapse is possible. But anyway, the constant pulse existing under condition  $f_0 = f_c$  will be switched to oscillation mode with a varying parameter  $\delta$ .

The total energy of the constant light bullet

$$W = \epsilon \pi^{3/2} k_0^{-3/2} \beta_0^{-3/2} A_0^{-1}$$
(18)

decreases with the amplitude  $A_0$  increasing. It does not contradict with physics because its size

$$C_0 = \rho_0 \sqrt{f_0} = \sqrt{\frac{1}{k_0 \beta_0}} A_0^{-1} .$$
(19)

decreases when  $A_0$  increases. This reflects the fact that the narrower is such a soliton the less is its volume and the less energy is required for it to collapse.

For the oscillating light bullet the total energy is

$$W = \epsilon \ 2^{-3/2} \ (\pi f_0)^{3/2} \ \rho_0^3 \ A_0^2 \ , \tag{20}$$

where W = const and

$$A(z) = A_0 \left(\frac{f_0}{f}\right)^{3/4}.$$
(21)

Consequently, for a soliton squeezing  $(f < f_0)$  amplitude obeys  $A(z) > A_0$ , and for a spreading  $(f > f_0)$  it obeys  $A(z) < A_0$ .

## 3. Conclusion

In this report we have analyzed relevant properties of light bullets in Kerr nonlinear medium. It is shown that the light bullets oscillate both in space and time . The type of nonlinearity and the collapse problem are discussed too. Our approach can be readily extended to analyzing the dynamics of light bullets in different nonlinear media. **Abstract.** Gaussian functions are used to investigate properties of light bullets in Kerr nonlinear media. It is shown that the light bullets oscillate in space and time. The type of the nonlinearity and the collapse problem are discussed.

#### References

- [1] Y. Silberberg, Opt. Lett., **15**, 1282–1284 (1990).
- [2] W.E. Torruellas, Z. Wang, D.J. Hagan, E.W. Van Stryland, G.I. Stegeman, L. Torner, and C.R. Menyuk, Phys. Rev. Lett. 74, 5036 (1995).
- [3] G.C. Duree, J.L. Sultz, G.J. Salamo, M. Segev, A.Yariv, B. Crosignani, P. Di Porto, E.J. Sharp, and R.R. Neurgaonkar, Phys. Rev. Lett. 71, 553 (1993).
- [4] V. Tikhonenko, J. Christou, and B. Luther-Davies, J. Opt. Soc. Am. B 12, 2046 (1995).
- [5] V. Tikhonenko, J. Christou, and B. Luther-Davies, Phys. Rev. Lett. 76, 2698 (1995).
- [6] A.V. Buryak, V.U. Steblina, R.A. Sammut et al, Opt. Lett., 24, 1859 (1999).
- [7] C. Polymilis et al, Opt. Soc. Am. B 18, 75, (2001).
- [8] N.A. Kalitievsky et al, Opt. and Spectr., 85, 533 (1998).
- [9] A.M. Goncharenko, Vesci NAN B, No 3, 44 (1999).
- [10] A.W. Snyder, D.Y. Mithell, Science, 276, 1538 (1997).
- [11] E. Wolf, Progress in optics XXXV. Transverse patterns in wide-aperture nonlinear optical systems. By N. Rosanov, 1996.

# Absorption of Far-Infrared Electromagnetic Radiation by Disperse Systems with Metallic Inclusions

# $\frac{L.G.GRECHKO^{1}}{K.W.WHITES^{3}}, A.O.PINCHUK^{1}, YU.O.GONCHAROOK^{2}, V.N.MAL'NEV^{2} \text{ and } K.W.WHITES^{3}$

<sup>1</sup>Institute of Surface Chemistry of the Ukrainian National Academy of Science, general Naumov street 17, Kyiv 164, 03164 Ukraine
e-mail: user@surfchem.kiev.ua
<sup>2</sup>Kyiv T. Shevchenko National University Department of Physics, Prospect Glushkova 6, Kyiv 143, 03143 Ukraine;
email: vmal@mail.univ.kiev.ua
<sup>3</sup>Department of Electrical Engineering, University of Kentucky
453 Anderson Hall, Lexington, KY 40506-0046 USA
email: whites@engr.uky.edu

## Abstracts

The calculation procedure of far-infrared absorption by composites with metallic inclusions is proposed. The calculated absorption spectra of Pd - KCl composite in the far-infrared region are in a good agreement with experimental data.

## 1. Introduction

The anomalous far-infrared FIR absorption by small metal particles has been a puzzling problem for a long time [1]-[6]. Despite the classical effective medium theories give a correct description of light scattering and absorption by small metal particles in the visible frequency region, they predict too small FIR absorption [1]-[5]. Many theoretical approaches have been proposed to explain this phenomenon, including effects of coating the particle surfaces, clustering of individual particles into needle-shaped structures [4], quantum size effects, direct coupling of external electric fields to phonons through unscreened surface ions in the small particles [5]. Nevertheless, all these approaches could not explain the above phenomenon and the problem of FIR absorption in small metal particles has been remained a "mystery" [4].

In this study we show that the above phenomenon can be explained if we will take into account the fact that the wavelength in metallic inclusions is reduced due to a large dielectric permeability of the metallic inclusions. Therefore, we have modified the classical Maxwell-Garnet approximation (MGT) for a dilute suspension of small metallic particles. Our numerical calculations of the absorption coefficient of random small metal particle composite are in good agreement with the experimental results [3]. Furthermore, we have derived the expression connecting the maximum of the absorption coefficient with the radius of metallic inclusions.

#### 2. Theory

The classical Maxwell-Garnet theory gives for the effective dielectric permeability  $\tilde{\varepsilon}$  of the metal-dielectric composites with small spherical metallic inclusions the following expression [1]-[4]

$$\frac{\tilde{\varepsilon} - \varepsilon}{\tilde{\varepsilon} + 2\varepsilon} = f \frac{\varepsilon_p - \varepsilon}{\varepsilon_p + 2\varepsilon} \tag{1}$$

where  $\varepsilon$  is the dielectric permeability of the matrix,  $\varepsilon_p$  is the dielectric permeability of the metallic inclusions, f is the inclusions concentration.

Note that direct calculation of effective dielectric permittivity of composites with high conductive metallic inclusions  $\sigma_p \sim 10^{17} \cdot 10^{18} \text{ s}^{-1}$  using equation (1) is not valid in the FIR  $\nu \sim (1-100) \text{ cm}^{-1}$ . In this case we have

$$\begin{array}{l}
a/\lambda \quad \langle \langle 1 \\
a/\lambda_p \quad \ge \quad 1
\end{array}$$
(2)

were a is the radius of metal particles,  $\lambda$  is the wavelength of incident radiation,  $\lambda_p$  is the wavelength in the metallic particles.

To modify MGT approximation in the case of high conductive metallic inclusions it is necessary to analyze more accurately the process of interaction of electromagnetic radiation with spherical particle of radius *a* using Mie theory. For this purpose let us consider the homogeneous dielectric matrix with real dielectric constant  $\varepsilon$  and the electrically small metallic spherical inclusions with complex dielectric permittivity  $\varepsilon_p$ . The scattering cross-section of an isolated sphere is given by the following expression

$$Q_{sca} = \frac{2\pi}{k^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1)(|a_n|^2 + |b_n|^2)$$
(3)

here k is the wave vector of the incident wave. The coefficients  $a_n$  and  $b_n$  have the form

$$a_{n} = \frac{m\psi_{n}'(x)\psi_{n}(mx) - \psi_{n}'(mx)\psi_{n}(x)}{m\xi_{n}'(x)\psi_{n}(mx) - \psi_{n}'(mx)\xi_{n}(x)}$$
(4)

$$b_n = \frac{\psi'_n(x)\psi_n(mx) - m\psi'_n(mx)\psi_n(x)}{\xi'_n(x)\psi_n(mx) - m\psi'_n(mx)\xi_n(x)}$$
(5)

$$x = ka = \frac{2piNa}{\lambda} \tag{6}$$

$$m = \frac{N_p}{N} \tag{7}$$

were x is the diffraction parameter, N is the refractive index of the matrix,  $N_p$  is the refractive index of the particle,  $\mu_p$  is the magnetic permeability of the particle,  $\mu$  is the magnetic permeability of the matrix,  $\psi_n, \xi_n$  are Riccati -Bessel functions. In case of high conductive metallic particle the coefficient  $b_1$  may have the same order as the coefficient  $a_1$ , while the terms  $a_2$ ,  $b_2$  and all others can be neglected. To find the coefficients  $a_1$  and  $b_1$  it is necessary to expend the expressions (4) in series in x, confining the first terms (precision up to  $x^5$ ). After a series of manipulations we have the expressions for the coefficients

$$a_{1} = \frac{2}{3i} x^{3} \frac{1 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{p}} g(mx)}{1 + 2\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{p}} g(mx)} + O(x^{5}) q$$

$$\tag{8}$$

$$b_1 = \frac{2}{3i} x^3 \frac{1 - \frac{\mu}{\mu_p} g(mx)}{1 + 2\frac{\mu}{\mu_p} g(mx)} + O(x^5)$$
(9)

were

$$g(mx) = \frac{mx}{2} \frac{\psi_1'(mx)}{\psi_1(mx)} = \frac{1}{2} \frac{\left[(mx)^2 - 1\right]\sin(mx) + mx\cos(mx)}{\sin(mx) - mx\cos(mx)}$$

The Eq.(8-9) have an appropriate form

$$a_1 = \frac{2}{3i} x^3 \frac{\varepsilon_p F(mx) - \varepsilon}{\varepsilon_p F(mx) + 2\varepsilon} + O\left(x^5\right)$$
(10)

$$b_1 = \frac{2}{3i} x^3 \frac{\mu_p F(mx) - \mu}{\mu_p F(mx) + 2\mu} + O\left(x^5\right)$$
(11)

were the function F(z) is

$$F(z) = 2 \frac{\sin(z) - z\cos(z)}{(z^2 - 1)\sin(z) + z\cos(z)}$$
(12)

herewith  $z \to 0, F(z) \to 1$ .

The coefficients  $a_1$  and  $b_1$  at  $|mx| \ll 1$  and  $|x| \ll 1$  turn to

$$a_1 \to \frac{2}{3i} x^3 \frac{\varepsilon_p - \varepsilon}{\varepsilon_p + 2\varepsilon} + O\left(x^5\right) \tag{13}$$

$$b_1 \to \frac{2}{3i} x^3 \frac{\mu_p - \mu}{\mu_p + 2\mu} + O\left(x^5\right)$$
 (14)

In this case the coefficients  $a_1$  and  $b_1$  have the same order. The coefficient  $a_1$  represents the electric dipole interaction with the particle, while the coefficient  $b_1$  is related to the magnetic dipole interaction. For the nonmagnetic media  $\mu = \mu_p = 1$ , and then  $b_1 \to 0$ . Now comparing the equations (6) and (7) we can see, that the behavior of spherical metallic particle in electromagnetic field can be considered as one having the dielectric permittivity  $\bar{\varepsilon}_p(\omega)$  and magnetic  $\bar{\mu}_p(\omega)$  permeability

$$\bar{\varepsilon}_p(\omega) = \varepsilon_p(\omega) F(mx) \tag{15}$$

$$\bar{\mu}_p(\omega) = \mu_p(\omega) F(mx) \tag{16}$$

Thus, substituting the renormalised expressions  $\bar{\varepsilon}_p(\omega)$  and  $\bar{\mu}_p(\omega)$  into Eq. (1) we can correctly calculate the effective permittivity and permeability of the composite medium in the following approximation

$$\frac{\tilde{\varepsilon} - \varepsilon}{\tilde{\varepsilon} + 2\varepsilon} = f \frac{\bar{\varepsilon}_p - \varepsilon}{\bar{\varepsilon}_p + 2\varepsilon} \tag{17}$$

$$\frac{\tilde{\mu} - \mu}{\tilde{\mu} + 2\mu} = f \frac{\bar{\mu}_p - \mu}{\bar{\mu}_p + 2\mu} \tag{18}$$

Together with the expression for the absorption coefficient

$$\alpha = \frac{2\omega}{c} Im \sqrt{\tilde{\varepsilon}(\omega)\tilde{\mu}(\omega)}$$
(19)

the expressions Eq.(15)-Eq.(19) give the complete solution of the problem of the FIR absorption of electromagnetic waves by the composites with high conductive spherical metallic inclusions.

#### 3. Numerical calculations and discussion

The complex permittivity for metallic inclusions has the following form

$$\varepsilon_p = \varepsilon'_p + i\frac{4\pi\sigma}{\omega} = \varepsilon'_p + i\varepsilon''_p \tag{20}$$

where  $\sigma$  is the conductivity of metallic inclusions.

In the FIR  $\omega \sim (1 \div 100) cm^{-1}$  the value  $\sigma$  practically does not depend on the frequency and nearly equals to  $\sigma_0$ . Moreover, the imaginary part of the permittivity  $\varepsilon''_p$  increases with frequency decreasing, and thus, we can neglect the real part of the permittivity  $\varepsilon'_p$ 

$$\varepsilon_p = i \frac{4\pi\sigma_0}{\omega} = ip \tag{21}$$

Taking into account a skin depth for metallic particles

$$\delta = \frac{c}{\sqrt{2\pi\mu_p \sigma\omega}} \tag{22}$$

we can write for nonmagnetic inclusions

$$mx = \frac{r}{2}(1+i) \tag{23}$$

were  $r = 2a/\delta$  is a parameter of the theory. We further assume that we have a nonmagnetic matrix  $\mu = 1$ . Using equations (17-22) we have

$$\tilde{\varepsilon}(\omega) = \varepsilon \left(1 + \frac{3f\varepsilon}{\alpha_E^{-1} - f}\right) \tag{24}$$

$$\tilde{\mu}(\omega) = (1 + \frac{3f}{\alpha_M^{-1} - f})$$
(25)

here

$$\alpha_E = \frac{1 - \frac{\varepsilon}{2\varepsilon_p} [H(mx) - 1]}{1 + \frac{\varepsilon}{\varepsilon_p} [H(mx) - 1]}$$
(26)

$$\alpha_M = \frac{1 - \frac{1}{2\mu_p} [H(mx) - 1]}{1 + \frac{1}{\mu_p} [H(mx) - 1]}$$
(27)

$$H_z = \frac{z^2}{1 - zctg(z)} \tag{28}$$

were the following function was introduced for a convenience

$$F(z)^{-1} = \frac{1}{2}(H(z) - 1)$$
(29)

Dividing here the real and imaginary parts we have in the case of low concentration f << 0.1

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon_m [(1 + 3f - \frac{9fD\varepsilon_p}{2p}) + i\frac{9fC\varepsilon_p}{2p}]$$
(30)

$$\tilde{\mu} = \left[ (1 + 3f - \frac{9f(C+1+iD)}{2(C+1)^2 + D^2}) \right]$$
(31)

were

$$H^{-1}(r) = A(r) + iB(r)$$
(32)

$$D = -\frac{B}{A^2 + B^2} \tag{33}$$

$$C = \frac{A}{A^2 + B^2} - 1 \tag{34}$$

$$B(r) = -\frac{2}{r^2} - \frac{1}{r} \left(\frac{sh(r) + sin(r)}{ch(r) - cos(r)}\right)$$
(35)

$$A(r) = \frac{1}{r} \left( \frac{sh(r) - sin(r)}{ch(r) - cos(r)} \right)$$
(36)

In this approximation from Eqs.(19,27) we obtain

$$\alpha = \frac{9\pi f}{\lambda} \sqrt{\varepsilon_p} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_p} \left[\frac{B}{A^2 + B^2} - 1\right] + A\right) \tag{37}$$

The Eq. (??) determines the magnitude of absorption as a function of incident wavelength ( $\lambda = 2\pi c/\omega$ ) and the parameters of the system f, a and  $\sigma$ . On Figs.[1,2] the numerical calculations of FIR absorption coefficient as a function of the wavelength are shown for Pdparticles with a radius  $a = 1\mu m$  embedded in KCl matrix. The calculations were performed using Eq.(37). The calculated curves are in good agreement with experimental results taken from [3]. From Eq.(37) a very important condition follows, relating the wavelength  $\lambda_0$ , conductivity of the particles  $\sigma_0$  and their size  $a_0$  at the point  $r_0$ 

$$a_0^2 \sigma_0 \approx \frac{r_0^2 \lambda_0}{4\pi} \approx 5 * 10^{-3} \lambda_0 \tag{38}$$

i.e. the maximum of the absorption coefficient  $\alpha(\lambda, \sigma, a)$  at fixed wavelength  $\lambda_0$  is reached with those values  $\sigma_0$  and  $a_0$ , which satisfy the relation (38). Thus, from (38) we can obtain the radius of the particles which have the maximum absorption coefficient at a given wavelength. On the Fig.[3] the calculated absorption coefficient for the composite with filling coefficient f = 0.01 the wavelength  $\omega = 70 sm^{-1}$  as a function of radii of metallic inclusions and their conductivity is shown. The calculated absorption coefficient  $\alpha$  of a composite with metallic inclusions as a function of the particle conductivity  $\sigma$  and the wavelength $\omega$  is shown on Fig.[4]. As can be seen from these calculations the maximum of the absorption coefficient is shifted with increasing the radii of the metallic particles.

Thus, we have showed that the anomalous FIR absorption in small metallic particles can be explained by the account of the wavelength dependence of the permittivity of metallic particles. The modified Maxwell-Garnet approximation (MGT) for a dilute suspension of small metallic particles correctly predicts the value of FIR absorption. Finally, we have obtained the expression connecting the maximum of the absorption coefficient with the radius of metallic inclusions.

#### References

- D.B.Tanner, A.J.Sievers and R.A.Buhrgman, Far-infrared absorption in small metallic particles, Phys. Rev. B, vol. 11, (1975), 1330-1341.
- [2] G.L.Carr, R.L.Henry, N.E.Russel, J.C.Garland and D.B.Tanner, Anomalous far-infrared absorption in random small-particle composites, Phys. Rev. B, vol. 24, (1981), 777-785.
- [3] N.E.Russel, J.C.Garland and D.B.J.C.Tanner and D.B.Tanner, *Absorption of far-infrared radiation by random metal particle composites*, Phys. Rev. B, vol. 23, (1981), 623-639.
- P.N.Sen, D.B.Tanner, Far-infrared absorption by fine-metal-particle composites, Phys. Rev. B, vol. 26, (1982), 3582-3587.
- [5] Y.H.Kim, D.B.J.C.Tanner and D.B.Tanner, Far-infrared absorption by aliminium small particles, Phys. Rev. B, vol. 39, (1989), 3585-3589.
- [6] W.Lamb, D.M.Wood and N.A.Ashcroft J., Long-wavelenth electromagnetic propagation in heterogeneous media, Phys. Rev. B, vol. 21, (1980), 2248-2266.

Анализ киральных рассеивателей методом интегральных уравнений

## В.И.ДЕМИДЧИК, П.Д.КУХАРЧИК, Р.В.КОРНЕВ

В настоящее время наблюдается повышенный интерес к изучению электромагнитных процессов в микроволновом диапазоне в киральных средах. Это связано прежде всего со специфическими свойствами рассеяния электромагнитных волн на объектах с киральными включениями. Такими включениями чаще всего являются маленькие металлические или керамические спирали, хаотично распределенные в диэлектрике. Определение электродинамических параметров таких сред представляет собой сложную задачу, которая требует знания микроволновых характеристик отдельных киральных элементов.



Рис. 1: Система киральных частиц

В данной работе рассмотрена задача моделирования характеристик рассеяния кирального элемента в виде витка спирали с подключенными прямолинейными проводниками и исследования взаимодействия системы таких частиц. Геометрия показана на рис. 1. Падающая волна распространяется вдоль луча, определяемого углами  $\Theta_0$  и  $\phi_0$ сферической системы координат, а вектор электрического поля падающей волны задается углом  $\gamma_0$  относительно плоскости, проходящей через ось Z и вектор направления распространения волны.

При взаимодействии с внешним полем  $E^{cr}$  на поверхности частиц возбуждаются токи, которые в свою очередь создают рассеянное поле. Расчет распределения токов вдоль частицы проводился методом моментов на основе интегрального уравнения Поклингтона по методике, описанной в [1]. На основании данных о токе рассчитывались поля излучения киральной частицы и ее эффективный поперечник рассеяния [2].

В [3] было проведено исследование частотной зависимости ЭПР для рассеянных в обратном направлении (основной и деполяризованной) компонент поля при различных геометрических размерах одиночной частицы и различных углах падения возбуждающей электромагнитной волны. Результаты численного эксперимента показывают, что

изменение длины вибраторов или радиуса витка спирали позволяет существенно влиять на величину ЭПР деполяризованной компоненты. Это дает возможность управлять поляризацией рассеянного киральной частицей поля.

Для исследования взаимодействия проводилось сравнение характеристик рассеяния структур, состоящих из одной и двух частиц, соответственно. В системе из двух элементов направление падения волны выбиралось вдоль частиц  $\Theta_0 = 90^0$ ;  $\phi_0 = 0^0$ ;  $\gamma_0 = 90^0$ (рис. 1). В этом случае результаты расчетов для двух элементов можно обобщить и на линейную систему из N таких элементов. Радиус спирали частиц был равен a = 5 мм; длина плеча вибратора l = 5 мм; расстояние между частицами  $D_x$  варьировалось в пределах 12..40 мм. Приведем наиболее характерные результаты расчета.



Рис. 2: Зависимость ЭПР основной (*a*) и деполяризованной (*b*) компонент поля, рассеянных в обратном направлении, от частоты:  $1 - для двух частиц при D_x = 40$  мм; 2 - для одной частицы

На рис. 2 изображены зависимости от частоты основной (рис. 2a) и деполяризованной (рис. 2b) компонент ЭПР для обратного направления рассеяния (1 – для двух частиц при  $D_x = 40$  мм; 2 – для одной частицы). Из графиков видно, что хотя на кривой 2 возникает множество дополнительных резонансов, по форме она совпадает с кривой 1. Максимумы этих резонансов возникают при  $D_x$  кратном  $\lambda/2$ . Так как поля, рассеянные отдельными частицами в прямом направлении, складываются в фазе, то зависимость ЭПР от частоты для системы частиц не зависит от периода решетки и определяется ЭПР одиночного элемента.

На рис. 3 представлены зависимости коэффициента эллиптичности P, рассеянного на двух частицах поля (рис. 3a), и угла поворота главной оси эллипса  $\alpha_{\text{pac}}$  (рис. 3b) от частоты для прямого (кривая 1) и обратного (кривая 2) направления распространения волны. Расстояние между частицами  $D_x = 40$  мм. Наблюдаемые на рис. 3a провалы вызваны тем, что на данных частотах сдвиг фаз между основной и деполяризованной компонентами рассеянного излучения становится кратным  $\pi$ . При этом рассеянное излучение становится линейно поляризованным. Зависимости, представленные на рис. 3, характерны также и для одиночного элемента, т. е. введение дополнительных элементов не приводит к изменению разности фаз между компонентами рассеянного поля.

Аналогичным образом был проведен численный эксперимент по рассеянию на системе, состоящей из двух одинаковых частиц, одна из которых повернута в плоскости XOZна 90<sup>0</sup>. Из рис. 4а видно, что на интервале частот f = 15..18 ГГц коэффициент эллиптичности поля, рассеянного в направлении распространения волны, не превышает значения 1/10, т. е. рассеянное на системе излучение можно считать линейно поляризованным. На рис. 4б показана зависимость поляризации рассеянного поля от поляризации падающего излучения  $\gamma_0 = 0..180^0$  для приведенного диапазона частот. В данном случае зависимость имеет линейный характер, при этом разность углов ( $\alpha_{\rm pac} - \gamma_0$ ) падающей и отраженной волн зависит от частоты. На рис. 5 показаны изменения, испытываемые ЭПР суммарного поля  $\sigma_{\rm полн}$  (рис. 5а) и коэффициентом эллиптичности  $\alpha_{\rm pac}$ (рис. 5b) при повороте плоскости поляризации падающего излучения. Как видно, система из таких частиц способна поворачивать плоскость поляризации падающего излучения.



Рис. 3: Зависимость коэффициента эллиптичности (a) и угла поворота главной оси эллипса (b) от частоты при рассеянии на двух частицах: 1 – для прошедшей волны; 2 – для отраженной;  $D_x = 40$  мм



Рис. 4: Рассеяние поля на системе из двух перпендикулярных друг другу частиц, разнесенных на расстояние  $D_x = 40$  мм: *a*) Зависимость коэффициента эллиптичности от частоты  $\delta$ ) Зависимость угла поворота главной оси эллипса рассеянного поля (в градусах) от поляризации падающей волны при частотах: 1 - 17,7 ГГц; 2 - 16,5 ГГц; 3 - 15,3 ГГц

Таким образом, в данной работе проведен анализ киральных рассеивателей методом интегральных уравнений. Получены характеристики рассеяния для системы киральных частиц и рассмотрено их взаимодействие. Предлагаемая методика позволяет анализировать рассеивающие свойства различных киральных элементов, таких как маловитковые металлические спирали, омега-частицы и решетки из них. Результаты исследования могут быть использованы для анализа характеристик электромагнитного поля и определения материальных параметров сложных композитных материалов.



Рис. 5: Рассеяние поля на системе из двух перпендикулярных друг другу частиц, разнесенных на расстояние  $D_x = 40$  мм для различных частот f: 1 - 17,7 ГГц; 2 - 16,5 ГГц; 3 - 15,3 ГГц. a) Зависимость ЭПР от ориентации вектора  $E^{cr}$ . b) Зависимость коэффициента эллиптичности от от ориентации вектора  $E^{cr}$ .

#### Литература

- [1] В.И.Демидчик, А.В.Рунов, Н.В.Калашников, Алгоритм расчета токораспределения электрически длинных криволинейных проводников, Изв. ВУЗов, Сер. Радиоэлектроника, Киев, 1983. Т. 26, № 3. С. 82–84.
- [2] Е.Н.Васильев, Возбуждение тел вращения, М., 1987.
- [3] В.И.Демидчик, Р.В.Корнев, Антенная модель киральных рассеивателей, Вестник БГУ, Сер. 1. 2001, № 2. С. 14–16.

## Лазерные методы измерения низких концентраций веществ, загрязняющих воздух

## Г.А. ЗАЛЕССКАЯ, Д.Л. ЯКОВЛЕВ, Е.Г. САМБОР

Институт Молекулярной и атомной физики НАН Беларуси, 220072, пр-кт Ф. Скарины 70, г. Минск, Беларусь Fax: +375-017-2840030; e-mail: zalesskaya@imaph.bas-net.by

Современный этап в развитии количественного анализа газовых смесей связан с использованием лазерных источников излучения. Лазеры позволили повысить чувствительность, избирательность и быстродействие различных методов газового анализа, в том числе и такого универсального метода, как оптико-акустический, который основан на поглощении модулированного излучения в абсорбционной ячейке. СО<sub>2</sub> лазер является наиболее освоенным и серийно выпускается промышленностью. Выходная мощность серийных CO<sub>2</sub> лазеров достигает нескольких Вт и достаточна для обнаружения следовых количеств вещества в газовых смесях. Дифракционной решеткой их излучение перестраивается в области 9 – 11 мкм, в которой расположены ИК- полосы поглощения целого ряда распространенных загрязнителей атмосферы. Диапазон излучения  $CO_2$  — лазера целиком укладывается в атмосферное окно 8 – 14 мкм. При помощи ОА-метода с применением CO<sub>2</sub> лазера можно детектировать более 250 газов и паров, встречающихся в атмосфере. Известные конструкции лазерных ОА-систем являются лабораторными макетами, в которых используется уникальная аппаратура. В настоящей работе даны конструктивные особенности и аналитические характеристики простых ОА-газоанализаторов с серийными емкостными микрофонами, способными работать в автоматическом режиме. В качестве источников ИК излучения использовались два типа промышленных СО<sub>2</sub> лазеров: лазер непрерывного действия ЛГ-74 и металлокерамический волноводный лазер с фиксированной частотой излучения ЛСД-2.

Лазер ЛГ-74 должен существенно модернизироваться для обеспечения перестройки по длинам волн и подстройки частоты прерывателя к резонансной частоте кюветы. Для использования решётки глухое зеркало резонатора заменялось окном под углом Брюстера. Селекция лазерных линий осуществлялась решеткой 100 шт/мм. Основными узлами лазерного ОА-газоанализатора являются лазер с модулятором, ОА-кювета, блок электроники для обработки и регистрации ОА-сигналов. Выходной пучок излучения  $CO_2$  лазера модулировался механическим прерывателем на резонансной частоте оптико-акустической кюветы, затем фокусировался и пропускался через кювету. Область практического применения такого лазера ограничена такими конструктивными особенностями, как водяное охлаждение, кварцевый корпус, прецизионные узлы перестройки решетки, шумы механического прерывателя.

Промышленными лазерами следующего поколения являются металлокерамические волноводные  $CO_2$  лазеры. В них волноводная диэлектрическая трубка обеспечивает как распространение излучения с малыми потерями, так и значительное увеличение усиления на единицу длины. Это уменьшает геометрические размеры при сохранении типичной для малогабаритных промышленных лазеров выходной мощности излучения до 1 Вт. На основе такого  $CO_2$  лазера был создан компактный газоанализатор (размер излучателя —  $360 \times 62 \times 60$  мм, размер блока накачки —  $220 \times 140 \times 40$  мм) с электрической



Рис. 1: Блок-схема оптоакустического газоанализатора: 1- источник питания; 2- импульсный источник питания; 3- волноводный  $CO_2$  лазер; 4- высокочастотный (СВЧ) источник; 5- расщепитель луча; 6- резонансная оптоакустическая ячейка H- типа; 7конденсаторный микрофон; 8- предусилители; 9- пироэлектрический детектор; 10, 13интеграторы; 11- дифференциальный усилитель; 12- цифровой генератор; 14- синхродетектор; 15- полосовой фильтр; 16- аналогово- цифровой преобразователь; 17- устройство выбора канала; 18- интерфейсный модуль; 19- персональный компьютер; 20- модуль управления лазером; 21- модуль управления прокачкой исследуемого газа; 22- модуль автокалибровки ОА-ячейки; 23- модуль контроля нуля.

Рис. 2: Схема резонансной оптоакустической ячейки: 1- ОА ячейка; 2- крышка; 3- окна из *NaCl*; 4- штарковские электроды; 5- тефлоновый блок; 6- разделительная перегородка; 7- конденсаторные микрофоны; 8- канал сравнения; 9- измерительный канал

модуляцией излучения управляемой частотой (1–3 кГц) и воздушным охлаждением (рис. 1).

С волноводным лазером и блоками электроники, разработанными с учетом необходимости минимизации конструкции, макет лазерного газоанализатора был уменьшен до размеров  $600 \times 300 \times 200$  мм при сохранении параметров, необходимых для экологического мониторинга. Так как лазер предназначался для ОА определения концентрации аммиака по сильной линии поглощения 9.217 мкм, то он настраивался на длину волны близкой линии 9R(30) с мощностью излучения на этой линии 0.5 Вт. К недостаткам волноводного лазера следует отнести сравнительно небольшой срок работы (1000 часов), отсутствие перестройки по частоте.

С лазерными источниками излучения легко достигаются оптимальные отношения мощности излучения к объему взаимодействия со средой даже при существенном увеличении геометрических размеров кюветы. Это позволяет перейти к резонансным вариантам ОА кювет (рис. 2) с лучшим отношением сигнал/шум и меньшим влиянием адсорбции и десорбции газа внутренней поверхностью ячейки. Резонансные кюветы цилиндрической формы, применявшиеся в работе, увеличили отношение сигнал/шум за счет селективного ослабления ОА-сигналов от окон. Двухканальная кювета изготавливалась из аллюминиевого сплава. Лазерное излучение пропускалось по одному из каналов  $5 \times 5 \times 100$  мм во фторопластовом блоке, вставленном внутрь кюветы. Оба канала соединялись с буферными объемами 50×60×40 мм, ослабляющими акустическую связь фонового ОА-сигнала от окон с полезным сигналом . Лазерное излучение, сфокусированное линзой, проходило через окна из NaCl, установленные на буферных объемах. Кювета предназначена для работы в прокачном варианте. На боковых стенках кюветы устанавливались микрофоны для измерительного канала и канала сравнения (серийные микрофоны М101 с хорошими метрологическими характеристиками, в т.ч. чувствительностью 2.5 мВ/Па). ОА-сигнал с микрофона поступал в предварительный усилитель с коэффициентом усиления K = 140, а затем – в специально разработанное устройство аналоговой обработки сигнала. Опорный сигнал в случае лазера ЛГ-74 снимался с оптопары, размещенной на механическом прерывателе. При использовании волноводного лазера опорным сигналом служил сигнал с задающего генератора блока питания лазера. Далее акустический и оптический сигналы регистрировались аналогово-цифровым преобразователем и передавались на компьютер. Результаты многократно повторенных измерений усреднялись, производилось вычитание фонового сигнала. Время одного измерения составляло 0.7 с.

Для заданной сложной геометрии кюветы экспериментально определялись характеристики спектрофона и факторы, ограничивающие предельную чувствительность детектирования. Сканирование частоты модуляции в интервале до 3000 Гц позволило исследовать зависимость ОА сигнала от частоты (рис. 3) для известной смеси этилена с сухим N<sub>2</sub>. Наряду с максимумом первого продольного резонанса 1650 Гц наблюдались другие, сопоставимые по интенсивности, связанные с поперечной модой буферного объема и составными колебаниями продольной и поперечной мод. Для определения характеристик кюветы при использовании волноводных лазеров с фиксированной частотой модуляции излучения применялось сканирование по частоте ОА сигнала, возбуждаемого металлической проволочкой, нагреваемой источником с изменяющейся частотой.

Выполнялась градуировка шкалы прибора по эталонным газовым смесям известной концентрации. Было установлено, что концентрационная характеристика прибора для смесей аммиака и этилена с сухим N<sub>2</sub> и воздухом в диапазоне концентраций, представляющих интерес для экологического мониторинга, линейна (динамический диапазон



Рис. 3: Стадии передачи по кольцу двух единичных битов

Рис. 4: Концентрационная характеристика оптоакустического газоанализатора. Кривая для области концентраций 0 – 60 ppmV помечена значками +, кривая для области 0 – 5 ppmV- значками •.

концентраций превышал три порядка). В процессе градуировки определялся выходной сигнал при прохождении лазерного излучения известной мощности через смесь заданной концентрации этилена (50 ppmV) при общем давлении 760 Торр. При известном  $\sigma$  эталонного газа на лазерной линии возможна наиболее универсальная градуировка анализатора по поглощению. Для повышения точности градуировки измерения выполнялись на нескольких линиях: 10R(22), 10R(16), 10P(14), 10P(22), 10P(24). При постоянной чувствительности микрофона характеристическая постоянная кюветы A является функцией частоты модуляции и изменяется при переходе от одного резонанса к другому. Средняя по измерениям на нескольких линиях этилена постоянная кюветы имела значения 1.0 и 7.6 В/Вт-см для резонансов в области 1600 и 1200 Гц.

Оценивалась предельная обнаружительная способность ОА-газоанализатора (рис. 4). С этой целью измерялось фоновое поглощение в кювете, заполненной воздухом. В одноканальном варианте оно составляло 2 мкВ/Вт и не зависело от длины волны. Наиболее важными компонентами ОА фона при использовании лазерных источников излучения являются поглощение окнами кюветы, фотоакустический фон и объемное поглощение примесями в газовой смеси. Применение резонансной кюветы с буферными объемами позволило снизить поглощение окнами и фотоакустический фон кюветы до уровня, достаточного для определения концентрации слабо поглощающих газов. При измерениях концентрации аммиака в воздушной среде на сильных линиях, совпадающих с линиями  $CO_2$  лазера 9R(30), 10R(8), 10R(6), фоновый сигнал ограничивался поглощением таких компонент воздуха, как углекислый газ и пары воды. Такое фоновое поглощение соответствует минимально обнаруживаемой концентрации аммиака в десятки ppbV. Аналогичные оценки предельных концентраций микропримесей винилхлорида, метанола, толуола, ксилола, трихлорэтилена, фреонов в воздухе на линиях  $CO_2$  лазера 10P(22), 9P(34), 9P(36), 9P(24), 10P(20), 9R(30) соответственно дают значения предельных концентраций, не превышающие сотых долей ppmV, что значительно ниже их предельно допустимых концентраций в воздухе жилой зоны.

Результаты работы показывают, что на основе промышленных  $CO_2$  лазеров с мощностью излучения на отдельной линии 0.1–0.5 Вт и серийных микрофонов с чувствительностью 2.5 мВ/Па возможно создание простых ОА-газоанализаторов для определения предельно допустимых загрязнений атмосферного воздуха веществами, имеющими полосы поглощения в области излучения  $CO_2$  лазера. При использовании волноводного лазера, резонансной ОА-кюветы, узлов электроники, разработанных с учетом минимизации конструкции, макет лазерного анализатора, работающего в автоматическом режиме, был уменьшен до размеров  $600 \times 300 \times 200$  мм при сохранении параметров, необходимых для экологического мониторинга. Достигнута чувствительность по концентрации, ограниченная поглощением компонент атмосферы в области излучения  $CO_2$ лазера. Дальнейшее повышение чувствительности возможно за счет совершенствования ОА-кюветы, применения нескольких микрофонов, а также двухканальных систем.

# Exotic bianisotropic media

## O.V.Ivanov

Department of Quantum Electronics and Optoelectronics, Ulyanovsk State University ul. L.Tolstoy 42, 432700 Ulyanovsk, Russia Tel: +7-8422-357-658; email: oliv@sv.uven.ru

## 1. Introduction

In spite of some restrictions and constrains, the range of generally bianisotropic media is very broad. Beside the well-known kinds of bianisotropic media in which there are two positive and two negative eigen waves for any direction of propagation of an electromagnetic wave, these restrictions do not forbid the existence of exotic bianisotropic media (EBM) with a different set of eigen waves.

There is no contradiction if we describe wave propagation in an infinite EBM. The first issue arise when the boundary problem is solved. In the classical solution of this problem, when electromagnetic wave is incident from usual medium, it is assumed that the amplitudes of two negative waves in the investigated medium are zero. In case of EMB, it may be more or less than two negative waves that results either in indefiniteness or absence of solution.

In the present report, we search for constitutive parameters which provide the existence of EBM. We consider anisotropic media which behave like an EBM, when the angle of incidence of light falls in a certain range. It is also investigated another problem which comes into notice if we consider an EBM slab. It emerges that EBM is neither transparent nor absorbing nor amplifying medium. The total reflected and transmitted energy periodically depends on the thickness of the slab.

## 2. Eigen wave of bianisotropic medium

Take a coordinate system so that the layer planes are normal to the z axis and the plane of incidence is the xz plane. The components of electromagnetic field  $\mathbf{E}, \mathbf{D}, \mathbf{H}, \mathbf{B}$  are proportional to the factor  $\exp[i(\omega t - k_x x)]$  and the Maxwell equations can be written as:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -ik_0 \mathbf{B}, \qquad \nabla \times \mathbf{H} = ik_0 \mathbf{D},\tag{1}$$

where  $\nabla = (-ik_x, 0, \frac{\partial}{\partial z}), k_0$  represents the free space wavenumber. Substitute the constitutive relations for bianisotropic medium

$$\boldsymbol{D} = \boldsymbol{\epsilon} \cdot \boldsymbol{E} + \boldsymbol{\alpha} \cdot \boldsymbol{H}, \qquad \boldsymbol{B} = \boldsymbol{\mu} \cdot \boldsymbol{H} + \boldsymbol{\beta} \cdot \boldsymbol{E}$$
(2)

into equation (2). Elimination of normal to the boundaries components of the fields  $E_z, H_z$  leads to the following matrix differential equation for vector  $\mathbf{g} = (E_x, -E_y, H_x, H_y)^T$  composed of the tangential field components:

$$\frac{d\mathbf{g}}{dz} = -ik_0 G(k_x, \epsilon, \mu, \alpha, \beta)\mathbf{g}.$$
(3)

Here  $4 \times 4$  matrix G is determined by local properties of the medium and contains no differential operators. It is formed by the permittivity  $\epsilon = \epsilon(z)$ , the permeability  $\mu = \mu(z)$ , and the magneto-electric  $\alpha = \alpha(z)$ ,  $\beta = \beta(z)$  dyadics. For a homogeneous medium G does not depend on coordinates, and the solution of equation (3) in the general case is a superposition of four direct and opposite eigen waves:

$$\mathbf{g} = \sum_{j=1}^{4} c_j \mathbf{g}_j \exp(-ik_{zj}z).$$
(4)

 $c_j$  are the amplitudes of eigen waves corresponding to the eigen vectors  $\mathbf{g}_j$  of the matrix G. The eigen numbers  $n_{zj} = k_{zj}/k_0$  are the solutions of the dispersion relation, which is a forth-order equation in  $n_z$ :

$$\det(G - n_z I) = 0, (5)$$

where I is a unit matrix. Thus four eigen waves having different polarizations and refractive indices  $n_j = \sqrt{n_x^2 + n_{zj}^2}$  can propagate in various directions.

## 3. Classification of media

There exist various kinds of classification of bianisotropic media. Some of them are based on the type eigen waves peculiar to a given medium (isotropic, gyrotropic, optically active, uniaxial, biaxial, etc.) [1]. Other classifications take into consideration eigen numbers of waves (transparent  $\text{Im } n_j = 0$ , absorbing  $\text{Im } n_j < 0$ , amplifying  $\text{Im } n_j > 0$ ). Although starting point is always a usual dielectric medium, which is widen by small additions of anisotropy, bianisotropy, absorption, or amplification. Therefore, it is always supposed that four eigen waves—two waves propagating in positive direction and other two waves propagating in opposite direction—exist in such medium as in a usual dielectric. However, actually it not always so. The signs of the four eigen waves can be various. It is possible to distinguish the following four cases:

- 1. There are two positive and two negative waves (usual medium)
- 2. All four waves are of the same direction
- 3. Three eigen waves are positive and one is negative

4. Two waves of the same polarization are positive and two waves of another polarization are negative

We name structures in which cases 2-4 are realized as exotic bianisotropic media.

Our further task is to clarify the conditions when such media exist and how to solve problems about propagation of waves in such structures.

It is complex enough to consider a generally bianisotropic medium; therefore, we consider some special cases in which basic features of EBM are manifested, but which it is much easier for analysis. It would be significant simplification to examine structures and schemes which do not required to consider various polarization effects. In such structure, p- and s-polarized waves are eigen, that allows to consider them independently from each other. Let us name such geometry pseudo-isotropic. Of course, the structures are not isotropic generally, since their constitutive dyadics can contain off-diagonal components and their characteristics depend on the direction of wave propagation.

**Bianisotropic medium.** Let us consider a medium with the following constitutive dyadics:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ii}\delta_{ij}, \mu_{ij} = \mu_{ii}\delta_{ij};$$
  

$$\alpha_{ij} = 0, \beta_{ij} = 0 \quad \text{except for} \quad \alpha_{xy}, \alpha_{yx}, \beta_{xy}, \beta_{yx}.$$
(6)
The matrix of constitutive parameters of such medium has the form:

$$T = \begin{pmatrix} \beta_{yx} & 0 & 0 & \mu_{yy} - n_x^2 / \varepsilon_{zz} \\ 0 & -\beta_{xy} & \mu_{xx} & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy} - n_x^2 / \mu_{zz} & -\alpha_{yx} & 0 \\ \varepsilon_{xx} & 0 & 0 & \alpha_{xy} \end{pmatrix}.$$
 (7)

This matrix is of block type; therefore, propagation of p- and s-polarized waves can be separated. The matrices describing separately the indicated waves represented by vectors  $(E_x, H_y)$  and  $(H_x, -E_y)$ , respectively, can be written as:

$$T_p = \begin{pmatrix} \beta_{yx} & \mu_{yy} - n_x^2 / \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{xx} & \alpha_{xy} \end{pmatrix}, \qquad T_s = \begin{pmatrix} -\alpha_{yx} & \varepsilon_{yy} - n_x^2 / \mu_{zz} \\ \mu_{xx} & -\beta_{xy} \end{pmatrix}.$$
 (8)

Thus, the matrices of constitutive parameters has the following form:

$$T = \left(\begin{array}{cc} a & b \\ c & d \end{array}\right). \tag{9}$$

Eigenvalues of this matrix are:

$$n_z = (a+d)/2 \pm \sqrt{bc + (a-d)^2/4}.$$
 (10)

The condition of exotic propagation is the presence of two eigenvalues of the same sign; that is true when ad > bc (in case where all magnitudes are real quantities). After substitution of both polarizations into this inequality, we have:

$$\begin{aligned} &\alpha_{xy}\beta_{yx} > \varepsilon_{xx}(\mu_{yy} - n_x^2/\varepsilon_{zz}) & \text{(p-polarization)}, \\ &\alpha_{yx}\beta_{xy} > \mu_{xx}(\varepsilon_{yy} - n_x^2/\mu_{zz}) & \text{(s-polarization)}. \end{aligned} \tag{11}$$

If the wave is normally incident on the structure  $(n_x = 0)$ , then the magnitudes of magnetoelectric dyadics components should be rather large, of order of unit; therefore, it is not absolutely clear whether such mediums exist. In work [2] is shown that effective parameters of a stratified periodic medium in resonant case look like (7) and can exceed unit; therefore, probably, just such medium can be referred to the class of EBM.

In case of oblique incidence, inequality (11) can be true near the critical angle of total reflection, when the radicand in (10) is close to zero. Exceeding the critical angle may suppress the investigated effect.

Anisotropic medium. Not only bianisotropic structures can manifest the exotic property, but also simple anisotropic structures in some geometries and in special intervals of incidence angle. Let us consider a uniaxial anisotropic structure which axis is directed along the y. The dielectric and magnetic dyadics of such structure has the form:

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & 0 & \varepsilon_{xz} \\ 0 & \varepsilon_{yy} & 0 \\ \varepsilon_{zx} & 0 & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix}, \qquad \mu = \begin{pmatrix} \mu_{xx} & 0 & \mu_{xz} \\ 0 & \mu_{yy} & 0 \\ \mu_{zx} & 0 & \mu_{zz} \end{pmatrix}.$$
 (12)

P- and s-polarized waves are also independent for such structure. The corresponding matrices of constitutive parameters for these waves are:

$$T_p = \begin{pmatrix} -n_x \varepsilon_{zx} / \varepsilon_{zz} & \mu_{yy} - n_x^2 / \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{xx} & -n_x \varepsilon_{xz} / \varepsilon_{zz} \end{pmatrix}, \qquad T_s = \begin{pmatrix} -n_x \mu_{zx} / \mu_{zz} & \varepsilon_{yy} - n_x^2 / \mu_{zz} \\ \mu_{xx} & -n_x \mu_{xz} / \mu_{zz} \end{pmatrix}.$$
 (13)

In case of transparent medium, the condition of existence of two waves of the same sign and absence of total reflection has the form:

$$n_x^2 (\varepsilon_{xz}'')^2 / \varepsilon_{zz}^2 < \varepsilon_{xx} (\mu_{yy} - n_x^2 / \varepsilon_{zz}) < n_x^2 ((\varepsilon_{xz}')^2 + (\varepsilon_{xz}'')^2) / \varepsilon_{zz}^2, \qquad \text{(p-polarization)}. \tag{14}$$

For s-polarization the result can be obtained by replacing  $\varepsilon$  by  $\mu$ . It follows from the last expression that, no matter how small is off-diagonal components of the dyadics, there is a range of angles near to the critical angle, where both eigen waves propagate in one direction. The less the off-diagonal component, the more narrow this range.

#### 4. Discussion

What signify the fact that two waves of one polarization propagates in a medium in the same direction? It does not contradict known conceptions about propagation of radiation in media. However, there is a problem if we try to solve the problem about transmission and reflection of an electromagnetic wave at the boundary of an exotic medium. Usually the amplitude of backward wave in a medium, into which the wave is transmitted, is equaled to zero. In case of exotic medium, backward waves can be non-existent, then the problem has no solution, or there are two backward waves, then the solution is indeterminate. The indicated problem is somehow similar to the problem of selection of solution in an amplifying medium near the critical angle [3], where there are two waves—attenuating and amplifying in depth—and it is not correct to select only attenuating one, as it is made in a transparent medium. Several methods can be used to approach the solution of the indicated problem:

- 1. To consider a layer of substance, when the wave is transmitted into a usual medium.
- 2. To use the Green function formalism.
- 3. To use principles of radiation and additional physical criteria [4].

4. To consider reflection from a continuously inhomogeneous exotic medium which is gradually changes into a usual medium.

We considered a layer of exotic substance. The obtained result was inconsistent with assumption that the medium was transparent. The reflection and transmission coefficients periodically depended on the thickness of the slab and sometimes exceeded unit.

**Abstract.** Beside the well-known kinds of bianisotropic media in which two positive and two negative electromagnetic eigen waves can propagate in any given direction, theoretically may exist exotic bianisotropic media with a different set of eigen waves. Problems concerning such media arise if we consider reflection and transmission of electromagnetic wave at the boundary of usual and exotic media.

#### References

- W.S.Weiglhofer, A perspective of bianisotropy and Bianisotropics'97, Int. J. Appl. Electromagnetics and Mechanics, 1998, V.9, p. 93-101.
- [2] O.V.Ivanov, Resonant Effective Properties of Plane Stratified Structures, Opt. Spectr. 2001, V.90, N 6, p.971-978.
- B.B. Boyko, N.S. Petrov, Reflection of light from amplifying and nonlinear media, Minsk: Nauka i tehnika, 1988, 208 p.

[4] B.M. Bolotovskii, S.N. Stolyarov, On principles of radiation in a medium with dispersion, Moscow: Nauka, 1972.

### Динамика отжига тонких пленок гидрогенизированного аморфного кремния излучением эксимерного лазера

## Г.Д. Ивлев, Е.И.Гацкевич, И. Стухлик, В.Ворличек, Я.Кочка

Обработка тонких пленок гидрогенизированного аморфного кремния (a-Si:H) излучением эксимерных лазеров является привлекательным методом в технологии формирования тонкопленочных солнечных элементов и транзисторов в активных матрицах ЖК-дисплеев, в связи с чем актуальной задачей является изучение процессов модификации a-Si:H при лазерном воздействии. Во многих работах изучались электропроводность и другие свойства лазерно-модифицированных пленок a-Si:H. Вместе с тем только в нескольких публикациях [1-3] сообщается об изучении методами in situ воздействия импульсного лазерного излучения на такие пленки путем измерения нестационарной электропроводности  $\sigma(t)$  или отражательной способности R(t) на длине волны зондирующего излучения. В данной работе этими методами исследована динамика отжига тонких пленок a-Si:H наносекундными импульсами излучения ArF эксимерного лазера

Пленки a-Si:Н толщиной 70 нм формировались путем разложения чистого силана SiH<sub>4</sub> в слабомощном радиочастотном тлеющем разряде. В качестве подложек использовались пластины  $5 \times 10$  мм<sup>2</sup> толщиной 1 мм, изготовленные из стекла Corning 7059. Пленкой a-Si:H покрывалась часть (5 × 6 мм<sup>2</sup>) площади подложек. Перед осаждением a-Si:Н на часть подложек напылялись два тонкопленочных разделенных зазором 0,5 мм электрода (Cr или Au) для измерений  $\sigma(t)$  и темновой проводимости в компланарной геометрии. Структурное состояние пленок идентифицировалось по спектрам комбинационного рассеяния света. Образцы облучались при длительности лазерных импульсов 10 нс ( $\lambda = 193$  нм) и плотности энергии  $W = 10 \dots 220$  мДж/см<sup>2</sup>. Флуктуации энергии лазерного излучения от импульса к импульсу составляли до ± 10%. Пучок зондирующего излучения p- поляризации ( $\lambda = 0.63$  мкм, He-Ne лазер) фокусировался в пятно 0.05 мм и направлялся в область лазерного воздействия под углом 30° к поверхности образца. Время нарастания переходной характеристики регистрирующего тракта фотодиод – осциллограф TS-8123 было около 4 нс. Измерения  $\sigma(t)$  проводились при напряжении на межэлектродном зазоре 20 В и последовательно включенном с ним резисторе 50 Ом (вход осциллографа).

Представленные осциллограммы (рис.1) сигналов R(t) и  $\sigma(t)$  соответствуют ряду значений W. Различаются два вида сигналов R(t). При плотностях энергии до 25 мДж/см<sup>2</sup> коэффициент отражения быстро возрастает до максимума, затем относительно медленно спадает до исходной величины за время порядка  $10^{-6}$  с. Хотя с повышением W время спада несколько увеличивается, начальная величина R полностью восстанавливается. Возрастание максимума сигнала R(t) к концу лазерного импульса (W < 85мДж/см<sup>2</sup>), когда температура облучаемой поверхности наибольшая, и последующий медленный спад R до исходного значения обусловлены термоиндуцированным изменением оптических параметров пленки a-Si:H. При энергиях выше 85 мДж/см<sup>2</sup> на кривые R(t) налагается новый пик с резко обозначенными фронтами нарастания и падения R.

Этот пик связан с плавлением a-Si:H. В диапазоне малых значений  $W < 85 \text{ мДж/см}^2$  сигнал  $\sigma(t)$  имеет форму импульса (рис.1), определяемую динамикой фотопроводимости a-Si:H. Фотопроводимость спадает за время несколько большее длительности заднего фронта лазерного импульса, что обусловлено относительно медленной рекомбинацией фотовозбужденных носителей тока. Увеличение W свыше 85 мДж/см<sup>2</sup> изменяет



Рис. 1: Динамика отражательной способности (а) и проводимости (б) тонких пленок a-Si:Н при лазерном воздействии. Числами обозначена плотность энергии облучения

характер кривых  $\sigma(t)$  и R(t). Проводимость зазора после окончания лазерного импульса спадает быстрее, чем фотопроводимость (при W > 85 мДж/см<sup>2</sup>). Величина  $\sigma$  при  $W \ge 120$  мДж/см<sup>2</sup> по оценке соответствует проводимости жидкого кремния. Этот факт тоже свидетельствует о плавлении пленки a-Si:H. Меньший ток в максимуме и немонотонность нарастания тока, связанная с изменением характера электропроводности пленки (W = 89 мДж/см<sup>2</sup>), объясняются частичным плавлением a-Si:H. Максимум коэффициента отражения, быстро увеличиваясь в интервале изменения W от 85 до ~ 100 мДж/см<sup>2</sup>, далее возрастает незначительно. Сопоставление полученных данных (рис.2) позволяет заключить, что значение W = 0.85 мДж/см<sup>2</sup> есть порог плавления  $W_m$  a-Si:H. С превышением этого порога по мере увеличения W наблюдается резкое сокращение длительности импульса тока, которая далее возрастает пропорционально W. Насыщение в росте максимума R при  $W \ge 120$  мДж/см<sup>2</sup> указывает, что пленка a-Si:H плавится на всю толщину.

Исследовалось влияние режимов как одно-, так и многоимпульсного (до 5 импульсов) облучения пленки на ее темновую проводимость  $\sigma_d$  (рис.3). Облучение пленки импульсами со средней плотностью энергии ~ 80 мДж/см<sup>2</sup> (близпороговая величина) приводит к возрастанию  $\sigma_d$  почти до насыщения ~  $10^{-6}$  Ом<sup>-1</sup> см<sup>-1</sup> уже при двухкратном лазерном воздействии. Если  $W \ge 110$  мДж/см<sup>2</sup> величина  $\sigma_d$  после однократного облучения достигает  $10^{-4}$  Ом<sup>-1</sup> см<sup>-1</sup>, но последующее облучение снижает ее до значения  $10^{-6}$  Ом<sup>-1</sup> см<sup>-1</sup>, типичного для  $\mu$ с-Si:H [4], которое далее не меняется. Установлено [1], что с увеличением W лазерное облучение может приводить к образованию микро- (поли-) кристаллических слоев, но выше "порога аморфизации"пленка остается аморфной. Можно предположить, что снижение  $\sigma_d$  при повторном облучении является следствием частичной аморфизации, а высокая проводимость однократно облученных образцов признаком формирования микрокристаллического кремния. Однако спектры комбинационного рассеяния (рис.4) свидетельствуют об аморфном состоянии пленок, облученных однократно выше порога плавления a-Si:H.

Известно [5], что интенсивное импульсное облучение повышает концентрацию дефектов в пленках. Этот эффект может быть усилен лазерно-индуцированной экстракцией водорода. Возрастание числа дефектов обуславливает возможность включения но-



Рис. 2: Длительность импульсных сигналов, характеризующих динамику отражательной способности и проводимости пленок а-Si:H, в зависимости от плотности энергии лазерного облучения.  $R_{max}$  – максимальная величина коэффициента, 1 и 2 – длительности  $\tau$  импульсных сигналов, найденные из осциллограмм отражательной способности и проводимости, соответственно.



Рис. 3: Темновая проводимость лазерно-модифицированных пленок a-Si:H в зависимости от плотности энергии облучения и числа воздействующих импульсов



Рис. 4: Спектры рамановского рассеяния, соответствующие образцам a-Si:Н после однои трехкратного воздействия импульсов лазерного излучения

вого (прыжкового) механизма переноса носителей заряда, и электропроводность пленки увеличивается даже после облучения ниже порога плавления. Одноимпульсное воздействие лазерного излучения ( $W \ge W_m$ ) приводит к образованию "дефектного", хорошо проводящего a-Si. Для кристаллизации пленки и понижения  $\sigma_d$  до проводимости, свойственной микрокристаллическому кремнию ( $\mu$ c-Si:H), необходимо последующее облучение. Вместе с тем "дефектный" a-Si является хорошим затравочным слоем для формирования  $\mu$ c-Si:H при разложении SiH<sub>4</sub>. Это обстоятельство, а также факт кристаллизации пленки при повторном облучении ( $W > W_m$ ) можно рассматривать как аргументы, дающие основание считать, что аморфизация пленки на стадии отвердевания сопровождается также образованием в ней кристаллических зародышей, не разрушающихся при повторном плавлении, а напротив обуславливающих образование зерен кристаллической фракции.

Данные проведенного исследования дают основание утверждать, что наблюдаемая динамика отражательной способности и проводимости пленок при  $W \ge 85 \text{ мДж/см}^2$  обусловлена лазерно-индуцированным плавлением a-Si:H. Насыщение роста максимума R при  $W \ge 120 \text{ мДж/см}^2$  указывает на полное плавление пленки по всей толщине. Высокая темновая проводимость облученных пленок не является сама по себе свидетельством образования высококачественного  $\mu$ c-Si:H, т.к. "дефектный" аморфный Si тоже может иметь высокую электропроводность. С другой стороны, такой a-Si обеспечивает относительно хорошие условия для последующего наращивания  $\mu$ c-Si:H, поскольку, вероятно, содержит кристаллические кластеры, образующиеся на стадии отвердевания пленки, расплавленной импульсным лазерным воздействием.

#### Литература

 T.Sameshima, S.Usui, Pulsed laser-induced amorphization of silicon films, J. Appl. Phys., Vol.70, №3, (1999), 1281–1289.

- [2] R.Cerny, V.Vydra, P.Prikryl et al., Theoretical and experimental studies of a-Si:H recrystallization by XeCl excimer laser irradiation, Appl. Surf. Sci., Vol.86, (1995), 359– 363.
- [3] S.Hamma, P.Roca i Cavarrocas, In-situ correlation between the optical and electrical properties of thin intrinsic and n-type microcrystalline silicon films, J. Appl. Phys., Vol.81, № 11, (1997), 7282–7286.
- [4] M. Goerlitzer, P.Torres, N.Beck et al., Structural properties and electronic transport in intrinsic microcrystalline silicon deposited by the VHF-GD technique, J. Non-Cryst. Solids., Vol.227–230, (1998), 996–1000.
- [5] D.L.Staebler, C.R.Wronski, Optically induced conductivity changes in discharge-produced hydrogenated amorphous silicon, J. Appl. Phys., Vol.51, №.6, (1980), 3262–3268.

# Оптическая обработка и модификация свойств кристаллов ZnTe

В.Н. Иодко, В.Б. Ходан, В.К. Кононенко

### Введение

Обработка интенсивным световым излучением полупроводниковых материалов имеет практическое значение благодаря возможности модификации их оптических, электрических и структурных свойств [1]. При этом в отличие от традиционного термического отжига существует широкий выбор временных диапазонов воздействия на образец. В данной работе приводятся результаты исследования влияния различных режимов обработки излучением на оптические и электрические свойства кристаллов ZnTe.

Соединение ZnTe ( $E_g = 2.25$  эВ) относится к широкозонным полупроводниковым материалам  $A^{II}B^{VI}$ , которые применяются для изготовления светодиодов и фотоприемников в видимой области спектра. На основе ZnTe получены светодиоды, излучающие в желто-зеленой области спектра [2, 3]. Кроме того, контактные слои *p*-ZnTe используются в инжекционных полупроводниковых лазерах на ZnSe [4].

Для оптической обработки кристаллов ZnTe в качестве непрерывных источников излучения использовались лазер на алюмоиттриевом гранате (1.06 мкм) и ксеноновая лампа ДКСШ-3000 (0.2–1.1 мкм). В импульсном режиме облучение кристаллов осуществлялось лазером на неодимовом стекле (1.06 мкм) с длительностью импульсов 0.5 мс и 20 нс.

#### Непрерывный режим обработки

Обработка непрерывным лазерным или ламповым излучением нелегированных кристаллов, прошедших предварительный отжиг в парах цинка для уменьшения концентрации собственных дефектов, приводит к появлению в спектрах фотолюминесценции ( $\Phi$ Л) образцов при 80 и 4.2 К в интервале энергий 2.26–2.36 эВ многочисленных интенсивных узких линий экситонов, связанных на сложных акцепторных и нейтральных центрах (рис. 1). Данные изменения спектров  $\Phi$ Л наиболее интенсивны в приповерхностных слоях толщиной 10–15 мкм и происходят при температурах облучения  $250-450^{\circ}$ С и временах 2–20 мин. Обычный термический отжиг в печи при аналогичных температурах T и временах обработки t не приводит к подобным изменениям в спектрах  $\Phi$ Л. Однако если после отжига в печи провести резкое охлаждение кристаллов, то изменения в спектрах  $\Phi$ Л становятся сравнимыми с изменениями, возникающими при оптической обработке. Это свидетельствует об определяющем влиянии на образование новых оптических центров температурных градиентов, возникающих в результате быстрого нагрева и охлаждения при лазерной и ламповой обработке [5].

Наряду со спектральными изменениями в облученных кристаллах наблюдаются и структурные изменения. Они определялись с помощью химического травления образцов в травителе, используемом для выявления дислокаций [6]. Как было установлено, после оптического отжига кристаллов количество ямок травления может уменьшиться на порядок и более. Таким образом, при данных режимах оптической обработки происходит улучшение структурного совершенства кристаллов ZnTe.

В связи с этим непрерывное оптическое излучение использовалось для восстановления кристаллической структуры кристаллов ZnTe, имплантированных ионами бора с энергией 100 кэВ при дозе 5 · 10<sup>14</sup> ион/см<sup>2</sup>. После ионного легирования образцы не



Рис. 1: Спектры ФЛ кристаллов ZnTe при 4.2 К. 1 — исходный кристалл, 2 — после облучения ксеноновой лампой (t = 5 мин, T = 415°C).

люминесцировали, что свидетельствует о высокой концентрации в приповерхностном слое безызлучательных центров, обусловленных радиационными дефектами. Обработка кристаллов излучением лампы в течение 10 мин при 340°C приводит к появлению в спектре ФЛ при 80 К интенсивной широкой полосы в области 600–750 нм (рис. 2, кривая 1). Однако при используемых режимах лампового отжига не наблюдалась экситонная люминесценция, что связано с неполным восстановлением кристаллической структуры. Термическая обработка в печи при аналогичных режимах дает такие же результаты (рис. 2, кривая 2). Попытки повысить эффективность отжига дефектов путем увеличения интенсивности излучения или времени облучения не дали положительного результата из-за сильной деградации поверхностных слоев в результате возникающих процессов сублимации.

На основе анализа полученных спектров ФЛ и литературных данных [7] можно сделать вывод, что при ионной имплантации ZnTe бором в кристалле образуются сложные комплексы, в состав которых входят примесные атомы и собственные дефекты. Эти сложные комплексы устойчивы и не отжигаются как при обычной термической, так и оптической обработке.

Были исследованы вольтамперные характеристики (BAX) диодных структур, изготовленных на основе имплантированных ионами бора кристаллов, прошедших оптический отжиг излучением ксеноновой лампы. В качестве контакта к имплантированному слою использовалась напыленная пленка индия, а к подложке *p*-ZnTe — электрохимически осажденная медь. Независимо от режимов отжига, диоды имели высокое прямое сопротивление (до нескольких килоом) и большие значения *m* параметра неидеальности BAX (порядка 4–5). Это свидетельствует о сложных механизмах инжекции неосновных носителей тока [3]. Сопоставление полученных данных с результатами исследования спектров ФЛ имплантированных слоев указывает на наличие в них компенсированных высокоомных областей.



Рис. 2: Спектры люминесценции ZnTe, имплантированного ионами бора. 1 —  $\Phi \Pi$  после облучения ксеноновой лампой (t = 10 мин, T = 340°C), 2 —  $\Phi \Pi$  после термообработки в печи (t = 10 мин, T = 340°C), 3 — ЭЛ диода при j = 0.29 A/см<sup>2</sup>.

При пропускании через полученные диодные структуры в прямом направлении постоянного тока плотностью j порядка  $0.3 A/cm^2$  при 80 K в них возбуждалась электролюминесценция (ЭЛ). Спектр ЭЛ содержит относительно интенсивную широкую полосу в области 640–770 нм (рис. 2, кривая 3), что коррелирует с данными, полученными при измерении спектров ФЛ имплантированных слоев. Одновременно с этой широкой полосой наблюдается слабая и более узкая полоса с положением максимума 546 нм.

#### Импульсный режим обработки

Воздействие импульсного лазерного излучения на ZnTe можно применять в технологии создания p-n-перехода и омического контакта. Был разработан способ формирования омического контакта к ZnTe p-типа проводимости с помощью обработки образцов с нанесенной на поверхность металлической пленкой лазерными импульсами миллисекундной длительности [8]. Поверхность механически и химически полированного образца ZnTe толщиной 0.5 мм, на которую наносятся контактные материалы, для лучшей адгезии и увеличения поглощения лазерного излучения на границе раздела металл-полупроводник шлифуется абразивным порошком с размером зерна 5 мкм. При этом лазерное излучение направляется на границу раздела металл-полупроводник со стороны полупроводниковой пластины. Омический контакт формируется за один лазерный импульс мощностью (1.8 - 2.8)  $\cdot 10^4$  Bt/сm<sup>2</sup>. Лазерная обработка оставляет на поверхности металлической пленки изменения, связанные с оплавлением.

Облученные лазером образцы *p*-ZnTe с металлической пленкой в качестве контакта показывали линейные BAX, что свидетельствует об омичности контактов. Удельное сопротивление полученных предложенным способом омических контактов  $\rho_{\kappa}$  составляло для образцов ZnTe с удельным сопротивлением  $\rho \approx 2 \cdot 10^2$  Om · см при использовании в

качестве контакта пленки индия величину  $7.1 \cdot 10^{-2} - 1.0 \cdot 10^{-1} \,\mathrm{Om} \cdot \mathrm{cm}^2$ , алюминия — 7.3·10<sup>-2</sup>-1.2·10<sup>-1</sup> Ом·см<sup>2</sup>, меди - 7.0·10<sup>-2</sup>-1.1·10<sup>-1</sup> Ом·см<sup>2</sup>. Использование данного способа формирования омического контакта обеспечивает по сравнению с существующими следующие преимущества: возможность получения омического контакта к кристаллу с высоким удельным сопротивлением; возможность использования в качестве контактного материала к p-ZnTe как металлов I группы (медь), образующих в ZnTe акцепторные центры, так и металлов III группы (индий, алюминий), образующих донорные центры; простоту из-за отсутствия необходимости проведения дополнительного подлегирования приконтактной области; возможность локального воздействия на импульсное лазерное излучение наносекундной длительности может быть использовано для изменения типа проводимости и создания *p*-*n*-перехода в ZnTe [9, 10]. Для этой цели проводилась лазерная обработка легированных фосфором кристаллов p-ZnTe с нанесенной на поверхность пленкой Al, являющейся источником донорной примеси, одиночными импульсами длительностью 20 нс. Из холловских измерений было установлено, что после лазерного легирования под пленкой Al образуется слой *n*-типа проводимости с концентрацией носителей заряда  $n \ge 10^{18} \, \mathrm{cm}^3$ . Глубина залегания p-n-перехода составляет порядка 0.3 мкм. После нанесения омического Cu-контакта к *p*-подложке из пластины ZnTe выкалывались диоды и были измерены их ВАХ и спектры ЭЛ. При прямом смещении ВАХ диодов описываются характерной для p-n-перехода зависимостью  $I = I_0 exp(eV/mkT)$ c  $m \approx 2$  [3].



Рис. 3: Спектры ЭЛ диодов, полученных лазерным легированием.  $1-j=1.8\,{\rm A/cm^2},\,2-j=0.9\,{\rm A/cm^2}.$ 

В спектрах ЭЛ диодов при 80 К и плотности тока 1.8 A/см<sup>2</sup> наблюдалась неизвестная ранее полоса с максимумом 2.276 эВ, которую можно связать с излучательными переходами между донорным уровнем атома Al и валентной зоной (рис. 3, кривая 1). При 300 К и плотности тока 0.9 A/см<sup>2</sup> спектр излучения диодов представлен полосой с

максимумом 2.185 эВ (рис. 3, кривая 2). В излучении диодов не наблюдались полосы, связанные с участием в излучательной рекомбинации глубоких компенсирующих центров. Приведенные данные свидетельствуют о том, что при лазерной обработке ZnTe импульсами наносекундной длительности можно получить результаты, недостигаемые при обычной термической обработке.

#### Заключение

Для кристаллов ZnTe обработка непрерывным оптическим излучением приводит к модификации дефектной структуры. На основе имплантированных бором кристаллов ZnTe, прошедших непрерывный оптический отжиг, возможно изготовление светоизлучающих диодных структур типа металл–изолятор–полупроводник с высокоомным имплантированным слоем. Обработка импульсным излучением миллисекундного и наносекундного диапазонов может применяться для формирования омического контакта и *p*–*n*-перехода. Авторы благодарят В.А. Иванова, А.К. Беляеву, Ж.А. Кетько и Н.К. Никеенко за содействие в экспериментальной части работы, а также Г.П. Яблонского за полезные советы при обсуждении.

Abstract. Results on influence of different regimes of light treatment on optical and electric properties of ZnTe crystals are presented. The treatment of undoped ZnTe crystals by the cw laser  $(1.06\,\mu\,\text{m})$  and lamp  $(0.2-1.1\,\mu\,\text{m})$  radiation results in narrow lines in the photoluminescence spectra related to acceptor and neutral complex defects. Optical annealing of boron implanted samples leads to a partial reconstruction of the crystal structure that allows to prepare light-emitting MIS diodes. Formation of ohmic contacts to the *p*-type ZnTe at the treatment of samples with a coating metal film by millisecond laser pulses is described. Nanosecond laser pulses is used to change the type of conductivity of ZnTe crystals and to make p-n junctions diode sources emitting in the yellow–green range at 80 and 300 K.

#### Литература

- [1] А.В. Двуреченский, Г.А. Качурин, Е.В. Нидаев, Л.С. Смирнов, Импульсный отжиг полупроводниковых материалов, М.: Наука, 1982.
- [2] С.И. Радауцан, А.Е. Цуркан, Теллурид цинка, Кишинев: Штиинца, 1972.
- [3] В.К. Кононенко, Инжекционная электролюминесценция теллурида цинка, ЖПС 23: 3 (1975), 528-553.
- [4] Y. Fan, J. Han, L. He, J. Saraie, R.L. Gunshor, M. Hagerott, H. Jeon, A.V. Nurmikko, G.C. Hua, N. Otsuka, *Graded band gap ohmic contact to p-ZnSe*, Appl. Phys. Lett. 61: 26 (1992), 3160-3162.
- [5] В.Н. Болтунов, В.А. Иванов, Образование дефектов в теллуриде цинка под действием непрерывного лазерного и некогерентного излучения, ЖПС 47: 4 (1987), 579-582.
- [6] И.К. Андроник, И.Я. Андроник, З.П. Кулева, Г.П. Листунов, П.Г. Михалаш, К.Д. Сушкевич, Травление кристаллов CdTe, ZnTe u Zn<sub>0.6</sub>Cd<sub>0.4</sub>Te, полученных разными методами, Физические процессы в гетероструктурах и некоторых соединениях II-VI. Кишинев: Штиинца (1974), 115-126.

- [7] J. Marine, J.-L. Pautrat, J.-C. Pfister, M. Quillec, M. Verdone, L'implantation ionique dans les semiconducteurs II-VI, Acta Electronica 19: 2 (1976), 161-164.
- [8] В.Н. Болтунов, Н.К. Никеенко, В.А. Иванов, Способ получения низкоомных омических контактов к теллуриду цинка p-типа проводимости, Авторское свидетельство СССР №1554671, 1989.
- [9] V.N. Iodko, A.K. Belyaeva, Green-yellow light-emitting diodes on zinc telluride obtained by laser doping, Materials Science Forum. 182-184 (1995), 353-358.
- [10] V.N. Iodko, V.P. Gribkovskii, A.K. Belyaeva, Yu.R. Suprun-Belevich, Zh.A. Ketko, *Radiative recombination in ZnTe p-n junction*, J. Crystal Growth 184-185 (1998), 1170-1174.

Институт физики им. Б.И. Степанова Национальной Академии наук Беларуси 220072 Минск, Беларусь Поступило 17.05.2001

### Нелинейный интерферометр Фабри-Перо со встроенной внутрь синусоидальной дифракционной решеткой

#### А.В.Казберук, Г.В.Синицын

Нелинейные и бистабильные интерферометры Фабри-Перо приобретают дополнительные возможности управления световыми потоками при формировании в промежуточном слое интерферометров фазовой дифракционной решетки. Такая решетка, в частности, может быть создана при падении на интерферометр двух когерентных световых пучков, направленных на рассматриваемую среду под углом друг к другу. Для направленного на решетку светового информационного сигнала накладывающиеся друг на друга угловые условия максимумов дифракции и интерференции могут приводить к существенной асимметрии и перераспределению интенсивностей дифрагированных пучков. При этом характер перераспределения зависит как от угла падения и интенсивности информационного пучка, так и от интенсивностей двух когерентных потоков, формирующих решетку.

Будем считать, что бесконечно-протяженный плоскопараллельный слой **III** толщиной d, перпендикулярный направлению x, диэлектрическая проницаемость которого промодулирована по закону

$$\varepsilon(z) = \varepsilon_0 \left( 1 + \alpha \cos \frac{2\pi}{N\lambda} z \right),$$
(1)

помещен между двумя другими плоскопараллельными слоями II и IV с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_R$  и толщиной h (зеркала интерферометра). Здесь  $\varepsilon_0$  – среднее значение  $\varepsilon(z)$ ,  $\alpha$  – глубина и  $N\lambda$  – период модуляции, N4 – число длин волн  $\lambda$ , укладывающихся на одном периоде модуляции. Данная система помещена в воздух (диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon$  в областях I и V равна 1). Предполагаем также, что характеристики среды не зависят от светового поля и что поглощение или усиление света в системе отсутствует. Плоская волна падает из области I под углом  $\theta$  на интерферометр, возбуждая в нем электромагнитное поле. Также будем считать, что вектор E параллелен оси y (H-мода) и  $E_y(x, z, t) = E_y(x, z) \exp(i\omega t)$ , а магнитная проницаемость  $\mu = 1$  во всех областях. Тогда  $E_x = E_z = H_y = 0$ , в области III E и grad $\varepsilon$  взаимно перпендикулярны, а в остальных областях  $\varepsilon = \text{const.}$  B этом случае волновое уравнение для модулированного слоя

$$\nabla^2 E_y^{\rm III} + \varepsilon_0 k^2 \left( 1 + \alpha \cos \frac{kz}{N} \right) E_y^{\rm III} = 0 \tag{2}$$

содержит коэффициенты, которые являются функциями только z. Его решение можно представить в виде [1]

$$E_y^{\text{III}}\left(x,z\right) = \sum_{n=L_1}^{L_2} \left[ E_n^{\text{III}f} \exp\left(-ikA_nx\right) + E_n^{\text{III}b} \exp\left(ikA_nx\right) \right] \sum_{l=L_1}^{L_2} \beta_{l,n} \exp\left[ik\left(s + \frac{l}{N}\right)z\right], \quad (3)$$

где  $s = \sin \theta, iA_n = \sqrt{\gamma_n}, \gamma_n$  и  $\beta_l, n$  – соответственно, собственные значения и собственные вектора известной алгебраической задачи

$$\mathbf{D}\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\gamma}\boldsymbol{\beta},\tag{4}$$

для бесконечной матрицы D с элементами

$$d_{l,m} = -\varepsilon_0 + (s + l/N)^2 \qquad l = m, d_{l,m} = -\alpha\varepsilon_0/2 \qquad l = m + 1, \ l = m - 1, d_{l,m} = 0 \qquad l > m + 1, \ l < m - 1,$$
(5)

Легко показать, что электрическое поле в остальных областях можно представить в виде

$$E_y^{\mathrm{II,IV}}\left(x,z\right) = \sum_{l=L_1}^{L_2} \left[ E_l^{\mathrm{II,IV}f} \exp\left(-ikC_l x\right) + E_l^{\mathrm{II,IV}b} \exp\left(ikC_l x\right) \right] \exp\left[ik\left(s + \frac{l}{N}\right)z\right], \quad (6)$$

$$E_y^{\mathrm{I}}(x,z) = E_0 \exp\left(-ikK_0 x\right) \exp\left(iksz\right) + \sum_{l=L_1}^{L_2} E_l^{\mathrm{Ib}} \exp\left(ikK_l x\right) \exp\left[ik\left(s + \frac{l}{N}\right)z\right], \quad (7)$$

$$E_y^{\mathcal{V}}(x,z) = \sum_{l=L_1}^{L_2} E_l^{\mathcal{V}f} \exp\left(-ikK_l x\right) \exp\left[ik\left(s+\frac{l}{N}\right)z\right],\tag{8}$$

где  $C_l = \sqrt{\varepsilon_R - (s + l/N)^2}, K_l = \sqrt{1 - (s + l/N)^2}.$ Из (3) (6)–(8) нетрудно полущить выражения

Из (3), (6)–(8) нетрудно получить выражения для соответствующих магнитных полей.

Учет граничных условий (непрерывность тангенциальных составляющих электрических и магнитных полей во всех точках на границах раздела сред) приводит к системе линейных алгебраических уравнений для определения коэффициентов  $E_l^{I-V}$ , которые можно трактовать как амплитуды волн различных дифракционных порядков в соответствующих областях рассматриваемой модулированной интерференционной системы. В качестве меры интенсивности дифрагированного света *l*-го порядка мы будем использовать квадрат модуля соответствующего коэффициента  $E_l^{Ib}$  или  $E_l^{Vf}$  в выражении для поля в области **I** или **V**, нормированный на интенсивность падающего света.

Для численных расчетов использовались величины  $\varepsilon_R$  и h, соответствующие максимальному пропусканию реального интерферометра Фабри-Перо в отсутствие модуляции ( $\alpha = 0$ ). Величина  $\varepsilon_R$  определяется требуемым коэффициентом отражения зеркал интерферометра R и величиной  $\varepsilon_0$ . Толщина d промежуточного слоя при заданном Rопределяется желаемой настройкой интерферометра на требуемый уровень пропускания.

Для случая, когда начальная отстройка интерферометра (при отсутствии модуляции) соответствует максимальному пропусканию, увеличение глубины модуляции вызывает увеличение отстройки интерферометра и при очень малых  $\alpha$  поведение кривых  $I_0^{\rho,\tau}(\alpha)$  (кривые 1 и 4 рис. 1а)

соответствует поведению кривых, построенных по обычным формулам Эйри: резкое (вследствие высокого коэффициента отражения зеркал R) падение интенсивности прошедшего света и столь же резкое увеличение интенсивности отраженного. При дальнейшем возрастании глубины модуляции монотонный характер кривых нарушается и



Рис. 1: Зависимости интенсивностей дифрагированных лучей от глубины модуляции для: (a) – нулевого порядка в отраженном (кривые 1–3) и прошедшем (4–6) свете при начальной настройке пропускания интерферометра на максимальное (кривые 1, 4), на половину максимального (2, 5), на четверть максимального (3, 6); (b) – *l*-тых порядков в отраженном и прошедшем свете при начальной настройке пропускания интерферометра на максимальное (кривые 1–5) и на четверть максимального (6):  $1 - l = \pm 1$ ; 2,  $6 - l = \pm 2$ ;  $3 - l = \pm 3$ ;  $4 - l = \pm 4$ ;  $5 - l = \pm 5$ . N = 10; R = 0, 99;  $\theta = 0$ .

появляются провалы на кривых  $I_0^{\rho}(\alpha)$  и пики на кривых  $I_0^{\tau}(\alpha)$ . При значениях  $\alpha$ , соответствующих этим провалам и пикам, существенно возрастают интенсивности света дифракционных порядков с  $|l| \geq 2$  (рис. 1b). Рассматривая все кривые рис. 1 вместе можно сделать вывод, что если в отраженном свете при  $\alpha > 0,003$  преобладают волны нулевого порядка, то в прошедшем в некоторых диапазонах  $\alpha$  интенсивности волн более высоких порядков дифракции становятся сравнимыми с интенсивностью волны нулевого порядка и даже превышают ее. Из рис. 1а также видно, что различия в форме модуляционных кривых при различных начальных настройках интерферометра существенны лишь при малых  $\alpha$ . При возрастании  $\alpha$  отклонение начальной настройки от настройки на максимальное пропускание приводит практически лишь к уменьшению эффективной глубины модуляции.

Очевидно, отмеченные провалы и пики связаны с дифракцией на неоднородностях диэлектрической проницаемости в промежуточном слое интерферометра. Это следует также из зависимости количества провалов и пиков на модуляционных кривых от периода решетки (величины N) (рис. 2).

С увеличением периода решетки практически пропорционально возрастает частота появления провалов и пиков. Увеличение периода приводит к уменьшению углового расстояния между дифрагировавшими пучками соседних порядков и увеличению количества наблюдаемых порядков дифракции. Также меняется дифракционная эффективность. Чем меньше период, тем выше интенсивность дифрагированных пучков.

Полученные результаты свидетельствуют о возможности использования описываемого интерферометра в качестве амплитудно-фазового модулятора и пространственного переключателя нового типа. Рассмотрим, в частности, один из примеров пространственного переключателя на интерферометре-решетке. Как видно из кривых 1 и 2 рис. 1b, при включении управляющих пучков с интенсивностью, обеспечивающей коэффициент модуляции  $\alpha_1 = 0,003$ , информационный сигнал расщепляется в основном на четыре равных пучка первого порядка  $(I_{\pm 1}^{\rho,\tau})$ , а при  $\alpha_1 = 0,0215$  – на четыре пучка второго порядка  $(I_{\pm 2}^{\rho,\tau})$  с контрастом соответственно  $I_{\pm 1}^{\rho,\tau}(\alpha_1)/I_{\pm 2}^{\rho,\tau}(\alpha_1) \approx 30$  и



Рис. 2: Зависимость интенсивностей дифрагированных пучков нулевого порядка в отраженном свете от глубины модуляции при начальной настройке пропускания интерферометра на максимальное: (a) - N = 5, (b) - N = 10. R = 0,99;  $\theta = 0$ .

 $I_{\pm 2}^{\rho,\tau}(\alpha_2)/I_{\pm 1}^{\rho,\tau}(\alpha_2) \approx 20$ . Если за направления коммутации выбрать 1-ый и 5-ый порядки и изменить  $\alpha$  скачком от  $\alpha_1 = 0,003$  до  $\alpha_3 = 0,072$ , то расчетный контраст переключения уже составит  $I_{\pm 1}^{\rho,\tau}(\alpha_1)/I_{\pm 5}^{\rho,\tau}(\alpha_1) \approx 10^{12}$  и  $I_{\pm 5}^{\rho,\tau}(\alpha_3)/I_{\pm 1}^{\rho,\tau}(\alpha_3) \approx 60$  (см. кривые 1 и 5 рис. 1b). Наконец, удерживая глубину модуляции неизменной в окрестностях некоторых значений и изменяя начальную отстройку путем асимметричного увеличения интенсивности одного из управляющих пучков, можно модулировать четыре дифрагированных информационных пучка выбранного порядка дифракции (сравни, например, кривые 2 и 6 рис. 1b второго порядка дифракции вблизи значения  $\alpha_4 = 0,0655$ ). Если для этих же порядков дифракции выбрать  $\alpha_3 = 0,072$ , то закон модуляции будет инверсным по отношению к предыдущему случаю при  $\alpha_4 = 0,0655$ .

Таким образом, можно сделать вывод, что рассматриваемый интерферометррешетка позволяет существенно видоизменить структуру полей дифрагированных пучков даже в том случае, когда характеристики промежуточного слоя не зависят от светового поля. Такого рода дифракционные решетки могут обладать набором амплитуднопространственных характеристик, существенно отличающих их как от бистабильных интерферометров в некогерентных пучках, так и от обычных голограмм без зеркальных покрытий. Такая система представляет интерес для оптических межсоединений и оптической обработки информации с точки зрения изучения возможности создания пространственных коммутаторов и устройств ввода-вывода информационных сигналов.

Abstract. The theoretical investigations of diffraction of light beams on phase sinusoidal diffraction grating placed between parallel mirrors of a Fabry-Perot interferometer are carried out. The problem is solved on the basis of Maxwell equations in the approximation of plane waves. The numerical analysis indicates that the power of beam incident on interferometer with a built-in diffraction grating undergoes strong redistribution between diffraction orders depending on such parameters as angle of incidence, initial detuning from the interference maximum and index of phase modulation. This feature provides the opportunity to use such grating-interferometer as an amplitude-phase modulator and a spatial switch of a new type. If non-linear optical media are used as an intermediate layer and grating is formed by interferencing light beams, then the parameters of such a modulator can be changed and controlled optically.

#### Литература

 A.V.Kazberuk, G.V.Sinitsyn, Diffraction gratings on a thin-layer Fabry-Perot interferometer with modulation of a refractive index of intermediate layer for spatial optical switches, in Optics in Computing 2000, Roger A. Lessard, Tigran Galstian, Editors, SPIE Vol. 4089, pp. 927–938

Поступило 15.06.2001

Отдел оптических проблем информатики НАН Беларуси ул. Купревича 1/2 220141 Минск, Беларусь Разложение по плоским волнам и интегральные преобразования между  $\vec{x}$ -и  $\vec{r}$ -представлениями

#### В.Н.КАПШАЙ

Кафедра теоретической физики, Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины ул. Советская 104, 246019, Гомель Беларусь Тел: 57-82-53; email: kvn@gsu.unibel.by

Интегральные уравнения для волновой функции (ВФ) связанной системы двух (не)релятивистских частиц в импульсном представлении могут быть записаны в виде

$$G_0^{-1}(E,\vec{p})\Psi(\vec{p}) = -(2\pi)^{-3} \int V(\vec{p},\vec{k},E)\Psi(\vec{k})d\vec{k}.$$
 (1)

При этом в нерелятивистсткой квантовой механике потенциал  $V(\vec{p}, \vec{k}, E)$  обычно зависит только от евклидовой разности двух векторов:  $V(\vec{p}, \vec{k}, E) = V(\vec{p} - \vec{k})$ . В этом случае для перехода в  $\vec{x}$ - представление (координатное) применяется разложение всех величин по нерелятивистским плоским волнам  $\exp(i\vec{p}\vec{x})$ , соответствующее интегральное преобразование (ИП) ВФ есть ИП Фурье:

$$\Psi(\vec{x}) = (2\pi)^{-3} \int \exp(i\vec{p}\vec{x})\Psi(\vec{p})d\vec{p},$$
(2)

$$\Psi(\vec{p}) = \int \exp(-i\vec{p}\vec{x})\Psi(\vec{x})d\vec{x}.$$
(3)

Уравнение (1) нерелятивистской теории принимает в  $\vec{x}$ - представлении вид дифференциального уравнения с локальным потенциалом  $V(\vec{x})$ .

Разложение по плоским волнам  $\exp(i\vec{p}\vec{x})$  в уравнении (1) можно осуществлять и в релятивистской теории, например, в ковариантном одновременном подходе [1], однако в этом случае уравнение в  $\vec{x}$ - представлении будет интегро-дифференциальным [2], [3], а потенциал  $V(\vec{x}, \vec{y})$ - нелокальным.

Другое разложение всех величин теории — по релятивистским плоским волнам [4]

$$\xi(\vec{r}, \vec{p}) = \left( (\omega_p - \vec{n}\vec{p})/m \right)^{-1 - imr}, \qquad \omega_p = \sqrt{\vec{p}^2 + m^2}$$
(4)

— применяется для релятивистских уравнений квазипотенциальной теории [5], например, для ВФ имеем следующее ИП Шапиро:

$$\Psi(\vec{r}) = (2\pi)^{-3} \int \xi(\vec{r}, \vec{p}) \Psi(\vec{p}) m d\vec{p} / \omega_p, \qquad (5)$$

$$\Psi(\vec{p}) = \int \xi^*(\vec{r}, \vec{p}) \Psi(\vec{r}) d\vec{r}.$$
(6)

В этом случае уравнение в  $\vec{r}$ - представлении (релятивистском конфигурационном) имеет простой вид, когда потенциал  $V(\vec{p}, \vec{k}, E)$  зависит только от разности векторов  $\vec{p}(-)\vec{k}$ в пространстве Лобачевского, тогда оно является дифференциально-разностным.

Ввиду полноты и ортонормированности релятивистских плоских волн (4) разложение по ним в принципе можно осуществлять и в нерелятивистской теории.

Переходы в  $\vec{x}$ - представление и в  $\vec{r}$ - представление осуществляются из импульсного. Можно, однако, связать В $\Phi$  в  $\vec{x}$ - и  $\vec{r}$ - представлениях непосредственно:

$$\Psi(\vec{r}) = \int M(\vec{r}, \vec{x}) \Psi(\vec{x}) d\vec{x},\tag{7}$$

$$\Psi(\vec{x}) = \int N(\vec{x}, \vec{r}) \Psi(\vec{r}) d\vec{r}.$$
(8)

Ядра этих ИП определяются так:

$$M(\vec{r}, \vec{x}) = (2\pi)^{-3} \int \xi(\vec{r}, \vec{p}) \exp(-i\vec{p}\vec{x}) m d\vec{p} / \omega_p,$$
(9)

$$N(\vec{x}, \vec{p}) = (2\pi)^{-3} \int \exp(i\vec{p}\vec{x}) d\vec{p}\xi^*(\vec{r}, \vec{p}).$$
 (10)

Осуществим парциальное разложение всех функций теории, например, для нерелятивистских и релятивистских плоских волн имеем  $(\sum_{l,m} = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{l})$ 

$$\exp(i\vec{p}\vec{x}) = \sum_{l,m} 4\pi i^l j_l(px) Y_{lm}(\vec{n}_x) Y_{lm}^*(\vec{n}_p),$$
(11)

$$\xi(\vec{r}, \vec{k}) = \sum_{l,m} 4\pi i^l p_l(r, \chi_k) Y_{lm}(\vec{n}_r) Y_{lm}^*(\vec{n}_k), \qquad (12)$$

где  $j_l(px)$ - сферические функции Бесселя,

$$p_l(r,\chi_k) = (-i)^l \sqrt{\frac{\pi}{2 \operatorname{sh} \chi_k}} \frac{\Gamma(irm+l+1)}{\Gamma(irm+1)} P_{irm-1/2}^{-l-1/2}(\operatorname{ch} \chi_k)$$
(13)

а  $P_{\mu}^{\nu}$ - функции Лежандра 1 рода. Аналогично для ядерMиNполучаем

$$M(\vec{r}, \vec{x}) = \sum_{l,m} M_l(r, x) Y_{lm}(\vec{n}_r) Y_{lm}^*(\vec{n}_x),$$
(14)

$$N(\vec{x}, \vec{r}) = \sum_{l,m} N_l(x, r) Y_{lm}(\vec{n}_x) Y_{lm}^*(\vec{n}_r).$$
(15)

Парциальные компоненты ядер М и N могут быть найдены как

$$M_{l}(r,x) = \frac{2}{\pi} \int_{0}^{\infty} p_{l}(r,\chi_{k}) j_{l}(kx) mk^{2} dk / \omega_{k}, \qquad (16)$$

$$N_l(x,r) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty j_l(kx) p_l^*(r,\chi_k) k^2 dk.$$
 (17)

Вычисление этих интегралов дает следующий явный вид парциальных ядер  $M_l$  и  $N_l$ :

$$M_{l}(r,x) = \frac{(-i)^{l}}{2^{l}} \frac{m^{2}}{x} \frac{\Gamma(irm+l+1)}{\Gamma(irm+1)} \frac{K_{irm}(mx)}{\Gamma(1+\frac{l}{2}+\frac{irm}{2})\Gamma(1+\frac{l}{2}-\frac{irm}{2})},$$
(18)

$$N_l(x,r) = \frac{i^l}{2^l} \frac{2m}{x^2} \frac{\Gamma(-irm+l+1)}{\Gamma(-irm+1)} \frac{K_{irm}(mx)}{\Gamma(\frac{1}{2}+\frac{l}{2}+\frac{irm}{2})\Gamma(\frac{1}{2}+\frac{l}{2}-\frac{irm}{2})}.$$
(19)

Здесь  $K_{irm}(x)$ - функции Макдональда.

Таким образом, ИП для парциальных ВФ в х-и г-представлениях

$$\Psi_l(r) = \int M_l(r, x) \Psi_l(x) x^2 dx, \qquad (20)$$

$$\Psi_l(x) = \int N_l(x, r) \Psi_l(r) r^2 dr$$
(21)

являются обобщениями ИП Конторовича-Лебедева (прямого и обратного), а в простейшем частном случае l = 0 совпадают с результатом, полученным в [3].

Парциальные ядра  $M_l$  и  $N_l$  имеют следующие свертки:

$$\int M_l(r,x) N_l(x,r') x^2 dx = \frac{1}{rr'} \delta(r-r'),$$
(22)

$$\int N_l(x,r)M_l(r,x')r^2dr = \frac{1}{xx'}\delta(x-x').$$
(23)

Приведем также связь нелокальных в общем случае потенциалов в  $\vec{x}$ - и  $\vec{r}$ - представлениях:

$$V(\vec{r}, \vec{r}', E) = \int M(\vec{r}, \vec{x}) V(\vec{x}, \vec{y}, E) M^*(\vec{r}', \vec{y}) d\vec{x} d\vec{y},$$
(24)

$$V(\vec{x}, \vec{y}, E) = \int N(\vec{x}, \vec{r}) V(\vec{r}, \vec{r}', E) N^*(\vec{y}, \vec{r}') d\vec{r} d\vec{r}'.$$
 (25)

Для парциальных нелокальных потенциалов ИП имеют вид

$$V_l(r,r',E) = \int_0^\infty \int_0^\infty M_l(r,x) V_l(x,y,E) M_l^*(r',y) x^2 dx y^2 dy,$$
(26)

$$V_l(x, y, E) = \int_0^\infty \int_0^\infty N_l(x, r) V_l(r, r', E) N_l^*(y, r') r^2 dr r'^2 dr'.$$
 (27)

Из формул (24)-(27) следует, что локальному в  $\vec{x}$ -( $\vec{r}$ -) представлении потенциалу  $V(\vec{x}, \vec{y}, E) = V(\vec{x}, E)\delta(\vec{x} - \vec{y}) (V(\vec{r}, \vec{r}', E) = V(r, E)\delta(\vec{r} - \vec{r}'))$  соответствует нелокальный потенциал в  $\vec{r}$ -( $\vec{x}$ -) представлении.

**Abstract.** Two methods of expansion of a quantum system wave function giving in momentum representation on plane waves are considered:

- a) the expansion on nonrelativistic plane waves  $exp(i\vec{p}\vec{x})$ ,
- b) the expansion on relativistic plane waves  $\xi(\vec{r}, \vec{p}) = \left( \left( p_0 \vec{p}\vec{n} \right) / m \right)^{-1 imr}$ .

Formulas connecting wave functions in  $\overrightarrow{x}$  - and  $\overrightarrow{r}$  - representations are discussed.

The partial expansion of all magnitudes of the approach is made. As a result an explicit form of direct and inverse integral transformations for partial wave functions is found. The kernels of these transformations are expressed in terms of McDonald functions and  $\Gamma$  functions.

It is shown, that the obtained integral transformations are some generalizations of direct and inverse Kontorovich-Lebedev transformations.

#### Литература

- Logunov A.A., Tavkhelidze A.N. Quasi-Optical Approach in Quantum Field Theory, Nuovo Cimento, 29 (1963), 380–399.
- [2] Хрусталев О.А. Квазипотенциальное уравнение в x-пространстве, Препринт ИФ-ВЭ 69-24, 1969.
- [3] Архипов А.А., Саврин В.И. Об одном методе решения квазипотенциального уравнения, ТМФ, Т53, №3 (1982), 342–357.
- [4] Шапиро И.С. Разложение волновой функции по неприводимым представлениям группы Лоренца, ДАН СССР, **106** (1956), 647.
- [5] Kadyshevsky V.G., Mir-Kasimov R.M., Skachkov N.B. Quasipotential Approach and the Expansion in Relativistic Spherical Functions, Nuovo Cimento, 55A (1968), 233–257.

Поступило 15.06.2001

Гомельский госуниверситет им. Франциска Скорины 246699 Гомель, Беларусь

# Рассеяние электромагнитных циркулярно поляризованных волн на биизотропном шаре в киральной среде

# $B.H.Капшай^1, \underline{B.B.Кондратюк^2}$

Кафедра теоретической физики, Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины ул. Советская 104, 246019, Гомель Беларусь Тел: 57-82-53; <sup>1</sup>email: kvn@gsu.unibel.by, <sup>2</sup>email: valery@gsu.unibel.by

Настоящая работа посвящена решению граничной задачи о рассеянии плоской циркулярно поляризованной электромагнитной волны на биизотропном шаре радиуса R в киральной среде. Будем считать, что центр рассеивающей частицы находится в начале координат, и ограничимся рассмотрением монохроматических полей вида  $\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}(\vec{r}) e^{-i\omega t}$ . Электромагнитные свойства киральной и биизотропной сред соответственно описываются материальными уравнениями (МУ) [1]–[3]:

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} + i\alpha \vec{H}, \qquad \vec{B} = -i\alpha \vec{E} + \mu \vec{H}.$$
(1)

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} + (\chi + i\alpha) \vec{H}, \qquad \vec{B} = (\chi - i\alpha) \vec{E} + \mu \vec{H}.$$
(2)

Для решения граничных задач электродинамики сплошных сред, обладающих сферической симметрией, удобно использовать разложение плоской циркулярно поляризованной волны по сферическим. При этом для плоской циркулярно поляризованной волны, распространяющейся в киральной среде вдоль оси z, такое разложение имеет вид  $(E_J = i^J \sqrt{(2J+1)2\pi}E_0)$  [4] :

$$\vec{E}_{\nu}^{\text{пад}}\left(\vec{r}\right) = -\nu E_{0}\vec{e}_{\nu}e^{ik_{\nu}z} = \sum_{J=1}^{\infty} E_{J}\vec{F}_{J\nu\nu}^{(j)}\left(k_{\nu}|\vec{r}\right).$$
(3)

Здесь  $\vec{F}^{(z)}_{JM
u}(k_{
u}|r)$  — сферические электромагнитные волны:

$$\vec{F}_{JM\nu}^{(z)}(k_{\nu}|r) = z_{J}(k_{\nu}r)\vec{Y}_{JM}^{J}(\vec{n}_{r}) -$$

$$-i\nu \left[ a_{J}z_{J+1}(k_{\nu}r)\vec{Y}_{JM}^{J+1}(\vec{n}_{r}) - b_{J}z_{J-1}(k_{\nu}r)\vec{Y}_{JM}^{J-1}(\vec{n}_{r}) \right].$$

$$\tag{4}$$

Верхний индекс z у векторов  $\vec{F}_{JM\nu}^{(z)}$  отмечает тип используемых в (3) сферических функций  $z_L(\rho)$ , например,  $j_L(\rho)$ ,  $n_L(\rho)$ ,  $h_L^1(\rho)$  — сферические функции Бесселя, Неймана и Ханкеля 1-го рода,  $k_{\nu} = (\sqrt{\varepsilon \mu} + \nu \alpha) \omega/c$  — волновые числа киральной среды.

Для построения сферических волн (3) была использована полная и ортонормированная система шаровых векторов [5]

$$\vec{Y}_{JM}^{L}(\vec{n}_{r}) = \sum_{m,\mu} C_{Lm1\mu}^{JM} Y_{Lm}(\vec{n}_{r}) \vec{e}_{\mu}, \qquad \vec{n}_{r} = \vec{r}/r, \qquad (5)$$

где  $C_{Lm1\mu}^{JM}$  — коэффициенты Клебша-Гордана группы трехмерных вращений,  $\vec{e}_{\mu}$  — циклические орты  $\left(\vec{e}_{0}=\vec{e}_{z}, \vec{e}_{-1}=\left(\vec{e}_{x}-i\vec{e}_{y}\right)/\sqrt{2}, \vec{e}_{+1}=-\left(\vec{e}_{x}+i\vec{e}_{y}\right)/\sqrt{2}\right), Y_{Lm}\left(\vec{n}_{r}\right)$ — обычные сферические гармоники.

В выражении (2) в силу свойства ортонормированности (и линейной независимости) системы шаровых векторов на сфере фигурируют только слагаемые с  $M = \nu$ . Учитывая структуру выражения (2), рассеянное поле следует искать в виде аналогичного разложения с заменой сферических функций Бесселя  $j_J(\rho)$  на сферические функции Ханкеля 1-го рода  $h_L^1(\rho)$ , имеющие правильную асимптотику на бесконечности

$$\vec{E}_{\nu}^{\text{pac}}\left(\vec{r}\right) = -\sum_{J=1}^{\infty} E_J \sum_{\sigma=\pm 1} f_{\sigma\nu}^J \vec{F}_{J\sigma\nu}^{(h^1)}\left(k_{\sigma}|\vec{r}\right), \qquad (6)$$

где  $f_{\sigma\nu}^{J}$  — подлежащие определению коэффициенты рассеянного поля.



Рис. 1: Зависимость вещественной и мнимой частей коэффициента рассеянного поля  $f_{1,1}^1$  от  $R/\lambda$  при 1) $\chi = 0$ ; 2)  $\chi = 0.5$ .



Рис. 2: Зависимость вещественной и мнимой частей коэффициента рассеянного поля  $f_{-1,1}^1$  от  $R/\lambda$  1) $\chi = 0$ ; 2)  $\chi = 0.5$ .



Рис. 3: Зависимость вещественной и мнимой частей коэффициента внутреннего поля  $g_{1,1}^1$  от  $R/\lambda$  1)  $\chi=0;$  2)  $\chi=0.5.$ 



Рис. 4: Зависимость вещественной и мнимой частей коэффициента внутреннего поля  $g^1_{-1,1}$  от  $R/\lambda$  1)  $\chi=0;$  2)  $\chi=0.5.$ 

Нетрудно, используя уравнения Максвелла, МУ (1) и свойства шаровых векторов, найти магнитные напряженности падающей и рассеянной волн:

$$\vec{H}_{\nu}^{\mathrm{mad}}\left(\vec{r}\right) = -i\nu\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\vec{E}_{\nu}^{\mathrm{mad}}\left(\vec{r}\right),\tag{7}$$

$$\vec{H}_{\nu}^{\text{pac}}\left(\vec{r}\right) = i\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \sum_{J=1}^{\infty} E_J \sum_{\sigma=\pm 1} f_{\sigma\nu}^J \sigma \vec{F}_{J\sigma\nu}^{(h^1)}\left(k_{\sigma}|\vec{r}\right).$$
(8)

Выражения для полей внутри шара имеют ту же структуру, что формулы (9), (11), но с заменой функций Ханкеля 1-го рода на не имеющие особенностей в начале координат функции Бесселя, которые здесь удобно обозначить через  $j_L(k_{\sigma}^1 r) = z_L(k_{\sigma}^1 r)$ , где  $k_{\sigma}^1 = (\sqrt{\varepsilon_1 \mu_1 - - \chi_1^2} + \sigma \alpha_1) \omega/c$  — волновые числа рассеивающей биизотропной частицы:

$$\vec{E}_{\nu}^{\text{\tiny BH}}(\vec{r}) = \sum_{J=1}^{\infty} E_J \sum_{\sigma=\pm 1} g_{\sigma\nu}^J \vec{F}_{J\sigma\nu}^{(z)} \left(k_{\sigma}^1 | \vec{r}\right).$$
(9)

$$\vec{H}_{\nu}^{\text{\tiny BH}}(\vec{r}) = -\frac{1}{\mu_{1}} \sum_{J=1}^{\infty} E_{J} \sum_{\sigma=\pm 1}^{\infty} g_{\sigma\nu}^{J} \left( \chi_{1} + i\sigma\sqrt{\varepsilon_{1}\mu_{1} - \chi_{1}^{2}} \right) \vec{F}_{J\sigma\nu}^{(z)} \left(k_{\sigma}^{1} | \vec{r} \right).$$
(10)

Здесь  $g^J_{\sigma\nu}$  — также подлежащие определению коэффициенты внутреннего поля.

Граничные условия, требующие непрерывности тангенциальных составляющих напряженностей электрического и магнитного полей на поверхности раздела, записываются в виде:

$$\begin{bmatrix} \vec{n}, \vec{E}_{\nu}^{\text{пад}} + \vec{E}_{\nu}^{\text{pac}} - \vec{E}_{\nu}^{\text{вн}} \end{bmatrix}_{r=R} = 0$$

$$\begin{bmatrix} \vec{n}, \vec{H}_{\nu}^{\text{пад}} + \vec{H}_{\nu}^{\text{pac}} - \vec{H}_{\nu}^{\text{вн}} \end{bmatrix}_{r=R} = 0$$

$$(11)$$

Систему для определения коэффициентов рассеянного и внутреннего полей получим, сделав необходимые преобразования в (11):

$$\sum_{\sigma=\pm 1} \left\{ f_{\sigma\nu}^{J} h_{J}(k_{\sigma}R) + g_{\sigma\nu}^{J} z_{J}(k_{\sigma}^{J}R) \right\} = j_{J}(k_{\nu}R)$$

$$\sum_{\sigma=\pm 1} \left\{ f_{\sigma\nu}^{J} \frac{\sigma}{k_{\sigma}} \tilde{h}_{J}'(k_{\sigma}R) + g_{\sigma\nu}^{J} \frac{\sigma}{k_{\sigma}^{1}} \tilde{z}_{J}'(k_{\sigma}R) \right\} = \frac{\nu}{k_{\nu}} \tilde{j}_{J}'(k_{\nu}R)$$

$$\sum_{\sigma=\pm 1} \left\{ f_{\sigma\nu}^{J} \delta_{\sigma} h_{J}(k_{\sigma}R) + g_{\sigma\nu}^{J} \delta_{\sigma}^{1} z_{J}(k_{\sigma}^{1}R) \right\} = \delta_{\nu} j_{J}(k_{\nu}R)$$

$$\sum_{\sigma=\pm 1} \left\{ f_{\sigma\nu}^{J} \delta_{\sigma} \frac{\sigma}{k_{\sigma}} \tilde{h}_{J}'(k_{\sigma}R) + g_{\sigma\nu}^{J} \frac{\sigma \delta_{\sigma}^{1}}{k_{\sigma}^{1}} \tilde{z}_{J}'(k_{\sigma}^{1}R) \right\} = \frac{\nu}{k_{\nu}} \delta_{\nu} \tilde{j}_{J}'(k_{\nu}R)$$
(12)

В (12) использованы следующие обозначения:  $\delta_{\sigma}^{1} = 1/\mu^{1} \left( \chi_{1} + i\sigma \sqrt{\varepsilon_{1}\mu_{1} - \chi_{1}^{2}} \right), \delta_{\nu} = i\nu \sqrt{\varepsilon/\mu}, \tilde{j}_{J}(\rho) = \rho j_{J}(\rho), \tilde{z}_{J}(\rho) = \rho j_{J}(\rho) - функции Риккати-Бесселя, <math>\tilde{h}_{J}(\rho) = \rho j_{J}(\rho) - функция Риккати-Ханкеля, а штрих обозначает дифференцирование по соответствующему аргументу. В ходе решения системы уравнений (12), коэффициенты <math>f_{\sigma\nu}^{J}$  и  $g_{\sigma\nu}^{J}$  представим ввиде

$$f_{\sigma\nu}^{J} = \frac{k_{\sigma}}{k_{\nu}} \frac{\Delta_{\sigma\nu}^{f}}{\Delta} \qquad g_{\sigma\nu}^{J} = \frac{k_{\sigma}^{1}}{k_{\nu}} \frac{\Delta_{\sigma\nu}^{g}}{\Delta}$$
(13)

Здесь, например,  $\Delta$  — главный определитель системы,который имеет вид

$$\Delta = \begin{vmatrix} h_J(k_{+1}R) & z_J(k_{+1}^1R) & h_J(k_{-1}R) & z_J(k_{-1}^1R) \\ \widetilde{h'_J}(k_{+1}R)(k_{+1})^{-1} & \widetilde{z'_J}(k_{+1}^1R)(k_{+1}^1)^{-1} & -\widetilde{h'_J}(k_{-1}R)(k_{-1})^{-1} & -\widetilde{z'_J}(k_{-1}^1R)(k_{-1}^1)^{-1} \\ \delta_{+1}h_J(k_{+1}R) & \delta_{+1}^1z_J(k_{+1}^1R) & \delta_{-1}h_J(k_{-1}R) & \delta_{-1}^1z_J(k_{-1}^1R) \\ \delta_{+1}\widetilde{h'_J}(k_{+1}R)(k_{+1})^{-1} & \delta_{+1}^1\widetilde{z'_J}(k_{+1}^1R)(k_{+1}^1)^{-1} & -\delta_{-1}\widetilde{h'_J}(k_{-1}R)(k_{-1})^{-1} & -\delta_{-1}^1\widetilde{z'_J}(k_{-1}^1R)(k_{-1}^1)^{-1} \end{vmatrix},$$

 $\Delta^f_{\sigma\nu}$  и  $\Delta^g_{\sigma\nu}$  — аналогичные характеристические определители.

Поведение коэффициентов  $f_{\sigma\nu}^J$  и  $g_{\sigma\nu}^J$  в зависимости от отношения радиуса шара к длине волны проиллюстрируем графически: при параметрах киральной среды  $\varepsilon = 2, \mu = 1.5, \alpha = 0.2$  и биизотропной среды  $\varepsilon = 1.5, \mu = 1.2, \alpha = 0.2$  и различных значениях параметра биизотропии  $\chi$ . Из анализа поведения этих величин ясно, что формулы (13) нельзя получить из формул для коэффициентов f и g, соответствующих рассеянию на гиротропном шаре (с  $\chi = 0$  и  $\alpha \neq 00$ ), никаким переопределением параметров  $\varepsilon, \mu$  и  $\alpha$ , тем самым биизотропные среды качественно отличаются от гиротропных.

Abstract. A boundary problem about plane circular polarized electromagnetic wave scattering on bi-isotropic full-sphere located in natural gyrotropic medium is solved. Exact analytical expressions for the electromagnetic fields inside and outside the full-sphere are obtained. Expansion of all waves on the full and orthonormalized system of spherical vectors  $\overrightarrow{Y}_{JM}^L$  is used for the solution of the problem.

#### Литература

- Sihvola A.H., Lindell I.V. Bi-isotropic constitutive relations, Microwave and Optical Technology Letters, V.4, №8 (July 1991), 295-297.
- [2] Беличенко В.П., Фисанов В.В. *Рассеяние электромагнитных волн биизотропной* сферой, Известия вузов. Физика, №10 (1994), 108-112.
- [3] Semchenko I.V., Khakhomov S.A, Tretyakov S.A., Sihvola A.H., Fedosenko E.A. Reflection and transmission by a uniaxial bi-anisotropic slab under normal incidence of plane waves, J. Phys. D: Appl. Phys. **31** (1998), 2458–2464.
- [4] Годлевская А.Н., Капшай В.Н. Рассеяние электромагнитных волн на сферических частицах в естественно гиротропной среде, Оптика и Спектроскопия, Т.68, №1 (1990), 122–127.
- [5] Варшалович А.Б., Москалев А.Н., Херсонский В.К. Квантовая теория углового момента, Л.: Наука (1975), 439с.

Поступило 15.06.2001

Гомельский госуниверситет им. Франциска Скорины 246699 Гомель, Беларусь Сведение уравнений Максвелла для радиально-одноосных неоднородных сред к двум независимым скалярным уравнениям

#### В.А.Карпенко, В.Н.Могилевич

Институт прикладной оптики НАН Беларуси

Сведение (редукция) уравнений электродинамики к скалярным уравнениям существенно упрощает решение задач о дифракции и распространении волн [1, 2]. Математическая формулировка задачи о редукции и некоторые ее решения в форме, не связанной с выбором ортогональной системы координат, представлены в [3].

В настоящей работе рассмотрена среда без дисперсии, характеризуемая тензорами диэлектрической и магнитной проницаемостей, имеющими инвариантную форму

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)r^{-2}\underline{r} \cdot \underline{r}, \quad \mu = \mu_1 + (\mu_2 - \mu_1)r^{-2}\underline{r} \cdot \underline{r}, \tag{1}$$

где <u>r</u>-радиус-вектор точки наблюдения, <u>r</u> · <u>r</u>-диада двух векторов,  $r = |\underline{r}|$ ,  $\varepsilon_1 = \varepsilon_1(r)$ ,  $\varepsilon_2 = \varepsilon_2(\underline{r})$  и  $\mu_1 = \mu_1(r)$ ,  $\mu_2 = \mu_2(\underline{r})$ -собственные значения тензоров  $\varepsilon$  и  $\mu$ , являющиеся произвольными функциями своих аргументов. Известно, что в среде без дисперсии уравнения Максвелла

$$\operatorname{rot}\underline{E} = -\mu \nabla_t \underline{H}, \quad (\underline{\nabla} \mu \, \underline{H}) = 0,$$
  
$$\operatorname{rot} H = \varepsilon \nabla_t \mathbf{E}, \quad (\nabla \varepsilon \, E) = 0$$
(2)

описывают два типа волн. Покажем, что один из типов волн (полей) в среде (1) выражается через псевдоскалярную функцию координат и времени  $\varphi$  посредством соотношений

$$\underline{E}_1 = \nabla_t \operatorname{rot}_{\underline{r}} \varphi, \ \underline{H}_1 = -\mu^{-1} \operatorname{rot} \operatorname{rot}_{\underline{r}} \varphi.$$
(3)

Здесь и в (2)  $\nabla_t$ -частная производная по времени. Напряженности электрического <u>E</u><sub>1</sub> и магнитного <u>H</u><sub>1</sub> полей (3) удовлетворяют первому, второму и четвертому уравнениям из (2) при произвольном  $\varphi$ . Из третьего уравнения следует скалярное уравнение относительно  $\varphi$ , его вывод представлен ниже.

Предварительно введем в рассмотрение антисимметричный тензор  $\underline{r}^{\times}$ , дуальный вектору  $\underline{r}$  [4], и вектор-оператор, коммутирующий с произвольной функцией аргумента  $r = |\underline{r}|$ :

$$\operatorname{rot} \underline{r} = -\underline{r}^{\times} \underline{\nabla} = \underline{\nabla} \underline{r}^{\times} = -\underline{r} \operatorname{rot},\tag{4}$$

где <u>∇</u>-оператор градиента. С помощью (4) правая часть третьего уравнения из системы (2) с учетом (1) и (3) легко преобразуется к виду

$$\varepsilon \nabla_t \underline{E}_1 = \operatorname{rot} \underline{r} \,\varepsilon_1 \nabla_t^2 \varphi, \tag{5}$$

поскольку  $\varepsilon_1 = \varepsilon_1(r)$ . В соответствии с формулировкой задачи о редукции [3] третье векторное уравнение из (2) может быть сведено к одному скалярному уравнению лишь при условии, что его левая часть представима следующим образом:

$$\operatorname{rot}\underline{H}_1 = \operatorname{rot}\underline{r}\,\rho\varphi,\tag{6}$$

где  $\rho-$ скалярный дифференциальный оператор. Тогда уравнение относительно  $\varphi$ будет однородным:

$$(\rho - \varepsilon_1 \nabla_t^2) \varphi = 0, \tag{7}$$

поскольку источники поля в (2) отсутствуют. Задача заключается в преобразовании выражения

$$\operatorname{rot}\underline{H}_{1} = -\operatorname{rot}\left[\mu_{1}^{-1} + (\mu_{2}^{-1} - \mu_{1}^{-1})r^{-2}\underline{r} \cdot \underline{r}\right]\operatorname{rot}\operatorname{rot}\underline{r}\varphi,\tag{8}$$

в квадратных скобках которого выписан в явном виде тензор  $\mu^{-1}$ . Очевидно, что

$$-\operatorname{rot}(\mu_2^{-1} - \mu_1^{-1})r^{-2}\underline{r} \cdot \underline{r}\operatorname{rot}\operatorname{rot}\underline{r}\varphi = -\operatorname{rot}\underline{r}\left[(\mu_2^{-1} - \mu_1^{-1})r^{-2}(\underline{r}\operatorname{rot}\operatorname{rot}\underline{r})\right]\varphi.$$
(9)

В правой части (9) величина (<u>r</u> rot rot<u>r</u>) есть скалярный дифференциальный оператор. Поэтому остается преобразовать вектор

$$-\mathrm{rot}\mu_1^{-1}\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\underline{r}\,\varphi\tag{10}$$

к виду правой части равенства (6). Для этого воспользуемся единичным тензором  $r^{-2}(\underline{r} \cdot \underline{r} \times \underline{r}^{\times})$ , с помощью которого и операторных равенств (4) вектор (10) представим таким образом:

$$-\operatorname{rot}\mu_{1}^{-1}\operatorname{rot}\operatorname{rot}\underline{r}\varphi = -\operatorname{rot}\mu_{1}^{-1}r^{-2}(\underline{r}\cdot\underline{r}-\underline{r}^{\times}\underline{r}^{\times})\operatorname{rot}\operatorname{rot}\underline{r}\varphi = \\ = -\operatorname{rot}\underline{r}(\underline{\nabla}\,\mu_{1}^{-1}r^{-2}\underline{r}^{\times}\underline{r}^{\times}\underline{\nabla})\varphi + \operatorname{rot}\mu_{1}^{-1}r^{-2}\underline{r}^{\times}\underline{r}^{\times}(\underline{\nabla}\cdot\underline{\nabla}-\Delta)\underline{r}\varphi,$$

где  $(\underline{\nabla} \cdot \underline{\nabla} - \triangle) = \text{rot rot}, \Delta = (\underline{\nabla} \underline{\nabla})$ -оператор Лапласа. Преобразуя последний член в полученном выражении, необходимо кроме (4) учесть, что

$$\Delta \underline{r}\varphi = \underline{r}\Delta\varphi + 2\underline{\nabla}\varphi, \ \underline{r}^{\times}\underline{r}^{\times} = \underline{r}\cdot\underline{r} - r^{2}, \ \operatorname{rot}\underline{\nabla}\varphi = 0,$$

а также операторные равенства

$$r^{-2}(\underline{r}\,\underline{\nabla}) = r(\underline{\nabla}\,\underline{r})r^{-3}, \ (\underline{\nabla}\,\underline{r}) - 2 = (\underline{r}\,\underline{\nabla}) + 1 = r^{-1}(\underline{r}\,\underline{\nabla})r.$$

Тогда получаем

$$-\operatorname{rot}\mu_1^{-1}\operatorname{rot}\operatorname{rot}\underline{r}\varphi = \operatorname{rot}\underline{r}\,(\underline{\nabla}r^{-2}\mu_1^{-1}\underline{\nabla})r\,\varphi.$$

Теперь, принимая во внимание (9), уравнение (7) можно записать в явном виде:

$$\left[r(\underline{\nabla}r^{-2}\mu_1^{-1}\underline{\nabla})r - (\mu_2^{-1} - \mu_1^{-1})r^{-2}(\underline{r}\operatorname{rot}\operatorname{rot}\underline{r}) - \varepsilon_1\nabla_t^2\right]\varphi = 0.$$
(11)

Таким образом, соотношения (3), (11) описывают один из двух возможных типов решений системы (2) для среды (1).

Подобное описание второго типа решений можно получить, используя симметрию уравнений (2) относительно замен:  $\underline{E} \rightleftharpoons H$ ,  $\varepsilon \rightleftharpoons -\mu$ . Такой же симметрией обладают решения системы уравнений (2). Поэтому, производя в (3) и (11) следующие замены:  $\underline{E}_1 \to \underline{H}_2, \underline{H}_1 \to \underline{E}_2, -\mu^{-1} \to \varepsilon^{-1}, \varphi \to \psi, -\mu_i^{-1} \to \varepsilon_i^{-1}$  (i = 1, 2),  $\varepsilon_1 \to -\mu_1$ , получим

$$\underline{E}_2 = \varepsilon^{-1} \operatorname{rot} \operatorname{rot} \underline{r} \psi, \quad \underline{H}_2 = \nabla_t \operatorname{rot} \underline{r} \psi, \tag{12}$$

$$\left[r(\underline{\nabla}r^{-2}\varepsilon_1^{-1}\underline{\nabla})r - (\varepsilon_2^{-1} - \varepsilon_1^{-1})r^{-2}(\underline{r}\operatorname{rot}\operatorname{rot}\underline{r}) - \mu_1\nabla_t^2\right]\psi = 0.$$
(13)

Очевидно, что выражения полей (12) удовлетворяют системе (2), если скалярная функция координат и времени  $\psi$  подчиняется скалярному уравнению (13). Уравнения (11), (13) имеют смысл при произвольных зависимостях  $\varepsilon_2 = \varepsilon_2(\underline{r})$  и  $\mu_2 = \mu_2(\underline{r})$ , но при условии непрерывности функций  $\varepsilon_2 = \varepsilon(r)$ ,  $\mu_2 = \mu(r)$ . Если на некоторой границе раздела  $r = a = \text{const} \ \varepsilon_1$  и  $\mu_1$  испытывают скачок, то условие непрерывности касательных компонент электрического и магнитного полей на сфере r = a эквивалентно требованию непрерывности функций  $\varphi$ ,  $\mu_1^{-1}(\underline{r} \nabla) r \varphi$  и  $\psi$ ,  $\varepsilon_1^{-1}(\underline{r} \nabla) r \psi$ . Это можно показать, исходя из выражений (3) и (12). Так, из (3) видно, что электрическое поле является касательным и сохраняется непрерывным при условии непрерывности  $\varphi$  при r = a. Касательное магнитное поле определяется равенством

$$-r^{-2}\underline{r}^{\times}\underline{r}^{\times}\underline{H}_{1} = r^{-3}\underline{r}^{\times}\underline{r}^{\times}\underline{\nabla}\mu_{1}^{-1}(\underline{r}\,\underline{\nabla})r\varphi,$$

из которого видно, что его правая часть будет непрерывной, если при r = a непрерывна функция  $\mu_1^{-1}(\underline{r} \nabla) r \varphi$ , поскольку оператор дифференцирования  $\underline{r}^{\times} \underline{r}^{\times} \nabla$  не содержит производной по направлению нормали к поверхности сферы r = a. Аналогичные соображения применимы к выражениям (12).

Полученный результат редукции уравнений (2) содержит некоторые частные случаи. Так, в случае изотропной однородной среды, для которой  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \text{const}_1$ ,  $\mu_1 = \mu_2 = \text{const}_2$ , вследствие операторного равенства

$$r(\underline{\nabla}r^{-2}\underline{\nabla})r = \triangle$$

потенциальные функции  $\varphi$  и  $\psi$  удовлетворяют волновому уравнению

$$(\triangle -\varepsilon_1 \mu_1 \nabla_t^2) \varphi, \psi = 0,$$

причем в выражениях (3) и (12) вектор <u>r</u> можно заменить постоянным вектором, направление которого выбирается из соображений простоты получения решения рассматриваемой задачи. В случае изотропной среды в сферической системе координат функции  $\varphi$  и  $\psi$  совпадают с потенциалами Дебая [2]. Соотношения (3), (11)–(13) можно рассматривать как другую форму записи уравнений Максвелла (2) для среды (1), где электромагнитное поле <u>E</u>, <u>H</u> представляет собой суперпозицию двух типов решений:  $\underline{E} = \underline{E}_1 + \underline{E}_2$ ,  $\underline{H} = \underline{H}_1 + \underline{H}_2$ . При этом вид правил дифференцирования (3), (12) и уравнений (11), (13) не связан с выбором ортогональной системы координат. Координатная система может диктоваться условиями конкретной задачи.

**Abstract.** Elektromagnetic equations in the special case of an inhomogeneous anisotropic dispersion-free medium are reduced to two independent scalar second-order equations.

#### Литература

- [1] Дж.А.Стреттон, Теория электромагнетизма. Ленинград-Москва: ГИТТЛ, 1948, с.309–318, 345–370.
- [2] В.А.Фок, Проблема дифракции и распространения электромагнитных волн. М.: Сов. Радио, 1970. 520 с.
- [3] В.А.Карпенко // ДАН БССР. 1983. Т 27. N 2. С.129–131.
- [4] Ф.И.Федоров, Оптика анизотропных сред. Минск: Академия наук БССР. 1958.
   380 с.

# Оптико-акустическое преобразование в пространственно неоднородных нетеплопроводящих средах

### А.А.Карабутов, В.В.Кожушко, Г.С.Митюрич, И.М.Пеливанов

Неразрушающий контроль и диагностика пространственно неоднородных сред представляют собой актуальные прикладные проблемы технологии и медицины, в связи с чем задачи визуализации неоднородностей, решаемые в томографии, приобретают особое значение. Традиционно в томографии предполагается ввод зондирующего излучения в исследуемую среду с последующей регистрацией излучения, рассеянного средой, и дальнейшей численной обработкой полученных результатов. Однако такой подход не всегда возможно осуществить практически. Среди альтернативных методов выделим метод лазерной оптико-акустической (OA) томографии [1], который позволяет решать широкий спектр проблем в исследовании пространственных неоднородностей различного типа, а также применяемый в исследовании процессов взаимодействия лазерного излучения с веществом и в диагностике различных свойств материалов. Специально разработанные средства регистрации позволяют проводить исследования при одностороннем доступе к образцу, что является неоспоримым преимуществом [2]. В основе метода лежит следующий эффект: импульс лазерного излучения поглощается исследуемой средой, и в результате нестационарного теплового нагрева среды в ней возбуждаются ультразвуковые волны — ОА сигнал, которые затем регистрируются в широкой полосе частот [3]. В общем случае результирующий сигнал зависит от оптических, теплофизических и акустических свойств исследуемой среды, а также параметров лазерного импульса. В ряде частных приближений эту зависимость можно упростить. Так, при длительности лазерного импульса значительно меньшем времени пробега акустической волны по области тепловыделения форма ОА сигнала повторяет пространственное распределение ОА источников в исследуемой среде, что наблюдается, например, в биологических тканях. Проведенные оценки и экспериментальные результаты продемонстрировали возможность измерения коэффициента поглощения света в диапазоне 1-500 см<sup>-1</sup> с разрешением порядка 10-15 мк на расстояниях нескольких сантиметров от поверхности [1]. Задача ОА томографии заключается в восстановлении распределения пространственных неоднородностей среды по измеренному ОА сигналу, что в свою очередь требует решения прямой задачи.

В данной работе рассматривается решение прямой задачи ОА преобразования в одномерной модельной среде, коэффициент поглощения света которой зависит от координаты, а изменения теплофизических и акустических свойств незначительны. Теоретическое исследование ОА преобразования удобно проводить методом частотных передаточных функций [3], которые определяются только свойствами исследуемой среды, что позволяет исключить влияние, оказываемое на результирующий сигнал параметрами лазерного импульса. Фактически передаточная функция определяет эффективность возбуждения отдельных спектральных компонент ОА сигнала в исследуемой среде.

Решение прямой задачи ОА преобразования в неоднородной среде удобно разбить на три последовательных части: определение интенсивности электромагнитного излучения в исследуемой среде, нахождение распределения теплоакустических источников и расчет результирующего акустического отклика. Пусть из прозрачной среды по нормали к границе в поглощающую среду распространяется лазерный импульс, имеющий плоский волновой фронт. В результате нестацинарного теплового нагрева среды, поглощающей электромагнитное излучение, в ней возникают термоупругие напряжения, которые возбуждают упругие волны. Для нетеплопроводящих сред, т.е. когда время диффузии температурных полей много больше времени пробега акустических волн по области тепловыделения, форма ОА-сигнала повторяет пространственное распределение тепловых источников в среде, и термоупругое возбуждение звука в случае пространственно однородной среды описывается уравнением

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = -\frac{\alpha c_0^2 \beta}{\rho c_p} I_0 e^{-\alpha z} f(t), \tag{1}$$

где  $\varphi$  — скалярный потенциал поля скоростей,  $\alpha$  — коэффициент поглощения,  $\beta$  — температурный коэффициент объемного расширения среды,  $c_0$  – скорость звука,  $c_p$  — теплоемкость,  $\rho$  — плотность,  $I_0$  — значение интенсивности на границе z = 0, f(t) — огибающая интенсивности во времени. Правая часть уравнения (1) описывает ОА источники.

В оптически пространственно-неоднородных средах изменения коэффициента поглощения приводит к сложной зависимости интенсивности излучения от координаты, которая не описывается законом Бугера, как в случае пространственно однородной среды. Для определения распределения интенсивности разбиваем исследуемую среду на Nслоев произвольной толщины, чтобы в пределах каждого слоя изменения коэффициента поглощения света были незначительны. В общем случае оптически пространственнонеоднородной среды (изменяется коэффициент поглощения и показатель преломления) будем считать, что внутри отдельного слоя распространяются две электромагнитные волны в направлении оси z и противоположенном, что соответствует прямой и отраженной (рассеянной назад) волнам. Используем условия непрерывности векторов напряженности электрического и магнитного полей (рассматриваем немагнитные среды  $\mu = 1$ ) на границах слоев вида

$$A_m e^{-(ik_m + \alpha_m/2)d_m} + B_m e^{(ik_m + \alpha_m/2)d_m} = A_{m+1} + B_{m+1},$$

$$n_m A_m e^{-(ik_m + \alpha_m/2)d_m} - n_m B_m e^{(ik_m + \alpha_m/2)d_m} = n_{m+1}A_{m+1} - n_{m+1}B_{m+1},$$
(2)

где  $A_m$  — амплитуда вектора напряженности электрического поля у волны, распространяющейся в направлении  $z, B_m$  — в противоположенном направлении,  $n_m$  — показатель преломления,  $\alpha_m$  — коэффициент поглощения,  $d_m$  - толщина соответствующего слоя, m изменяется от 0 до N. Получим систему уравнений, из решения которой определим амплитуды электромагнитных волн и соответствующие им интенсивности [4, 5], и запишем выражение, описывающее ОА источники в m-ом слое:

$$Q_m(z) = \frac{\alpha_m \beta}{\rho c_p} (\frac{c n_m}{8\pi} |A_m|^2 e^{-\alpha_m z} + \frac{c n_m}{8\pi} |B_m|^2 e^{\alpha_m z}),$$
(3)

здесь *с* — скорость света. Результаты расчета пространственого распределение ОА источников представленны на рис. 1. Наличие некоторой "шерохотоватости" в распределении ОА источников объясняется дискретностью представленной модели, более гладкое распределение получается путем уменьшения толщины выделяемых слоев.

Рассчитав значения ОА источников в *m*-ом слое, запишем уравнение (1) для каждого из слоев и проведем дальнейшее решение спектральным методом. С этой целью к каждому из полученных уравнений применяем преобразование Фурье, что в общем виде даст следующее уравнение для *m*-го слоя:

$$\frac{\partial^2 \widetilde{\varphi}_m}{\partial z^2} + \frac{\omega^2 \widetilde{\varphi}_m}{c_0^2} = Q_m(z) \widetilde{f}(\omega), \tag{4}$$



Рис. 1: Изменение коэффициента поглощения (жирная линия) и рассчитанное распределение ОА источников в исследуемой среде

где  $\widetilde{f}(\omega)$  огибающая спектра импульса формы f(t).

Общий вид решения данного уравнения в отдельном слое записывается как

$$\widetilde{\varphi}_m(\omega, z) = C_m e^{-i\frac{\omega}{c_0}z} + D_m e^{i\frac{\omega}{c_0}z} + \frac{Q_m(z)}{\alpha_m^2 + (\omega/c_0)^2} \widetilde{f}(\omega),$$
(5)

где  $C_m$  и  $D_m$  — амплитуды акустических волн, распространяющихся внутри слоев в положительном и противоположенном направлениях оси z, соответственно, последнее слагаемое описывает локализованное возмущение среды. Таким образом, в результате поглощения m-ым слоем некоторой части излучения лазера возникающее возмущение распространяется в двух направлениях. В прозрачной среде и на глубине, где интенсивность излучения равна нулю (отсутствуют ОА источники), существуют только бегущие акустические волны, распространяющиеся от области возмущения. Экспериментально ОА сигнал измеряется за исследуемым образцом или в прозрачной среде перед ним, что соответствует случаям прямой и косвенной регистрации. В данной работе рассматривается полубесконечная модельная среда и косвенный метод регистрации ОА сигналов [3], поэтому необходимо определить передаточную функцию амплитуды волны, распространяющейся в прозрачную среду. Для этого используем граничные условия непрерывности скалярного потенциала и колебательных скоростей частиц отдельных спектральных составлющих ОА сигнала на границах слоев:

$$\rho_m \widetilde{\varphi}_m = \rho_{m+1} \widetilde{\varphi}_{m+1}, \frac{\partial \widetilde{\varphi}_m}{\partial z} = \frac{\partial \widetilde{\varphi}_{m+1}}{\partial z}.$$
(6)

Из решения данной системы уравнений определим амплитуду скалярного потенциала волны некоторой частоты. Экспериментально измеряемыми величинами являются давление или колебательная скорость частиц v, которая связана со скалярным потенциалом следующим образом:

$$v = \operatorname{grad} \varphi. \tag{7}$$

Повторив данную процедуру для частот из интересующего спектрального диапазона, получим частотную передаточную функцию исследуемой среды. Затем, выполнив обратное преобразование Фурье, получим форму ОА сигнала. Все расчеты проведены с использование пакета МАТLAB. Физические свойства прозрачной и модельной поглощающей среды соответствовали свойствам воды, n = 1, 33,  $\rho = 1 \text{ г/см}^3$ ,  $c_0 = 1, 49 \cdot 10^5 \text{ см/с}$  – прозрачная среда, n = 1, 33,  $\rho = 1 \text{ г/см}^3$ ,  $c_0 = 1, 49 \cdot 10^5 \text{ см/с}$ ,  $c_p = 4, 18 \text{ Дж/(г·K)}$ ,  $\beta = 1,82 \text{ K}^{-1}$  – поглощающая среда. Длина волны излучения  $\lambda = 1.06 \text{ мкм}$ , длительность импульса лазерного источника порядка  $10^{-8}$  с, при этом во всем диапазоне исследуемых частот (< 100 МГц) можно считать спектр огибающей интенсивности лазерного импульса постоянным. Следовательно, форма ОА сигнала, которая повторяет рассчитанное пространственное распределение ОА источников, будет определяться только свойствами исследуемой среды. Это дает возможность применения изложенного



Рис. 2: Рассчитанная форма ОА сигнала

в работе подхода для решения широкого круга проблем томографии оптически неоднородных сред в рамках одномерной пространственной модели.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант 01-02-16539.

**Abstract.** The solution of direct photoacoustic problem in optic spatial inhomogeneous media in the frame of one-dimensional model was considered. The suggested numeric method can be used in the solving of inverse problem by laser OA tomography.

#### Литература

- A. A. Karabutov, N. B. Podymova, V. S. Letochov, *Time- resolved optoacoustic tomography of inhomogeneous media*, Appl. Phys. B 63 (1996), 545–563
- [2] A. A. Karabutov, E. V. Savateeva, N. B. Podymova, A. A. Oraevsky, Backwardmode detection of laser induced wide-band ultrasonic transients with optoacoustic transducer J.Appl.Phys. 87:4 (2000), 2003–2014.
- [3] В. Э. Гусев, А. А. Карабутов, Лазерная оптоакустика, М.: Наука, 1991.
- [4] А. А. Карабутов, В. В. Кожушко, И. М. Пеливанов, Н. Б. Подымова, Исследование оптико-акустическим методом прохождения широкополосных ультразвуковых сигналов через периодические одномерные структуры, Акуст. журн. 46:4 (2000), 509–514.
- [5] V. Kozhushko, G. Mityurich, Photoacoustic transformation in the one-dimensional periodic structures, Gliwice, Molec. Quant. Acoust. 21 (2000), 127–132.

Гомельский госуниверситет им. Франциска Скорины 246699 Гомель, Беларусь Поступило 14.06.2001

# Температурно-управляемая каскадная генерация третьей гармоники в кристаллах KTP/DKDP с синхронизмом 2-го типа

Н. В. Кондратюк, О. В. Манько, А. А. Шагов

ЗАО "Солар Лазерные Системы" 77, пр. Партизанский, Минск, 220107

В ряду кристаллов-удвоителей частоты YAG:Nd-лазеров кристалл КTP с синхронизмом 2-го типа в плоскости XY занимает особое место. Обладая высокой нелинейностью, этот кристалл одновременно имеет большую угловую 20 мрад·см<sup>-1</sup> и температурную 25 мрад·см<sup>-1</sup> ширину синхронизма, которые значительно превышают аналогичные параметры кристаллов KDP, DKDP, BBO, LBO и др.[1]. При удвоении частоты в кристалле KTP с синхронизмом 2-го типа в плоскости XY непреобразованное излучение основной частоты эллиптически поляризовано, а излучение 2-ой гармоники поляризовано в плоскости XY. Для коррекции эллиптичности поляризации непреобразованного излучения основной частоты обычно используют фазовые пластинки [2]. С другой стороны, кристалл KTP можно рассматривать как температурно-чувствительную фазовую пластинку, в которой для излучения с  $\lambda$ =1,064мкм изменение разности фаз между взаимо-действующими волнами на 1см длины равно  $\pi/2$  при изменении температуры на 13,5°C [2].

Возможность управления состоянием поляризации непреобразованного излучения основной частоты YAG:Nd лазера путем изменения температуры кристалла-удвоителя КТР представляет практический интерес при каскадной генерации нечетных гармоник.

В настоящей работе исследуются температурные зависимости поляризационных характеристик непреобразованного излучения YAG:Nd лазера при генерации 2-ой гармоники в кристалле KTP и влияние температуры кристалла KTP на эффективность генерации 3-ей гармоники в кристалле DKDP с синхронизмом 2-го типа.

В качестве источника излучения с  $\lambda_1 = 1,0642$ мкм использовался YAG:Nd лазер импульсно-периодического действия с модулированной добротностью (модель LQ-727 фирмы "Солар ЛС"), генерирующий импульсы с энергией 330 мДж и длительностью 5 нс. Профиль распределения интенсивности излучения в поперечном сечении пучка диаметром 5,7 мм и расходимостью 1 мрад был однородным и близким к прямоугольному. Линейно поляризованное в вертикальной плоскости (s-компонента) излучение с помощью четвертьволновой фазовой пластинки преобразовывалось в излучение, поляризованное по кругу. Кристалл KTP с просветленными торцами, размером  $8 \times 8 \times 8$  мм<sup>3</sup>, вырезанный в направлении  $\varphi_c=23,5^\circ$  и  $\theta=90^\circ$ , помещался в термостат и ориентировался таким образом, что излучение 2-ой гармоники было поляризованным в горизонтальной плоскости (р-компонента). Для коррекции эллиптичности поляризации непреобразованного излучения основной частоты использовалась дихроичная фазовая пластинка целоволновая для излучения 2-ой гармоники с  $\lambda_2 = 0.5321$  мкм и четвертьволновая для излучения с  $\lambda_1 = 1,0642$  мкм, которая преобразовывала линейно поляризованное под углом 45° к оси Z кристалла КТР излучение в излучение, поляризованное по кругу, а излучение, поляризованное по кругу, — в излучение, линейно поляризованное в вертикальной (s-компонента) либо горизонтальной (p-компонента) плоскостях. Для исследования поляризационных характеристик непреобразованного излучения основной частоты использовался анализатор с пропусканием для р- и отражением для s-компонент соответственно.
Для импульсов излучения основной частоты с энергией 330мДж и интенсивностью 260мВт/см<sup>2</sup> эффективность генерации 2-ой гармоники в кристалле КТР достигала 55%. При этом длительности импульсов непреобразованного излучения основной частоты и 2-ой гармоники были равны 7нс и 5нс соответственно. При фиксированном угловом положении кристалла КТР и изменении температуры в диапазоне от 40°C до 60°C эффективность генерации 2- ой гармоники изменялась от 55% до 42%.



При установке кристалла КТР в положение точного фазового синхронизма для заданной температуры измерялись энергии импульсов 2-ой гармоники — (1), и двух компонент непреобразованного излучения основной частоты s — (2) и р - (3), рис.1. Из рис.1 видно, что непреобразованное излучение основной частоты при температурах  $31,5^{\circ}$ С,  $49,5^{\circ}$ С и  $63,5^{\circ}$ С линейно поляризовано под углом  $45^{\circ}$  к оси Z кристалла КТР, а при температурах  $39^{\circ}$ С и  $56^{\circ}$ С поляризовано по кругу. При увеличении температуры от  $39^{\circ}$ С до  $56^{\circ}$ С разность фаз между р и s компонентами излучения с  $\lambda_1=1,0642$ мкм изменяется на  $\pi$ . Это означает, что направления вращения круговой поляризации при температурах  $39^{\circ}$ С и  $56^{\circ}$ С противоположны. При прохождении дихроичной фазовой пластинки циркулярно-поляризованный свет пребразуется в линейно поляризованный, причем при температурах  $39^{\circ}$ С и  $56^{\circ}$ С излучение поляризовано в горизонтальной (р компонента) и вертикальной (s компонента) плоскостях соответственно.

Для каскадной генерации 3-ей гармоники использовался кристалл DKDP размером  $12 \times 12 \times 20$ мм<sup>3</sup>, вырезанный в направлении  $\theta$ =59° для фазового ео-е синхронизма.

При установке кристалла КТР с температурой 56°С в положение точного фазового синхронизма, когда энергии импульсов 2-ой и s- компоненты непреобразованного излучения основной частоты были равны 178мДж и 125мДж, энергия импульсов 3-ей гармоники была равна 98мДж.

При повороте кристалла КТР с температурой 56°С вокруг оси Z на небольшой угол от направления точного фазового синхронизма, когда энергии импульсов 2-ой и s-компоненты непреобразованного излучения основной частоты были одинаковы и равны 150мДж, энергия импульсов 3-ей гармоники увеличилась и была равна 110мДж. Повышение эффективности генерации 3-ей гармоники в данном случае по-видимому обусловлено увеличением интеграла перекрытия во времени импульсов с  $\lambda_1$ =1,06421 мкм и  $\lambda_2$ =0,5321 мкм, так как при максимальной эффективности генерации 2-ой гармоники сильно искажается фора импульса непреобразованного излучения основной частоты и его длительность увеличивается до 7нс [4]. В этом положении кристалла КТР измерялись энергии импульсов 2-ой гармоники — (1), s-компоненты непреобразованного излучения основной частоты — (2) после кристалла-удвоителя и 3-ей гармоники — (3) после кристалла DKDP при уменьшении температуры кристалла КТР от 56°С до 42°С, рис.2. Из рис.2 видно, что при уменьшении температуры от 56°С до 42°С энергия импульсов 3-й гармоники монотонно уменьшается от максимального 110мДж до минимального 28мДж значений соответственно.

Таким образом, полученные экспериментальные данные указывают на то, что, изменяя соответствующим образом температуру кристалла КТР, можно управлять состоянием поляризации непреобразованного излучения основной гармоники и, следовательно, эффективностью каскадной генерации 3-ей гармоники в кристалле DKDP.

### Литература

- V.G.Dmitriev, G.G.Gurzadyan, D.N.Nikogosyan, Handbook of nonlinear crystals (Berlin, Springer-Verlag, 1997).
- [2] W.Koechner, Solid-state laser engineering (Berlin, Springer-Verlag, 1996).
- [3] APPLICATION NOTE "KTP for second harmonic generation with *Q*-switched 1m lasers" Crystal Technology, Inc. (1991).
- [4] В.М.Гармаш, А.А.Дивак, Н.А.Ковыженко и др., *Квантовая электроника*, 15, 1323(1988).

# Особенности рефракции бинарных систем фторидов редкоземельных элементов и стронция

Е.А.Кривандина<sup>1</sup>, З.И.Жмурова<sup>1</sup>, Т.М.Глушкова<sup>2</sup>, Д.Ф.Киселев<sup>2</sup>, М.М.Фирсова<sup>2</sup>, А.П.Штыркова<sup>2</sup>

Широкое применение в квантовой оптике кристаллических материалов, содержащих в качестве структурообразующих или примесных ионов ионы редкоземельных элементов (РЗЭ), стимулировало работы по выращиванию и изучению монокристаллов твердых растворов фторидов РЗЭ (R) и фторидов щелочноземельных металлов (M) с общей структурной формулой  $R_{1-x}M_xF_{3-x}$  [1-3].

Целью настоящей работы является исследование ряда физических характеристик монокристаллов  $R_{1-x}Sr_xF_{3-x}$  (где R = La, Ce, Pr, Nd; x – молярная доля  $SrF_2$ ), полученных в интервале составов ( $0 \le x \le 0.15$ ), допускающих равновесное существование нестехиометрических тисонитовых фаз.

Монокристаллы выращены из расплава методом Стокбаргера в институте Кристаллографии РАН. Кристаллы имели структуру тисонита, их состав контролировался методом рентгеноспектрального анализа. В оптическом отношении они представляли собой одноосные отрицательные кристаллы. Для исследований изготовлены образцы в виде цилиндров диаметром 10 мм и высотой 2÷15 мм с геометрической осью, близкой по направлению к оптической оси кристалла.

Проведены измерения плотности  $\rho$  (методом гидростатического взвешивания) и показателей преломления  $n_o$  и  $n_e$  (с помощью рефрактометра Пульфриха) на длине волны  $\lambda = 546$  нм, для которой все образцы были прозрачны. Точность измерений плотности  $\pm 10^{-3}$  г/см<sup>3</sup>, показателей преломления —  $\pm 2 \cdot 10^{-4}$  ( $n_o$ ) и  $\pm 10^{-3}$  ( $n_e$ ).

Представление экспериментальных результатов и их последующий анализ проведены по двум направлениям: в зависимости от содержания  $SrF_2$  в составе кристалла (ряд составов) и в зависимости от атомного номера РЗЭ (ряд лантаноидов).

*Ряд составов.* На рис.1 приведены зависимости плотности  $\rho$  и показателя преломления  $n_o$  от молярной доли x компонента  $SrF_2$  в составе кристалла. Как можно видеть, и  $\rho$ , и  $n_o$  уменьшаются с увеличением x в каждом из четырех типов исследуемых твердых растворов.

На основе полученных данных рассчитаны следующие характеристики кристаллов: молярный объем  $V_{\text{мол}} = M/\rho (M$  – молекулярный вес соединения), число молекул в единице объема  $N = N_{\text{AB}}/V_{\text{мол}} (N_{\text{AB}}$  – число Авогадро), удельная рефракция r по формуле Ньютона  $r = (n^2 - 1)/\rho$ ; молекулярная рефракция  $R_{\text{мол}}$  по формуле Лоренц-Лорентца  $R_{\text{мол}} = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \cdot \frac{M}{\rho}$ . Величина  $R_{\text{мол}}$  связана с поляризуемостью молекул соотношением Лоренц-Лорентца:

$$\frac{n_{o,e}^2 - 1}{\tilde{n}^2 + 2} \cdot \frac{M}{\rho} = \frac{4\pi}{3} N_{\mathrm{AB}} \alpha_{o,e},$$

где  $\tilde{n} = (2n_o + n_e)/3$  – средний показатель преломления среды, а  $\alpha_{o,e}$  – компоненты поляризуемости анизотропной молекулы.

Весь набор экспериментальных и рассчитанных данных для кристаллов, относящихся к одной из бинарных систем (например,  $Nd_{1-x}Sr_xF_{3-x}$ ), приведен в таблице.



Рис. 1: Зависимость показателя преломления  $n_o$  для  $\lambda = 546$  нм (1-4) и плотности  $\rho$  (1'-4') кристаллов с La (1,1'); Ce(2,2'); Pr (3,3') и Nd (4,4').

Содерж.	Плотн.	Молярн. объем	Показ. преломл.		Мол. рефр.	Поляриз.
$SrF_2, x$	$ ho,$ г $/$ см $^3$	$V_{ m mon},{ m cm^3/monb}$	$n_o$	$n_e$	$R_{ m mon},{ m cm}^3/{ m monb}$	$\alpha_o, 10^{-24} \text{cm}^3$
0.00	6.505	30.94	1.6218	1.615	10.978	4.35
0.02	6.418	31.12	1.6171	1.612	10.908	4.32
0.05	6.328	31.20	1.6086	1.601	10.793	4.28
0.07	6.320	31.00	1.6053	1.597	10.747	4.26
0.10	6.213	31.17	1.6000	1.591	10.674	4.23
0.12	6.164	31.17	1.5942	1.584	10.547	4.18

Физические характеристики монокристаллов  $Nd_{1-x}Sr_xF_{3-x}$ 

Как можно видеть, молярный объем  $V_{\text{мол}}$  практически сохраняет свою величину при всех значениях x, что свидетельствует о неизменности параметров элементарной ячейки в пределах одной бинарной системы. Независящим от состава оказывается и число поляризующихся молекул N в единице объема. Вместе с тем имеет место монотонное уменьшение поляризуемости  $\alpha_0$  с увеличением доли  $SrF_2$  (x) во всем диапазоне составов бинарной системы  $NdF_3 - SrF_2$ . Такие же закономерности установлены и для монокристаллов  $La_{1-x}Sr_xF_{3-x}$ ,  $Ce_{1-x}Sr_xF_{3-x}$  и  $Pr_{1-x}Sr_xF_{3-x}$ . Из этого следует, что наблюдаемое в ряду составов уменьшение показателя преломления тисонитовых фаз обусловлено именно уменьшением поляризуемости  $\alpha$ .

Величина удельной рефракции по Ньютону имеет, в пределах погрешности, одно и то же значение  $r = (0.26 \pm 0.01) \text{ см}^3/\text{г}$  не только для всех х в одной бинарной системе (ряд составов), но остается неизменной и для монокристаллов с любым из четырех ионов РЗЭ (ряд лантаноидов).

*Ряд лантаноидов.* Далее мы проследили изменения изучаемых параметров в зависимости от атомного номера РЗЭ. На рис. 2 и 3 представлены данные для монокристаллов, содержащих 0; 5 и 10 мол.% *SrF*<sub>2</sub>.

Как видно, плотность кристаллов всех составов в ряду РЗЭ линейно возрастает. Показатель преломления n<sub>o</sub> также увеличивается, но темп роста снижается при переходе



Рис. 2: Изменение показателя преломления  $n_o$  (1-3) и плотности  $\rho$  (1'-3') с увеличением атомного номера РЗЭ при концентрациях  $SrF_2$  0 (1,1'); 5 (2,2') и 10 (3,3') мол.%.

от Pr к Nd. Величина молярного объема  $V_{\text{мол}}$  уменьшается ( $\tilde{V}_{\text{мол}} = 33.00, 32.20, 31.65, 31.10$  для кристаллов с La, Ce, Pr, Nd, соответственно), а число молекул N в единице объема возрастает с увеличением атомного номера лантаноида. Изменение  $V_{\text{мол}}$  обусловлено лантаноидным сжатием, что, наряду с ростом атомного веса РЗЭ, приводит к увеличению плотности бинарной системы в ряду лантаноидов.

Поляризуемость  $\alpha_0$  молекулы  $R_{1-x}Sr_xF_{3-x}$  при замене R = La на Ce, Pr, Ndи неизменном х монотонно уменьшается. Такая направленность изменения  $\alpha_0$  в ряду лантаноидов обусловлена уменьшением поляризуемости трехвалентного иона РЗЭ [4] в молекуле, что, в свою очередь, является следствием эффекта лантаноидного сжатия.

Таким образом, две величины N и  $\alpha$ , определяющие в конечном итоге характер изменения показателя преломления кристаллов по ряду РЗЭ, меняются в противоположных направлениях: N — растет,  $\alpha$  — падает. Эти конкурирующие тенденции и определяют немонотонность изменения показателя преломления монокристаллов  $R_{1-x}Sr_xF_{3-x}$  в зависимости от атомного номера R.

О подобном характере изменений оптических параметров трифторидов РЗЭ с гексагональной структурой сообщалось ранее в [4]. Результаты настоящей работы не противоречат и обнаруженному нами ранее [5] характеру изменений показателей преломления монокристаллов  $Na_{0.4}R_{0.6}F_{2.2}$ , где R — ион РЗЭ второй половины лантаноидного ряда от  $Dy^{3+}$  до  $Lu^{3+}$ .

Итак, анализ оптических параметров монокристаллов  $R_{1-x}Sr_xF_{3-x}$ , проведенный как в зависимости от х (при неизменном R), так и в зависимости от R (при х = const.), выявляет ряд особенностей рефракции этих сложных соединений. В практическом отношении совокупность представленных данных расширяет возможности поиска материалов с необходимыми эксплуатационными характеристиками.

Abstract. The refraction indices and density of two-component single crystals grown on the basis of rare-earth elements and strontium fluorides were investigated. The values of the molar refraction and the polarizability were calculated. All the data obtained were analyzed in two direction: both for the growth of  $SrF_2$  content and REE atomic number increase.



Рис. 3: Изменение поляризуемости  $\alpha_o$  (1-3) и числа молекул в единице объема N с увеличением атомного номера РЗЭ при концентрациях  $SrF_20(1), 5(2)$  и 10 (3) мол.

### Литература

- [1] Г.В.Ананьева, Е.Н.Баранова, М.Н.Заржицкая и др. Выращивание и физикохимическое исследование монокристаллов тисонитовых твердых растворов  $(Y, Ln)_{1-x}Sr_xF_{3-x}$ . Неорганические материалы, **16** : 1 (1980), 68–72.
- [2] Е.А.Кривандина, З.И.Жмурова, Г.В.Бережкова и др. Рост, плотность, механические свойства твердых растворов  $La_{1-x}Sr_xF_{1-x}$  ( $0 \le x \le 0.15$ ) со структурой тисонита. Кристаллография, **40** : 4 (1995), 741–745.
- [3] Е.А.Кривандина, З.И.Жмурова, Б.П.Соболев и др. Оптические свойства кристаллов твердых растворов  $La_{1-x}Sr_xF_{3-x}$  ( $0 \le x \le 0.13$ ) со структурой тисонита. Кристаллография, **43**: 1 (1998), 94–98.
- [4] R.E.Thoma, H.Insley, G.M.Herbert, *The Sodium Fluoride-Lanthanide Trifluoride Systems*. Inorganic Chemistry, **5** : 7 (1966), 1222–1229.
- [5] Е.А.Кривандина, А.А.Быстрова, Б.П.Соболев и др. Рост и некоторые свойства монокристаллов Na<sub>0.5-x</sub>R<sub>0.5+x</sub>F<sub>2+2x</sub> (R = Y, Dy - Lu; x = 0.1 и 0.15) с флюоритовой структурой. Кристаллография, **37**: 6 (1992), 1523–1534.

Поступило 15.05.2001

 <sup>1</sup> Институт Кристаллографии им. А.В.Шубникова РАН Россия, 117333, Москва, Ленинский пр. 59
 <sup>2</sup> МГУ им. М.В.Ломоносова, Физический факультет Россия, 119899, Москва, Воробьевы горы, Fax: (095) 939-14-89; E-mail: gmv@smp.gpi.ru

## О параметрических массовых зависимостях константы лептонного распада псевдоскалярного мезона

## С.П.Курлович, Г.Ю.Тюменков

Лептонные распады псевдоскалярных мезонов, как и радиационные, — удобная экспериментальная основа для разнообразных теоретических моделей структуры адронов [1, 2]. Модель мезона — связанное состояние спинорных кварка и антикварка в их валентной или конституентной форме — в данный момент считается общепризнанной, теоретически и экспериментально всесторонне обоснованной. Ковариантный одновременной подход в квантовой теории поля [3] является одним из наиболее последовательных и корректных при теоретических исследованиях связанных состояний, что подтверждает его успешное использование при описании различных процессов взаимодействия элементарных частиц, см. например [4, 5]. В данной работе для описания процесса распада применяется вариант упомянутого подхода [6, 7], использующий формализм двухвременных функций Грина.

Стандартное представление амплитуды лептонного распада псевдоскалярной системы  $(Q\overline{q})$ , т.е. процесса  $(Q\overline{q}) \rightarrow l\tilde{\nu}_l$ , известно и имеет вид [5]:

$$T_{\lambda_1\lambda_2}(P_0; \overrightarrow{k}_1, \overrightarrow{k}_2) = f \frac{G}{\sqrt{2}} I^{\mu}_{\lambda_1\lambda_2}(\overrightarrow{k}_1, \overrightarrow{k}_2) P_{\mu}, \qquad (1)$$

где слабый лептонный ток

$$I^{\mu}_{\lambda_1\lambda_2}(\overrightarrow{k}_1,\overrightarrow{k}_2) = \overline{v}^{\lambda_2}_l(\overrightarrow{k}_2)\gamma^{\mu}(1+\gamma_5)u^{\lambda_1}_{\widetilde{\nu}_l}(\overrightarrow{k}_1).$$

Здесь f — константа распада,  $G/\sqrt{2}$  — константа Ферми,  $P_{\mu} = (P_0, \overrightarrow{P})$  — полный 4-импульс системы,  $\overrightarrow{k}_{1;2}$  — импульсы лептонов.

С другой стороны, в рамках вышеупомянутого подхода данная амплитуда в системе отсчета, в которой осуществляется приравнивание времен, приобретает вид [4, 7]:

$$T_{\lambda_1\lambda_2}(P_0, \overrightarrow{k}) = 2g^2 \Phi(\theta_c) \int d^3 p I^{\mu}_{\lambda_1\lambda_2}(\overrightarrow{k}_1, \overrightarrow{k}_2) \frac{(g_{\mu\nu} - P_{\mu}P_{\nu}/m_W^2)}{P_0^2 - m_W^2 + i0} \times \overline{v}^{\sigma_2}_{\overline{q}}(\overrightarrow{p}_2) \gamma^{\nu} (1 + \gamma_5) u^{\sigma_1}_Q(\overrightarrow{p}_1) \psi^{\sigma_1\sigma_2}(\overrightarrow{p}).$$

$$(2)$$

Связь относительного импульса кварков  $\overrightarrow{p}$ , введенного в формуле (2), с импульсами кварков  $\overrightarrow{p}_{1;2}$  определяется соотношениями для соответствующих 4-импульсов:

$$p = \eta_2 p_1 - \eta_1 p_2; \quad \eta_{1,2} = (M^2 \mp m_1^2 \pm m_2^2)/2M^2.$$
 (3)

Для относительного импульса лептонов  $\vec{k}$  — связь аналогична. Также в (2), (3):  $\psi^{\sigma_1 \sigma_2}(\vec{p})$  — релятивистская волновая функция системы;  $m_W$  — масса промежуточного векторного бозона;  $\Phi(\theta_c)$  — параметр смешивания в слабом кварковом токе; g слабая константа, связанная с константой Ферми соотношением  $g^2 = 8m_W^2 G/\sqrt{2}$ ; M— масса покоя системы ( $Q\bar{q}$ ). Конституентные массы кварка и антикварка полагаются различными и равными  $m_1$  и  $m_2$ .

Ковариантность подхода [3] позволяет продолжить рассмотрение задачи в с.ц.м.:  $\overrightarrow{P}=0$ , а  $P_0 = M$ .

Следуя [6, 7], релятивистскую волновую функцию разделим на спиновую, содержащую дираковские биспиноры и матрицу  $\gamma_5$ , и модульную составляющие:

$$\psi^{\lambda\sigma}(\overrightarrow{p}) = \overline{u}^{\lambda}(\overrightarrow{p})\gamma_5 v^{\sigma}(-\overrightarrow{p})\psi(p).$$
(4)

Здесь и далее  $p \equiv |\vec{p}|$ , а интегрируя (2) по угловым переменным и сравнивая с (1), получим выражение для константы распада:

$$f = -\frac{2^6 \pi \Phi(\theta_c)}{M} \int_0^\infty (\frac{m_1}{\omega_1^p} + \frac{m_2}{\omega_2^p}) p^2 dp \psi(p), \quad \omega_{1,2}^p = \sqrt{m_{1,2}^2 + \overrightarrow{p}^2}.$$
 (5)

Волновую функцию  $\psi(p)$ , основываясь на необходимости правильного асимптотического поведения [8], выберем, как и в [7], в виде

$$\psi(p) = C \left[ (\omega_1^p)^2 + (\omega_2^p)^2 + M^2 \right]^{-3/2}.$$
 (6)

В данном случае, следует рассматривать константу С как свободный параметр.

Дальнейшее аналитическое исследование (5) совместно с (6) приводит к выражению константы распада f через полные эллиптические интегралы первого и второго рода [7, 9].

Однако в данной работе будет использован стандарт численных вычислений MathCad7, являющийся более удобным инструментом нахождения интересующих нас зависимостей и позволяющий легко производить соответствующие графические построения. Для этого подставляем (6) в (5) и преобразуем (5) к виду:

$$f = (M, m_1, m_2) = \xi \int_0^t \Phi(M, m_1, m_2; p) dp, \quad \xi = -2^6 C \pi \Phi(\theta_c).$$
(7)

Для нахождения нового свободного параметра  $\xi$  обратимся к конкретной системе, а именно,  $K^-$ -мезону, для которого согласно [1, 2]:  $M_{K^-} = 493,7$  Мэв,  $m_1 \equiv m_{\overline{u}} = 250$  Мэв,  $m_2 \equiv m_s = 370$  Мэв, а  $f_{K^-} = 113,4$  Мэв. Этот мезон представляет собой связанное состояние странного *s*-кварка и  $\overline{u}$ -антикварка и имеет доминантную лептонную моду распада:  $K^- \to \mu^- \nu_{\mu}$ .

Изучение в (7) зависимости от p функции  $\Phi(M_{K^-}, m_{\overline{u}}, m_s; p)$  позволяет зафиксировать параметр интегрирования t на уровне 8500 Мэв, что видно из рис.1:



Рис. 1: Поведение функции  $\Phi(M_{K^-}, m_{\overline{u}}, m_s; p)$ , определяющее значение t.

Указанные характеристики  $K^-$ -мезона определяют значение свободного параметра  $\xi$ , фигурирующего в (7). И это значение:  $\xi = 0,15064 \cdot 10^6$  Мэв<sup>2</sup>.

Определив  $\xi$ , становится возможным нахождение параметрических массовых зависимостей константы лептонного распада псевдоскалярного мезона  $f(M, m_1, m_2)$ , которые приведены на рис.2 и рис.2а.



Рис. 2: Параметрическая зависимость станты распада f от массы кварка  $m_2$ .

Рис.2а: Параметрическая зависимость конконстанты распада f от массы мезона M.

В силу симметрии  $f(M, m_1, m_2)$  относительно замены  $m_1$  на  $m_2$  и наоборот её зависимость от  $m_1$  очевидна.

Выявленное поведение  $f(M, m_1, m_2)$  допускает дальнейшую более детальную доработку. Например, за счет использования точного релятивистского условия нормировки волновой функции  $\psi(p)$  [10] либо введения большего числа свободных параметров при ее моделировании с последующим их фитированием. Возможность анализа данных зависимостей, в особенности от M, является существенным достоинством подхода [6, 7].

Abstract. The decay of pseudoscalar meson into lepton pair is considered in the framework of the covariant single-time approach of quantum field theory. The common integral form of decay constant, depending on the relativistic wave function of meson, is found. Also, the explicit form of decay constant and its parametrical dependences on the masses of meson and quarks are obtained and analysed, using the model wave function with correct asymptotic behaviour. As an example of mentioned system, the strange charged meson ( $K^{-}$ -meson) is discussed.

#### Литература

- L.Montanet et al. Review of particle properties, Phys.Rev. D, V.50, № 3 (1994), 1200– 1217.
- W.Jaus, Relativistic constituent-quark model of electroweak properties of light mesons, Phys.Rev. D, V.44, № 9 (1991), 2851–2859.
- [3] A.A.Logunov, A.N.Tavkhelidze, Quasioptical approach in quantum field theory, Nuovo Cim., V.29, № 2 (1963), 380–400.

- [4] А.Н.Квинихидзе и др. Инклюзивные процессы с большими поперечными импульсами в подходе составных частиц, ЭЧАЯ, Т.8, вып.3 (1977), 478–520.
- [5] В.И.Саврин, В.В.Санадзе, Н.Б.Скачков, Описание распадов составных мезонов на основе ковариантной гамильтоновой формулировки теории поля, Сообщение ОИ-ЯИ Р2-84-40. Дубна. (1984), 10 с.
- [6] В.Н.Капшай, Г.Ю.Тюменков, К описанию распадов  $\pi^0 \to 2\gamma^* \ u \ \pi^+ \to \mu^+ \nu$  в квазипотенциальном подходе, ДАН БССР, Т.33, № 6 (1989), 518–520.
- [7] В.Н.Капшай, Г.Ю.Тюменков, Константа распада  $(Q\overline{q}) \rightarrow l\tilde{\nu}_l$  в ковариантном одновременном подходе, Изв. ВУЗов. Физика, Т.35, № 2 (1992), 101–103.
- [8] В.Н.Капшай, Г.Ю.Тюменков, Об асимптотике квазипотенциальной волновой функции двухчастичной системы, Изв. ВУЗов. Физика, Т.36, № 6 (1993), 102–105.
- [9] Е.Ямке, Ф.Эмде, Таблицы функций с формулами и кривыми, ГИТТЛ. М. (1949), 420 с.
- [10] R.N.Faustov, Wave functions and form-factors of composite systems, Annals of Phys, V.78, № 1 (1973), 176–189.

Гомельский госуниверситет им. Франциска Скорины 246699 Гомель, Беларусь Поступило 15.06.2001

# Крайне асимметричное рассеяние электромагнитных волн в произвольных периодических структурах

## С.Н.Курилкина

Крайне асимметричное рассеяние (КАР) электромагнитных волн — недавно обнаруженный новый тип брэгговского рассеяния, реализуемый при распространении дифрагированной волны (квази) параллельно границам периодической неоднородной структуры (ПС) [1-4] и представляющий интерес при создании узкополосных оптических фильтров, резонаторов, переключателей, высокочувствительных датчиков и т.д. Однако проводимые в данном направлении исследования ограничивались случаем структур на основе изотропных материалов [1-4]. В настоящем сообщении рассмотрено влияние анизотропии сред, образующих ПС, на особенности крайне асимметричного рассеяния.

Рассмотрим одномерную периодическую структуру (см. рис.1), сформированную анизотропными слоями с тензорами диэлектрической проницаемости, которые в системе координат XYZ, совпадающей с кристаллографической, имеют вид:

$$\varepsilon_{(i)} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{1(i)} & 0 & 0\\ 0 & \varepsilon_{2(i)} & 0\\ 0 & 0 & \varepsilon_{3(i)} \end{pmatrix}.$$
 (1)

Здесь  $\varepsilon_{j(i)}$ - главные диэлектрические проницаемости кристаллического слоя, i — номер последнего. Тензор диэлектрической проницаемости периодической структуры представим следующим образом:

$$\varepsilon = \varepsilon^0 + \Delta \varepsilon = \varepsilon^0 + \varepsilon_1 \exp(ik_G x) + \varepsilon_1^* \exp(-ik_G x), \qquad (2)$$

где  $\varepsilon^0 = [\varepsilon_{(1)} + \varepsilon_{(2)}]/2; \ \varepsilon_1 = -2ia/\pi; \ a = [\varepsilon_{(1)} - \varepsilon_{(2)}]/2; \ k_G = 2\pi/\Lambda$  — вектор обратной решетки,  $\Lambda$  — период структуры. При этом полагаем толщины слоев одинаковыми.



Рис. 1: Геометрия крайне ассиметричного рассеяния

Пусть падающая и рассеянная электромагнитные волны распространяются под углом  $\theta_i$  и  $(\pi/2 - \theta_d)$  соответственно к оси периодичности  $X(\theta_d << \theta_i)$ . При этом полагаем, что взаимодействие осуществляется в условиях синхронизма:

$$\vec{k}_d - \vec{k}_i = -\vec{k}_G,\tag{3}$$

где  $\vec{k_i}$  и  $\vec{k_d}$  — волновые векторы падающей и дифрагированной волн.

Из уравнений Максвелла в приближении медленно изменяющихся амплитуд [5], которое может быть применимо в данном случае, получаем систему уравнений, определяющую амплитуды прошедшей  $\vec{E}_i$ и дифрагированной  $\vec{E}_d$  волн:

$$\frac{d\vec{E}_d}{dx} = i\chi_2\vec{E}_i, \qquad \frac{d\vec{E}_i}{dx} = i\chi_1\vec{E}_d, \tag{4}$$

где  $\chi_1 = \omega^2 \varepsilon_1 / [2c^2 k_0 \cos \theta_i], \ \chi_2 = \omega^2 \varepsilon_1^* / [2c^2 k_1 \sin \theta_d], \ \omega$  — частота света. Учитывая, что  $dx = dz \sin \theta_d$ , из (4) можно определить изменение векторной амплитуды рассеянной волны, обусловленное двухволновым взаимодействием:

$$(d\vec{E}_d/dz)_{int} = i\tilde{\chi}_2 \vec{E}_i.$$
(5)

Здесь  $\tilde{\chi}_2 = \omega^2 \varepsilon_1^* / (2c^2 k_1).$ 

С другой стороны, дифрагированный пучок расплывается в пространстве. При этом его амплитуда  $\vec{E}_d$  удовлетворяет параболическому уравнению:

$$\partial^2 \vec{E}_d / \partial x^2 + \partial^2 \vec{E}_d / \partial z^2 + 2ik_1 \partial \vec{E}_d / \partial z = 0.$$
(6)

Из (6) следует, что обусловленное расходимостью изменение амплитуды рассеянного электромагнитного излучения определяется выражением:

$$(\partial \vec{E}_d / \partial z)_{div} = (i/2k_1)\partial^2 \vec{E}_d / \partial x^2.$$
(7)

Два рассмотренных выше физических механизма (дифракции на периодической структуре и расходимости) оказывают противоположное влияние на амплитуду поля рассеянного излучения. Стационарное КАР имеет место при их взаимной компенсации. Тогда из (4), (5), (7) получаем систему уравнений, определяющую поле излучения внутри периодической структуры:

$$\partial^2 \vec{E}_d / \partial x^2 - 2k_1 \tilde{\chi}_2 \vec{E}_i = 0. \qquad d\vec{E}_i / dx = i\chi_1 \vec{E}_d. \tag{8}$$

Вне ПС электромагнитное поле задается системой (8), в которой следует положить  $\chi_1 = \tilde{\chi}_2 = 0.$ 

Как следует из (8), в общем случае поле дифрагированного излучения внутри периодической структуры представимо в виде суперпозиции трех мод:

$$\vec{E}_d = \exp(Tx)(C_1 + xC_2 + x^2C_3), \tag{9}$$

где  $T = -i[2k_1\tilde{\chi}_2\chi_1]^{1/3}$ , причем для двух из них наряду с экспоненциальной имеет место неэкспоненциальная зависимость амплитуд от координаты в направлении распространения даже в случае отсутствия поглощения. Коэффициенты в (9) определяются из граничных условий, которые для наиболее интересного случая  $\theta_d \Rightarrow 0$ , например, имеют вид:

$$\begin{aligned} (d\vec{E}_i/dx)|_{x=0} &= 0; \quad \vec{E}_i|_{x=0} = \vec{E}_i^0; \quad (d\vec{E}_d/dx)|_{x=L} = 0; \\ \vec{E}_d(0) &= \vec{E}_d|_{x=0+0}; \quad \vec{E}_d(L) = \vec{E}_d|_{x=L-0}. \end{aligned}$$
(10)

Здесь L — длина ПС. Тогда

$$C_3 = -\frac{2k_1}{L}T^{-1}\tilde{\chi}_2\vec{E}_i^0; \qquad C_2 = -(2T^{-1} + L)C_3; \qquad C_1 = (2T^{-2} + LT^{-1})C_3. \tag{11}$$

Как следует из (9), (11), при  $\theta_d \Rightarrow 0$  рассеянная волна  $\vec{E}_d = C_1$  распространяется в узком канале на границе ПС (x = 0). При этом чем больше длина периодической структуры, тем меньше амплитуда рассеянной волны. Кроме этого, имеет место зависимость  $\vec{E}_d$  от параметра  $\varepsilon_1$ , характеризующего модуляцию диэлектрической проницаемости структуры: чем меньше  $\varepsilon_1$ , тем интенсивней дифрагированное излучение. Отметим, что усиление рассеянной волны наблюдается также при увеличении угла падения  $\theta_i$ . Наличие анизотропии обусловливает чувствительность интенсивности дифрагированного излучения к состоянию поляризации падающего света: изменяя последнюю, можно добиваться либо усиления, либо полного подавления КАР.

Амплитуда индуцированной решетки  $\varepsilon_1$  может изменяться. Рассмотрим следующие случаи (см. рис. 2 а, б, в соответственно):

1) 
$$\varepsilon_{1}(x) = \begin{cases} \varepsilon_{1}, & 0 < x < L, \\ 0, & 0 > x, & x > L. \end{cases}$$
  
2) 
$$\varepsilon_{1}(x) = \begin{cases} 4\varepsilon_{1}L^{-1}x, & 0 < x < L/2, \\ 4\varepsilon_{1}L^{-1}(L-x), & L/2 < x < L, \\ 0 & 0 > x, & x > L. \end{cases}$$
  
3) 
$$\varepsilon_{1}(x) = \begin{cases} \varepsilon_{1}[1 - \cos(2\pi x/L)], & 0 < x < L, \\ 0, & 0 > x, & x > L. \end{cases}$$
(12)



Рис. 2: Различные профили изменения амплитуд индуцированной в слоистопериодической структуре решетки

Расчет, выполненный для различных профилей анизотропной периодической структуры, показывает, что малый градиент амплитуды решетки (т.е. несовершенство структуры) не оказывает существенного влияния на амплитуду дифрагированного излучения в случае малых длин ПС, образованных на основе высокосимметричных кристаллов при условии  $\int_0^L \varepsilon_1(x) dx = const.$ 

Полученные аналитические выражения показывают, что крайне асимметричное рассеяние может быть использовано для концентрации излучения в узких каналах. При этом интенсивность излучения в узких каналах оказывается зависящей от длины периодической структуры и угла падения света.

Таким образом, наличие анизотропии слоев, образующих периодическую структуру, обусловливает возможность поляризационного управления крайне асимметричным рассеянием.

Результаты работы могут быть использованы при создании устройств оптической обработки информации.

**Abstract.** It has been analyzed the influence of anisotropy of components of periodic structure on efficiency of extremely asymmetrical scattering. It has been shown opportunity of propagation of the diffracted wave in narrow channel on the border of periodic structure.

It has been established the connection of the amplitude of scattering light with the length of the structure, parameter of modulation of dielectric permeability, angle of incident of electromagnetic wave and polarization of the latter.

## Литература

- Bakhturin M.P,Chernozatonskii L.A., Gramotnev D.K., New type of scattering, Appl. Opt. 44:1 (1963), 44–49.
- [2] Gramotnev D.K., Pile D.F.P., Scattering of electromagnetic waves in gradually varing periodic arrays, Phys. Lett. A 253:1 (1999), 309–314.
- [3] Gramotnev D.K., Pile D.F.P., Extremely asymmetrical scattering of electromagnetic waves, Appl. Opt. 32:7 (1999), 2440–2445.

Поступило 23.04.2000

Гомельский госуниверситет им. Франциска Скорины 246699 Гомель, Беларусь

# Электромагнитные волны в неограниченных и конечных сверхрешетках при наличии дефекта

## С.Н.Курилкина, М.В.Шуба

В последние годы исследование слоистых периодических структур, или сверхрешеток (CP), привлекает пристальное внимание (см., например, [1-4]) в связи с широкими перспективами их практического применения. При этом, как правило, ограничиваются изучением распространения электромагнитных волн в одномерных периодических структурах, образованных изотропными слоями. Гораздо более многообразные по своим свойствам CP, созданные на основе анизотропных материалов, исследуются слабо. Целью настоящей работы является изучение влияния анизотропии веществ, образующих слоистую структуру, на ее оптические свойства.

Рассмотрим сверхрешетку, образованную слоями произвольной симметрии (рис. 1a). Распространение волн в данной структуре описывается волновым уравнением:



Рис. 1: Периодическая структура, образованная слоями произвольной симметрии a) без наличия б) с наличием дефекта

$$-\nabla^2 \vec{E}(\vec{r}) - \frac{\omega^2}{c^2} \Delta \varepsilon(\vec{r}) \vec{E}(\vec{r}) = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon^0 \vec{E}(\vec{r}).$$
(1)

Здесь

$$\varepsilon_{ij}^0 = (\varepsilon_{ij}^{(1)}b + \varepsilon_{ij}^{(2)}(D-b))/D$$

не изменяющаяся на расстоянии, равном периоду D структуры, часть тензора диэлектрической проницаемости, а его периодически изменяющаяся часть

$$\Delta \varepsilon_{ij}(\vec{r}) = \Delta \varepsilon_{ij}(z) = \begin{cases} \varepsilon_{ij}^{(1)} - \varepsilon_{ij}^{0} & \text{при} & nD < z < nD + b \\ \varepsilon_{ij}^{(2)} - \varepsilon_{ij}^{0} & \text{при} & nD + b < z < (n+1)D \end{cases},$$

i = 1, 2 — номер слоя, b — толщина 1-го слоя, n — номер ячейки. Из (1) можно получить матричное уравнение, описывающее резонансное взаимодействие светового поля с периодической структурой:

$$MX = 0, (2)$$

$$\operatorname{rge} X = \begin{bmatrix} A_0 \\ B_0 \\ A_1 \\ B_1 \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} k_0^2 - \kappa_{11}^0 & -\kappa_{12}^0 & -\kappa_{11}^* & -\kappa_{12}^* \\ -\kappa_{12}^0 & k_0^2 - \kappa_{22}^0 & -\kappa_{12}^* & -\kappa_{22}^* \\ -\kappa_{11} & -\kappa_{12} & (k_0 + G)^2 - \kappa_{11}^0 & -\kappa_{12}^0 \\ -\kappa_{12} & -\kappa_{22} & -\kappa_{12}^0 & (k_0 + G)^2 - \kappa_{22}^0 \end{bmatrix},$$

 $\kappa_{ij}^0 = \frac{\omega^2}{c^2} \vec{e}_i \varepsilon^0 \vec{e}_j, \quad \kappa_{ij} = \frac{\omega^2}{c^2} \vec{e}_i U \vec{e}_j, \quad \vec{e}_i - \text{ орты используемой системы координат, } k_{0,1} -$ волновые числа взаимодействующих волн,  $k_1 = k_0 + G, \quad G = 2\pi/D, \text{ a } \vec{a}_{0,1} = A_{0,1} \vec{e}_1 + B_{0,1} \vec{e}_2$  их векторные амплитуды,  $U = \frac{\varepsilon^{(1)} - \varepsilon^{(2)}}{2} \frac{i}{\pi} (1 - \exp(iGb)).$ 

Для случая, когда тензоры диэлектрической проницаемости слоев в используемой системе координат с осью z, ортогональной границе раздела слоев, диагональны, система уравнений (2) распадается на две независимые подсистемы, определяющие волновые числа для собственных мод, поляризованных в направлении осей X и Y. Тогда для световой волны, поляризованной в направлении X, из условия det M = 0 получаем:

$$k_0 = -\frac{G}{2} \pm \sqrt{F_1},\tag{3}$$

где  $F_1 = \frac{1}{4}G^2 + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{11}^0 - \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_{11}^0G^2 + 4\frac{\omega^2}{\pi c^2}} \Delta \tilde{\varepsilon}_{11}^2 \sin^2(Gb/2), \ \Delta \tilde{\varepsilon}_{ij} = (\varepsilon_{ij}^{(1)} - \varepsilon_{ij}^{(2)})/2.$  Как видно из (5), при частотах  $\omega_- < \omega < \omega_+$ , где

$$\omega_{\pm}^{(X)} = \frac{G}{2} c \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_{11}^0 \mp 2 \triangle \tilde{\varepsilon}_{11} \sin(Gb/2)/\pi}} \approx \frac{cG}{2\sqrt{\varepsilon_{11}^0}} \pm \frac{cG}{2\pi} \frac{|\Delta \tilde{\varepsilon}_{11}| \sin(Gb/2)}{(\varepsilon_{11}^0)^{3/2}}, \tag{4}$$

корни дисперсионного уравнения (3) являются комплексными, что соответствует запрещенной зоне. Ширина последней оказывается зависящей от разности показателей преломления собственной моды для двух слоев, периода структуры и соотношения толщин ее компонент. Для волны с вектором поляризации вдоль оси Y могут быть использованы соотношения (3)-(4), в которых необходимо осуществить замену  $\Delta \tilde{\varepsilon}_{11} \rightarrow \Delta \tilde{\varepsilon}_{22}$ ,  $\varepsilon_{11}^0 \rightarrow \varepsilon_{22}^0$ . Как видно из (3)–(4) с учетом сделанного замечания, для данной геометрии распространения оптического излучения (см. рис. 1) запрещенные зоны собственных мод различны как по ширине, так и по местоположению и совпадают лишь при условии, что оптические оси обеих, обладающих симметрией одноосной среды компонент, ортогональны границам раздела слоев. В общем случае данная структура может пропускать волны одной поляризации и отражать другой. Расстояние между центрами запрещенных зон собственных мод определяется величиной анизотропии сверхрешетки, соотношением толщин ее компонент и периодом структуры:

Из (4) следует, что с возрастанием различий в значениях тензоров диэлектрической проницаемости слоев структуры области непропускания и расстояние между центрами запрещенных зон сверхшетки увеличивается. При этом, чем шире запрещенная зона, тем сильнее оказывается затухание волн в ее центре. При малых значениях b/D (вплоть до 0,2) запрещенные зоны для различно поляризованных собственных мод оказываются несовпадающими (см. рис. 2), причем затухание в их центрах мало. Отметим, что возможно перекрытие запрещенных зон, для которых сверхрешетка эффективно отражает излучение любой поляризации. Изменяя величину соотношения толщин слоев сверхрешетки, можно получить весьма узкую (вплоть до нуля) область перекрытия запрещенных зон. Данная особенность анизотропных сверхрешеток может быть использована для создания узкополосных фильтров оптического излучения.

Ширина и положение запрещенных зон для собственных мод зависит не только от диэлектрических компонент сверхрешетки, но и от взаимной ориентации их кристаллографических осей, что проиллюстрировано на рис. 3 для случая, когда кристаллографическая ось  $x_3$  одного из слоев СР Si<sub>2</sub>/KDP повернута относительно нормали к границе слоев на угол  $\theta$ . Как видно из рис. 3, увеличение  $\theta$  приводит к сдвигу запрещенной зоны одной из мод. При этом характер указанного изменения определяется величиной анизотропии слоя, кристаллографическая ось  $X_3$  которого повернута относительно  $\vec{n}$ (см. рис. 3).

Рассмотрим случай включения в СР анизотропного включения (см. рис. 16), толщина которого d. Амплитуду векторов электрической напряженности волн, лежащих в



Рис. 2: Зависимость нижней и верхней граничных частот запрещенной зоны для волн, поляризованных вдоль оси X (1,2) и Y (3,4) от соотношения толщин сверхрешетки кварц/KDP,  $\lambda = 0.63$ мкм



Рис. 3: Зависимость нижней и верхней граничных частот запрещенной зоны для волн, поляризованных вдоль оси X(1,2) и Y(3,4) от угла разориентации кристаллографических осей  $X_3$  компонент СР "кварц/КDР"

запрещенной зоне и поляризованных вдоль оси X, например, до ((z < -d/2)) и после ((z > d/2)) дефекта в соответствии с (2) можно описать выражениями

$$E_{I}(z) = E_{0} \exp(\sqrt{F_{1}}z) \cos\left(\frac{G}{2}z + \delta + \frac{Ga_{1}}{4} + \frac{Gd}{4}\right), \qquad z < -d/2$$

$$E_{III}(z) = mE_{I}(-z), \qquad z > d/2.$$
(5a)

Здесь индексы "I, II, III" указывают номер области рассмотрения (см. рис. 16),  $m = \pm 1$ ,  $sin2\delta = \pi c^2 G \sqrt{F_1}/(2\omega^2 \Delta \tilde{\varepsilon}_{11} \sin(Gb/2))$ . Поле внутри дефекта представимо выражением

$$E_{II}(z) \approx \frac{Z \cos(k_d z)}{Z \sin(k_d z)} \quad \text{if} \quad m = +1, \qquad -d/2 < z < d/2$$
 (5b)

 $Z, k_d$  — амплитуда и волновой вектор электромагнитного поля внутри включения. В соответствии с граничными условиями, заключающимися в непрерывности вектора электрической напряженности и ее производной, получаем систему уравнений для определения входящих в (5a), (5б) амплитуд, из которой следует выражение для частот мод включения:

$$\sqrt{F_1} + \frac{G}{2}tg\left(\frac{Ga_1}{4} + \delta\right) = \begin{cases} k_d tg\left(k_d d/2\right) & \text{при} \quad m = +1\\ -k_d ctg\left(k_d d/2\right) & \text{при} \quad m = -1 \end{cases}$$
(6)

На рис. 4 изображены частоты мод включения для различных толщин дефекта в СР кварц/KDP. Видно, что для заданной величины могут существовать, одна, две или ни одной моды включения, что определяется анизотропией компонент СР. Отметим, что имеет место зависимость частот мод включения от ориентации оптической оси дефекта. При совмещении с модой включения лазерной моды возможно существенное снижение порога генерации, что может найти применение при конструировании высокоэффективных лазерных систем. При их практической реализации необходимо учитывать анизотропные свойства образующих СР слоев и дефекта.



Рис. 4: Моды включения для различных толщин дефекта в CP "кварц/KDP для мод, поляризованных вдоль OX (1), вдоль OУ (2), в случае дефекта из кварца с оптической осью, коллинеарной OX (сплошные линии) и OУ (пунктирные линии)

Таким образом, анизотропия компонент сверхрешетки приводит к существенному изменению спектра отражения: уширению и удвоению количества запрещенных зон, положение которых оказывается зависящим от соотношения толщин слоев периодической структуры и взаимной ориентации их кристаллографических осей. При наличии дефекта сверхрешетки заданной толщины возможно существование как одной, так и двух мод включения. При этом количество и частоты последних определяются анизотропией дефекта и слоев сверхрешетки.

**Abstract.** It has been investigated the peculiarities of propagation of electromagnetic waves in superlattices (SL) formed by anisotropic layers by the presence of impurity. It has been established the dependence of zone structure of volume electromagnetic waves spectrum on polarization of incident light, anisotropy of SL components and impurity.

#### Литература

- Erdos P., Liviotti E., Herdon R.C., Wave transmission through lattices, J. Phys. D: Appl. Phys. 30:1 (1997), 338–345.
- [2] Sigalas M.M., Soukoulis C.M., Chan C.T., Ho K.M., Electromagnetic wave propagation through dispersive and absorptive photonic- band-gap materials, Phys. Rev. B. 49:16 (1994), 11080–11087.
- [3] Tsai Y.-C., Shung K.W.-K., Impurity modes in one-dimensional photonic crystals analytic approch, J. of Modern Optics, 45:10 (1998), 2147–2157.
- [4] Богульский И.О., Ветров С.Я., Шабанов А.В., Электромагнитные волны в неограниченных и конечных сверхрешетках, Оптика и спектроскория 84:5 (1998), 823–828

Гомельский госуниверситет им. Франциска Скорины 246699 Гомель, Беларусь Поступило 23.04.2000

# Кратные собственные значения и собственные состояния поляризации матриц Мюллера частичных поляризаторов

## П.И.ЛАМЕКИН

Институт прикладной оптики НАН Беларуси Могилев 212793, ул. Б.-Бирули, 11 Tel./Fax (222) 264649 E-mail: ipo@physics.belpak.mogilev.by

Введение. Изучение собственных состояний поляризации недеполяризующих [1] систем имеет как теоретическое, так и прикладное значение, поскольку позволяет установить неизменяемые системами состояния поляризации излучения. В [2] решено характеристическое уравнение матрицы Мюллера произвольной недеполяризующей системы и в общей форме изучены собственные состояния поляризации всех типов недеполяризующих систем — частичных поляризаторов, полных поляризаторов и фазосдвигающих устройств. Показано, что спектры матриц Мюллера содержат как вещественные, так и комплексные собственные значения. Физический интерес однако представляют только вещественные собственные значения  $\lambda$ , удовлетворяющие условию  $0 \leq \lambda \leq 1$ , поскольку они являются коэффициентами пропускания оптической системы для излучения с собственными поляризациями.

Из матричного анализа известно [3], что если спектр матрицы не содержит кратных собственных значений, то соответствующие им собственные векторы единственны (с точностью до постоянного множителя). Кратность же собственных значений всегда сопряжена с особенностями в расчете и трактовке соответствующих собственных векторов. Для матриц Мюллера, имеющих физический смысл, это представляет особый интерес. В [2] показано, что спектры матриц Мюллера полных поляризаторов и фазосдвигающих устройств всегда содержат кратные собственные значения, при этом им могут соответствовать как единичные, так и целые семейства физически реализуемых собственных состояний поляризации. Спектр же матриц Мюллера частичных поляризаторов в общем случае не имеет кратных собственных значений. Условия существования кратных собственных значений матриц Мюллера частичных поляризаторов и определение состояний поляризации, описываемых соответствующими собственными вектор-параметрами Стокса, остаются неизученными. Целью работы является решение указанной задачи. Отметим, что подобный выполненному ниже в рамках формализма матриц Мюллера анализ не может быть проведен в рамках формализма матриц Джонса ввиду его известной ограниченности.

Двукратные собственные значения матриц Мюллера частичных поляризаторов. Корни характеристического уравнения матрицы Мюллера *M* произвольного частичного поляризатора описываются соотношениями [2]

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{4} \left[ -\left(\alpha_3 - \sqrt{\alpha_3^2 + 8\sqrt{\alpha_0} - 4\alpha_2}\right) \pm \sqrt{\left(\alpha_3 - \sqrt{\alpha_3^2 + 8\sqrt{\alpha_0} - 4\alpha_2}\right)^2 - 16\sqrt{\alpha_0}} \right], \\ \lambda_{3,4} = \frac{1}{4} \left[ -\left(\alpha_3 + \sqrt{\alpha_3^2 + 8\sqrt{\alpha_0} - 4\alpha_2}\right) \pm \sqrt{\left(\alpha_3 + \sqrt{\alpha_3^2 + 8\sqrt{\alpha_0} - 4\alpha_2}\right)^2 - 16\sqrt{\alpha_0}} \right],$$
(1)

в которых

$$\alpha_3 = -\operatorname{Sp} M = -(M_{11} + M_{22} + M_{33} + M_{44}),$$
  

$$\alpha_2 = 2[M_{11}(\operatorname{Sp} M - M_{11}) - M_{12}M_{21} - M_{13}M_{31} - M_{14}M_{41}],$$
  

$$\alpha_1 = -\operatorname{Sp} M\sqrt{\det M}, \quad \alpha_0 = \det M = (M_{11}^2 - M_{12}^2 - M_{13}^2 - M_{14}^2)^2$$

Здесь  $M_{ij}$  — элементы матрицы Мюллера M, "Sp" и "det" — символы следа и определителя матрицы соответственно. Для матриц Мюллера частичных поляризаторов значения определителя ограничены неравенством  $0 < \det M < M_{11}^4$ .

В соотношениях (1) физическими всегда являются собственные значения  $\alpha_{1,2}$ , поскольку значения  $\alpha_{3,4}$  в общем случае комплексны (для частных случаев недеполяризующих систем значения  $\alpha_{3,4}$  могут быть вещественными и удовлетворять требованию  $0 \leq \lambda \leq 1$ ). Очевидным условием существования двукратных корней в спектре матриц Мюллера частичных поляризаторов является требование

$$\left(\alpha_3 - \sqrt{\alpha_3^2 + 8\sqrt{\alpha_0} - 4\alpha_2}\right)^2 - 16\sqrt{\alpha_0} = 0, \qquad (2)$$

из которого получаем  $\alpha_3 - \sqrt{\alpha_3^2 + 8\sqrt{\alpha_0} - 4\alpha_2} = -4\sqrt[4]{\alpha_0}$ , поскольку  $\alpha_3 = -\operatorname{Sp} M \leq 0$ . Тогда двукратное собственное значение частичного поляризатора, как следует из (1),  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda = \sqrt[4]{\det M}$ .

Соответствующие собственные векторы частичных поляризаторов найдем из систе-  $\binom{M \mapsto M}{M} - \sqrt[4]{\det M}E$  S = 0, где E — единичная матрица,  $S = \{S_1, S_2, S_3, S_4\}$  — собственный вектор-параметр Стокса. Можно показать, что ранг этой системы равен двум и она сводится к

$$M_{11} - \sqrt[4]{\det M} + \left(M_{12} - M_{14}\frac{\alpha}{\gamma}\right)\frac{S_2}{S_1} + \left(M_{13} - M_{14}\frac{\beta}{\gamma}\right)\frac{S_3}{S_1} = 0,$$
(3)

где

$$\alpha = \left(M_{11} - \sqrt[4]{\det M}\right) \left(M_{22} - \sqrt[4]{\det M}\right) - M_{12}M_{21},$$
  
$$\beta = M_{23} \left(M_{11} - \sqrt[4]{\det M}\right) - M_{21}M_{13}, \quad \gamma = M_{24} \left(M_{11} - \sqrt[4]{\det M}\right) - M_{21}M_{14}.$$

Выразим в (3) от компоненты  $S_i$  через параметры поляризации:

$$M_{11} - \sqrt[4]{\det M} + P\left[\left(M_{12} - M_{14}\frac{\alpha}{\gamma}\right)\cos 2\varepsilon\cos 2\theta + \left(M_{13} - M_{14}\frac{\beta}{\gamma}\right)\cos 2\varepsilon\sin 2\theta\right] = 0.$$
(4)

Здесь P — степень поляризации,  $\theta$  и  $\varepsilon$  — соответственно азимут и угол эллиптичности поляризованной компоненты излучения. Таким образом, задача нахождения собственных состояний поляризации, соответствующих кратному собственному значению, сведена к установлению всех значений троек (P,  $\theta$ ,  $\varepsilon$ ), удовлетворяющих (4).

Проанализируем уравнение (4) на декартовой комплексной плоскости. Для этого перейдем в (4) к описывающей поляризованные состояния излучения поляризационной переменной [1]

$$\chi = \operatorname{Re} \chi + i \operatorname{Im} \chi = \frac{1}{1 + \cos 2\varepsilon \cos 2\theta} (\cos 2\varepsilon \sin 2\theta + i \sin 2\varepsilon),$$

где *i* — мнимая единица. Легко убедиться, что

$$\cos 2\varepsilon \cos 2\theta = \frac{1 - |\chi|^2}{1 + |\chi|^2}, \ \cos 2\varepsilon \sin 2\theta = \operatorname{Re} \chi \left( 1 + \frac{1 - |\chi|^2}{1 + |\chi|^2} \right), \ \sin 2\varepsilon = \operatorname{Im} \chi \left( 1 + \frac{1 - |\chi|^2}{1 + |\chi|^2} \right).$$
(5)

С учетом (5) уравнение (4) преобразуется к виду

$$|\chi|^2 \left(A + \frac{C}{P}\right) - 2B \operatorname{Re} \chi = A - \frac{C}{P},\tag{6}$$

где

$$A = M_{12}M_{24} - M_{14}\left(M_{22} - \sqrt[4]{\det M}\right), \quad B = M_{13}M_{24} - M_{14}M_{23},$$
$$C = M_{21}M_{14} - M_{24}\left(M_{11} - \sqrt[4]{\det M}\right).$$

Пусть  $\operatorname{Re} \chi = x$ , а  $\operatorname{Im} \chi = y$ . Тогда после несложных преобразований убеждаемся, что (6) трансформируется в равенство

$$\left(x - \frac{PB}{PA + C}\right)^2 + y^2 = \left(\frac{\sqrt{P^2(A^2 + B^2) - C^2}}{|PA + C|}\right)^2 = R^2,\tag{7}$$

являющееся на комплексной плоскости каноническим уравнением окружности радиуса R с центром в точке  $(x, y) = \left(\frac{PB}{PA+C}, 0\right)$ . Особенность PA + C = 0 в (7) не имеет места, что следует из (4).

Проанализируем особенности искомых собственных состояний поляризации, вытекающие из (7). Из требования  $R \ge 0$  следует ограничение на значения степени поляризации собственных состояний, при которых удовлетворяется (4):

$$P_{min} = \frac{|C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} \leqslant P \leqslant 1.$$
(8)

При значении степени поляризации  $P = P_{min}$  окружность вырождается в точку (окружность нулевого радиуса) с координатами

$$(x_1, y_1) = \left(\frac{|C|B}{|C|A + C\sqrt{A^2 + B^2}}, 0\right) = (\operatorname{Re} \chi_1, 0) = \chi_1$$

определяющей линейно поляризованное состояние поляризации. Это означает, что при  $P = P_{min}$  собственное состояние поляризации частичного поляризатора, соответствующее двукратному собственному значению, является в общем случае частично линейно поляризованным и описывается вектор-параметром Стокса

$$S = I\left\{1, P_{min}\frac{1 - \text{Re}^{2}\chi_{1}}{1 + \text{Re}^{2}\chi_{1}}, P_{min}\frac{2 \text{Re}\chi_{1}}{1 + \text{Re}^{2}\chi_{1}}, 0\right\},\$$

где *I* — интенсивность излучения.

При увеличении степени поляризации P в соответствии с (8) центр окружности удаляется от начала координат вдоль оси абсцисс, являющейся линией центров, при этом радиус окружности увеличивается и при P = 1 достигает максимального значения. Каждому значению  $P \neq P_{min}$  из (8) на комплексной плоскости соответствует бесконечное множество точек  $\chi$ , определяющих в соответствии с (7) поляризованные компоненты собственных состояний поляризации. Их геометрическое место представляет собой окружность определенного радиуса. Окружности семейства коаксиальны и не пересекаются между собой.

Таким образом, собственные состояния поляризации частичных поляризаторов, соответствующие двукратному собственному значению, являются в общем случае частично эллиптически поляризованными, причем их существует бесконечное множество. Очевидно, что все параметры поляризации  $(P, \theta, \varepsilon)$  собственных состояний изменяются в ограниченных пределах. Соответствующие вектор-параметры Стокса собственных состояний поляризации для заданного значения P нетрудно построить на основе (7) и (5).

Четырехкратные собственные значения матриц Мюллера частичных поляризаторов. Кратность собственных значений частичных поляризаторов может быть увеличена за счет собственных значений  $\lambda_{3,4}$ , являющихся в общем случае комплексносопряженными. Потребовав в (1) выполнения равенства

$$\left(\alpha_3 + \sqrt{\alpha_3^2 + 8\sqrt{\alpha_0 - 4\alpha_2}}\right)^2 - 16\sqrt{\alpha_0} = 0, \tag{9}$$

с учетом (2) получаем, что  $\alpha_3^2 + 8\sqrt{\alpha_0} - 4\alpha_2 = 0$ , а, значит  $\alpha_3 = -4\sqrt{\alpha_0}$ . Нетрудно убедиться из (1), что тогда  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = \lambda = \sqrt[4]{\det M}$ , т.е. собственное значение является четырехкратным. Укажем здесь же, что случай такой оптической системы описан в [1] и имеет место при равенстве собственных значений матриц Джонса частичных поляризаторов.

Семейство собственных поляризаций, соответствующих четырехкратному собственному значению, определяется уравнением

$$M_{11} + P(M_{12}\cos 2\varepsilon\cos 2\theta + M_{13}\cos 2\varepsilon\sin 2\theta + M_{14}\sin 2\varepsilon) = \sqrt[4]{\det M},$$

описывающим на комплексной плоскости окружность

$$\left(x - \frac{M_{13}}{M_{12} + D}\right)^2 + \left(y - \frac{M_{14}}{M_{12} + D}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{M_{12}^2 + M_{13}^2 + M_{14}^2 - D^2}}{|M_{12} + D|}\right)^2 = R^2.$$
(10)

В (10) величина  $D = -\frac{M_{11} - \sqrt[4]{\det M}}{P}$ . Нетрудно видеть, что радиус окружности и координаты ее центра зависят от степени поляризации. Осью центров окружностей, как следует из (10), является прямая  $y = \frac{M_{14}}{M_{13}}x$ .

Расчет и анализ семейства искомых собственных состояний поляризации аналогичен вышеизложенному. Из неотрицательности величины радиуса окружности (10) вытекает ограничение для значений степени поляризации

$$P_{min} = \frac{M_{11} - \sqrt[4]{\det M}}{\sqrt{M_{12}^2 + M_{13}^2 + M_{14}^2}} \leqslant P \leqslant 1.$$
(11)

При  $P = P_{min}$  окружность вырождается в точку, соответствующую поляризационной переменной

$$\chi_2 = \frac{1}{M_{12} - \sqrt{M_{12}^2 + M_{13}^2 + M_{14}^2}} (M_{13} + iM_{14}),$$

описывающей в общем случае эллиптически поляризованное состояние. Соответствующий вектор-параметр Стокса нетрудно построить на основе соотношений (5):

$$S = I \left\{ 1, -\frac{P_{min}}{\sqrt{M_{12}^2 + M_{13}^2 + M_{14}^2}} (M_{12}, M_{13}, M_{14}) \right\}.$$

Семейство окружностей в этом случае возникает подобно описанному выше. Каждому значению P соответствует своя окружность (10), содержащая бесконечное множество точек  $\chi$ , описывающих поляризованные собственные состояния поляризации. Таким образом образуется множество частично поляризованных собственных состояний с одной степенью поляризации. Все поляризационные характеристики собственных состояний определяются на основе соотношений (10) и (11).

Заключение. Кратным собственным значениям матриц Мюллера частичных поляризаторов соответствуют в общем случае частично эллиптически поляризованные собственные состояния, причем их имеется бесконечное множество. Каждое их подмножество порождается значением степени поляризации из интервала  $P_{min} \leq P \leq 1$  и содержит бесконечное множество в общем случае эллиптически поляризованных состояний  $\chi$ , образующих на комплексной плоскости окружности. Исключением является лишь значение степени  $P_{min}$ , которому соответствует одно собственное поляризованное состояние.

#### Литература

- [1] Аззам Р., Башара Н. Эллипсометрия и поляризованный свет. М., 1981. 584 с.
- [2] P.I. Lamekin. Mueller matrices of nondepolarizing optical systems: the theory and a new method of determination, Proc. SPIE. 4358, pp. 294–302, 2000.
- [3] Хорн Р., Джонсон Ч. Матричный анализ. М., 1989. 656 с.

## Акустическая эмиссия при поглощении упругих волн в монокристаллах *LiF*

## О.В.Ляшенко

Акустическая эмиссия (АЭ) представляет собой излучение акустических хаотических импульсных волн локальными областями твердых тел, называемых источниками АЭ [1-4]. Процесс излучения АЭ этими локальными областями предполагает выделение энергии в результате изменения локальных остаточных напряжений и деформаций. Это означает необратимость процесса излучения и малую вероятность повторения излучения импульса АЭ тем же самым источником АЭ. Фактически АЭ есть набор необратимых сугубо индивидуальных процессов в различных локальных объемах, которые имеют собственный характерный размер и уровень остаточных напряжений.

При распространении через твердое тело ультразвуковой волны может быть создана ситуация при которой в некоторый момент времени на расстояниях  $\lambda/2$  имеет место весьма значительный градиент дополнительных механических напряжений, что может приводить к срыву дислокационных сегментов со стопоров. При этом средние деформации остаются весьма незначительными, соответствующими области упругой деформации. Ранее в [2], при ультразвуковом воздействии на монокристаллы NaCl, при наличии АЭ отмечалось размножение дислокаций. В [3,4] было обнаружено, что в ЩГК кристаллах (LiF, NaCl, KCl) для некоторых частот ультразвука иногда наблюдается перерастание непрерывной АЭ (хаотической по своей природе) в "упорядоченное"(псевдогармоническое) акустическое излучение. Частота этого излучения в  $2\cdot10...10^4$  раз меньше частоты ультразвука и хаотически изменяется в узком диапазоне частот при неизменных амплитуде и частоте ультразвука.

Поскольку амплитудно-зависимое поглощение ультразвука традиционно [5] связывают с отрывом дислокационных сегментов от стопоров, представляется интересным сравнение измеренных одновременно зависимостей АЭ кристалла, деформированного ультразвуком и амплитудно-зависимого поглощения этого ультразвука.

Регистрация АЭ в экспериментальной установке осуществлялась акустоэмиссионным прибором АФ-15. Для создания ультразвуковой волны накачки (УЗВН) использовался ВЧ-генератор и пьезопреобразователь с частотой толщинного резонанса 6,7 Мгц, жестко приклеенный к грани образца. Размеры исследованных образцов были ~1...4 см и изменялись в процессе экспериментов. Диапазон частот УЗВН - 0,7...35,0 МГц. Прием сигналов АЭ осуществлялся низкочастотным пьезодатчиком из комплекта АФ-15 (с полосой 20...200 Кгц), также приклеенного к грани образца (рис. 1.а). Для фильтрации напряжения с частотой УЗВН использовались дополнительный фильтр и система фильтров АФ-15. Пороговое для возникновения АЭ электрическое напряжение на излучающем преобразователе ~ 5-25 В, что соответствует средней относительной деформации образца ~10<sup>-4</sup> и скорости деформации ~10<sup>2</sup>...10<sup>3</sup> сек<sup>-1</sup>.

В эксперименте, как и в [4], АЭ возникала лишь при некотором наборе частот УЗВН. Изменение частоты более чем на 0, 1 приводило к исчезновению АЭ. Центральные частоты набора связаны соотношением (как и в [4])  $f_n = f_0/2n$ , где n — целое число,  $f_0 \approx 120$  МГц. Для исключения влияния размеров образца на набор частот УЗВН размеры образцов *LiF* изменялись. Дополнительно, для исключения влияния размеров образца, была исследована пластинка *y*-среза пьезоэлектрика *LiNbO*<sub>3</sub> в режиме собственных колебаний. Для нее также существует собственный набор частот УЗВН,



который, однако, не совпадает с частотами собственных колебаний пластинки, измеренных методом резонанса-антирезонанса. Возникновение же АЭ на собственных частотах образца из-за увеличения внутренних напряжений является прогнозируемым.

На рис. 1.6 представлены для одной из частот УЗВН (15,2 МГц), при которой регистрировалась АЭ зависимости усредненной амплитуды непрерывной АЭ  $U_{ae}$  и амплитуды, прошедшей через образец УЗВН  $U_2$  от амплитуды излученной УЗВН  $U_1$ . Между минимумами амплитуды, прошедшего через образец ультразвука (увеличение поглощения), и максимумами амплитуды АЭ имеется качественное соответствие. Полученные зависимости двух явлений указывают на их общую физическую природу. Поэтому целесообразно дать общую для них трактовку, основываясь на явлении движения дислокаций.

Поскольку излучение АЭ возможно при выделении излишков энергии, вероятным представляется, что часть энергии УЗВН, отбираемая системой при увеличении поглощения УЗВН и затраченная на срыв сегментов со стопоров, выделяется в виде АЭ при закреплении этих сегментов на соседних стопорах. Движение дислокационных сегментов после срыва определяется в значительной мере распределением в объеме стопоров, скоростью движения дислокации v, а также временем  $\tau$ , в течении которого дислокация движется под действием УЗВН в первоначальном (после срыва) направлении — не более одного полупериода УЗВН. В дальнейшем дислокация движется либо самостоятельно (УЗВН не влияет), либо под действием УЗВН изменяет направления движения. При этом v изменяется для LiF вблизи и в области пластической деформации от  $10^{-6}$ до  $10^5$  см/сек при изменении механического напряжения  $\sigma$  в 10...50 раз [6].

Тогда для частот 2...20 МГц  $\tau \sim 10^{-6}...10^{-7}$  сек. Очевидно, что даже при отсутствии стопоров на пути движения дислокации и при максимальной скорости  $v \sim 10^5$  см/сек, максимальное расстояние, пройденное дислокацией за один полупериод  $s_{max}$ , не превысит 1000...100 мкм, а уже для  $v \sim 10^{0}...10^{2}$  см/сек расстояние  $s_{max}$  сократится до  $10^{-3}...1$  мкм. Это меньше типовых длин сегментов, закрепление которых происходит лишь на стопорах, срыв с которых в отсутствии внешнего воздействия возможен лишь при локальной термической флуктуации. Для скорости  $v \sim 10^{-5}...10^{-2}$  см/сек расстояние  $s_{max}$  не превысит  $10^{-4}$  мкм, т.е. для большинства сегментов, оторвавшихся от стопора под действием УЗВН, может происходить лишь колебательное движение вблизи своего первоначального положения или закрепление-отрыв на ближайших стопорах.

Это совпадает с оценками, сделанными по аппроксимации экспериментальных данных в работе /7/, где изучалось движение дислокаций в ЩГК кристалле при действии импульсного магнитного поля. Длительность переходного процесса в кристалле под действием импульсного магнитного поля составляет не менее  $10^{-5}...10^{-6}$  сек, т.е. при меньших длительностях не происходит смещения дислокаций.

Отмечавшееся в [2,8] движение и размножение дислокаций под действием ультразвука частотой 1...3 МГц скорее связано со срывом скоплений дислокаций, при которых ультразвук является лишь инициирующим фактором, а само последующее движение одиночных дислокаций определяется возникшими вблизи скопления распределениями локальных остаточных напряжений, пластических деформаций и стопоров. Кроме того, образование в отдельных образцах характерных микротрещин вблизи излучающего преобразователя, ориентированных вдоль кристаллографических плоскостей, указывает на то, что даже при незначительных средних относительных деформациях  $10^{-4}...10^{-5}$ (типичных и для [2,8]) в кристаллах возникают локальные области, в которых механические напряжения превышают не только порог пластичности, но и порог прочности.

Движение одиночных дислокаций, по-видимому, возможно лишь при достаточно низких частотах УЗВН (до  $10^4...10^5$  Гц). В этом случае  $s_{max} \sim 5...0,5$  см, что достаточно для достижения и закрепления сегментов на далеких (несколько длин сегментов) от начального положения дислокации стопорах даже за один полупериод действия УЗВН.

В задаче о излучении звука источником АЭ [1,10] подразумевается что срыв локальных механических напряжений в виде ступенчатой функции порождает регистрируемую в эксперименте затухающую волну напряжений (цуг). Формирование наблюдавшегося излучения происходит из сигналов АЭ, которые являются следствием произвольного непериодического физического процесса создания и срыва локальных механических напряжений. Причем если зависимость процесса от времени описывается некоторой функцией  $f_{(t)}$ , то сам процесс представляется в виде бесконечной суммы периодических колебательных процессов, циклические частоты которых образуют непрерывную последовательность, т.е. интегралом Фурье  $f_{(t)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} C_{(\omega)} e^{i\omega t} d\omega$ , где  $C_{(\omega)}$  — спектральная плотность амплитуды. Очевидно, для набора идентичных источников АЭ, возникшее излучение подобно цугам волн в виде оборванной синусоиды длительностью  $\tau$  и циклической частотой  $\omega_0$ . Тогда функция  $f_{(t)}$  имеет стандартный вид и соответствующее представление в виде интеграла Фурье, причем, если длительность излучения больше источника АЭ, функция  $a_{t,v}^2 = C_{(v)}C_{t,v}^* = |C_{(v)}|^2$  характеризую-

периода колебаний источника АЭ, функция  $g_{(\omega)}^2 = C_{(\omega)}C_{(\omega)}^* = |C_{(\omega)}|^2$ , характеризующая распределение интенсивности в спектре  $f_{(t)}$ , сводится к приближенной формуле  $g_{(\omega)}^2 = (a\pi)^2 [\sin \tau (\omega_0 - \omega)/2)/(\omega_0 - \omega)]^2$ . График этой функции хорошо известен: центральный максимум соответствует  $\omega_0$ , а

расстояние  $\Delta \omega$  между двумя нулевыми значениями  $g^2_{(\omega)}$ , ограничивающее центральный максимум, равно  $4\pi/\tau$ . Соответственно пространственная протяженность цуга  $\Delta x = \tau v$ , где v — скорость звука в монокристалле. Фактически наложение в каждый момент времени произвольного количества излученных источниками АЭ цугов волн формирует реальный вид  $f_{(t)}$ , при этом из-за того, что хотя протяженность каждого цуга  $\Delta x$  больше средних расстояний между источниками АЭ ( $\Delta x > \lambda/2$ ), но не выполняется  $\tau >> 1/\omega_0$ , возникшие волны можно считать лишь квазикогерентными друг другу.

Кроме того, учет свойств локальных областей, распределение по длинам дислокационных сегментов, т.е. реальных источников АЭ, хаотически срабатывающих в произвольные моменты времени, означает, что  $\omega_0$  и  $\tau$  являются функциями времени. В общем (для АЭ) случае это приводит к излучению группой источников АЭ в достаточно широком диапазоне частот при отсутствующем или слабо выраженном максимуме спектральной плотности. Это соответствует известному экспериментальному факту: небольшой максимум спектральной плотности излучения АЭ почти всегда соответствует 0,1...1 МГц [1,10]. Однако в нашем случае из-за близости параметров источников АЭ происходит формирование псевдогармонического излучения с центральной частотой спектра ~  $\omega_{0i}$ . Вид такого излучения для произвольного временного интервала приведен на рис.1.в.

Максимально число ( $10^7...10^8$ ) источников АЭ (пар дислокационных сегментов) в 1 см<sup>3</sup> может быть оценено по плотности дислокаций в неотожженных ЩГК -  $10^4 ...10^5$ см<sup>-2</sup> и длине дислокационных сегментов - 10...40 мкм [6,9]. Это число является, видимо, достаточным для формирования псевдогармонического излучения частотой  $10^3...10^5$  Гц (до  $10^2...10^5$  колебаний независимых источников на один период). Можно отметить, что в литературе число  $10^3...10^4$  дислокаций (дислокационных сегментов) связывают с минимальным числом одновременно движущихся дислокаций, при котором экспериментально регистрируется АЭ [1,10].

**Abstract.** The dependencies of amplitude of AE-signals and the amplitudes of past ultrasound from amplitude of ultrasound creating stress in a crystal have similar nonmonotone dependencies. Between local minimums of amplitude past through a sample of ultrasound and maximums of amplitude AE there is a qualitative congruence.

#### Литература

- [1] Грешников В.А., Дробот Ю.Б. Акустическая эмиссия, М.:Изд. Стандартов, 1976.
- [2] Калитенко В.А., Кучеров И.Я., Перга В.М. и др. Акустическая эмиссия в монокристаллах при динамическом нагружении, ФТТ 29:8 (1987), 2499–2501.
- [3] Ляшенко О.В., Перга В.М. Акустическая эмиссия в монокристаллах KCl под воздействием ультразвука, Матер. докл. Регион. конф. "Динамические задачи механики сплошн. среды ... Краснодар:Изд. Кубанск. ун. (1992), 80.
- [4] Ляшенко О.В. Secondary acoustic radiation induced by an acoustic wave in monocrystals, Вісник Київського університету 2 (1999), 473–477.
- [5] Никаноров С.П., Кардышев Б.К. Упругость и дислокационная неупругость кристаллов, М.: Наука, 1985.
- [6] Халл Д. Введение в дислокации, М.:Атомиздат, 1968.
- [7] Головин Ю.И., Моргунов Р.Б., Жуликов С.Е. и др. Дислокационное зондирование дефектов решетки, возбужденных импульсом магнитного поля в ионных кристаллах, ФТТ 39:4 (1997) 634–639.
- [8] Островский И.В. Собственно-дефектный механизм акустолюминисценции кристаллов, Письма в ЖЭТФ 34:8 (1981) 467–471.
- [9] Боярская Ю.С., Драбко Д.З., Кац М.С. *Физика процессов микроиндентирования*, Кишинев: Штиинце, 1986.
- [10] Гусев О.В. Акустическая эмиссия при деформировании монокристаллов тугоплавких металлов, М.: Наука, 1982.

Киевский Национальный Университет им. Тараса Шевченко 03017 Киев, Украина E-mail: lyashenk@mail.univ.kiev.ua

## Резонансные потери в бианизотропных композитах

## Д.А.Маракасов

#### Введение

При описании бианизотропных композитов эффективными параметрами большое значение имеет определение отклика единичного включения на внешнее поле. Основную сложность составляет нахождение диадика деполяризации, зависящего от формы включения и материальных параметров вмещающей среды. Использование известного выражения [1], полученного в длинноволновом приближении для эллипсоидальной исключенной области, приводит к неоднозначности, например, для гиротропной вмещающей среды. В этой работе сформулированы общие условия расходимости формулы, выведенной в [1], и получено выражение для диадика деполяризации, справедливое при их выполнении. Обсуждаются некоторые свойства смесей с гиротропной вмещающей средой.

## 1. Особенность диадика деполяризации эллипсоидальной исключенной области в бианизотропной вмещающей среде

Рассмотрим возбуждение включения с эллипсоидальной поверхностью, определяемой диадиком  $\overline{U}_{in}$ , находящимся в неограниченной бианизотропной вмещающей среде, пространственно однородным монохроматическим внешним полем е

Компоненты 6×6 диадика деполяризации  $\overline{\overline{\mathbf{D}}}_{in/out} = \begin{pmatrix} \overline{\overline{D}}_{in/out}^{ee} & \overline{\overline{D}}_{in/out}^{em} \\ \overline{\overline{D}}_{in/out}^{me} & \overline{\overline{D}}_{in/out}^{mm} \end{pmatrix}$  могут быть найдены следующим образом [1]:

$$\overline{\overline{D}}_{in/out}^{\lambda\lambda'} = \frac{1}{4\pi} \int_{0}^{2\pi} d\phi \int_{0}^{\pi} d\theta \frac{\sin\theta \vec{\mathbf{r}} \vec{\mathbf{r}} : \overline{\overline{C}}^{\lambda\lambda'} \overline{\overline{U}}_{in} \cdot \vec{\mathbf{r}} \vec{\mathbf{r}} \cdot \overline{\overline{U}}_{in}^{T}}{\vec{\mathbf{r}} \vec{\mathbf{r}} : \overline{\overline{C}}^{ee} \vec{\mathbf{r}} \vec{\mathbf{r}} : \overline{\overline{C}}^{em} \vec{\mathbf{r}} : \overline{\overline{C}}^{em} \vec{\mathbf{r}} : \overline{\overline{C}}^{em} \vec{\mathbf{r}} : \overline{\overline{C}^{em} \vec{\mathbf{r}} : \overline{\overline{C}}^{em} \vec{\mathbf{r}} : \overline{\overline{C}^{em} \vec{\mathbf{r}} : \overline{\overline{C}}^{em} \vec{\mathbf{r}} : \overline{\overline{C}}^{em} \vec{\mathbf{r}} : \overline{\overline{C}}^{em} \vec{\mathbf{r}} : \overline{\overline{C}^{em} \vec{\mathbf{r}} : \overline{\overline{C}^{em} \vec{\mathbf{r}} : \overline{\overline{C}^{em} \vec{\mathbf{r}}} : \overline{\overline{C}^{em} \vec{\mathbf{r}} :$$

где использован трансформированный  $6 \times 6$  – диадик материальных параметров вме-щающей среды  $\overline{\overline{\mathbf{C}}} = \begin{pmatrix} \overline{\overline{U}}_{in}^T \cdot \overline{\overline{\mu}}_{out} \cdot \overline{\overline{U}}_{in} & -\overline{\overline{U}}_{in}^T \cdot \overline{\overline{a}}_{out} \cdot \overline{\overline{U}}_{in} \\ -\overline{\overline{U}}_{in}^T \cdot \overline{\overline{b}}_{out} \cdot \overline{\overline{U}}_{in} & \overline{\overline{U}}_{in}^T \cdot \overline{\overline{c}}_{out} \cdot \overline{\overline{U}}_{in} \end{pmatrix}$ , а символы : и <sup>T</sup> обозначают двойное скалярное произведение и транспонирование, соответственно.

Анализ формулы (1) показывает, что для некоторых типов вмещающей среды подынтегральное выражение содержит особенность. Прежде всего сформулируем условия ее возникновения. Для этого удобно разделить консервативную

$$\overline{\overline{\varepsilon}}_1 = \overline{\overline{\varepsilon}}_{out}^T + \overline{\overline{\varepsilon}}_{out}^*, \quad \overline{\overline{\mu}}_1 = \overline{\overline{\mu}}_{out}^T + \overline{\overline{\mu}}_{out}^*, \quad \overline{\overline{\kappa}} = \overline{\overline{b}}_{out}^T + \overline{\overline{a}}_{out}^*$$

и диссипативную

$$\overline{\overline{\varepsilon}}_2 = i \left( \overline{\overline{\varepsilon}}_{out}^* - \overline{\overline{\varepsilon}}_{out}^T \right), \quad \overline{\overline{\mu}}_2 = i \left( \overline{\overline{\mu}}_{out}^* - \overline{\overline{\mu}}_{out}^T \right), \quad \overline{\overline{\varkappa}} = \overline{\overline{b}}_{out}^T - \overline{\overline{a}}_{out}^*$$

части материальных параметров вмещающей среды. Условия обращения в нуль знаменателя (1) можно представить в виде

$$\begin{cases} \vec{\mathbf{R}}\vec{\mathbf{R}}:\overline{\overline{\varepsilon}}_{1}\vec{\mathbf{R}}\vec{\mathbf{R}}:\overline{\overline{\mu}}_{1}-\vec{\mathbf{R}}\vec{\mathbf{R}}:\overline{\overline{\varepsilon}}_{2}\vec{\mathbf{R}}\vec{\mathbf{R}}:\overline{\overline{\mu}}_{2}+|\vec{\mathbf{R}}\vec{\mathbf{R}}:\overline{\overline{\varkappa}}|^{2}-|\vec{\mathbf{R}}\vec{\mathbf{R}}:\overline{\overline{\kappa}}|^{2}=0,\\ \vec{\mathbf{R}}\vec{\mathbf{R}}:\overline{\overline{\varepsilon}}_{1}\vec{\mathbf{R}}\vec{\mathbf{R}}:\overline{\overline{\mu}}_{2}+\vec{\mathbf{R}}\vec{\mathbf{R}}:\overline{\overline{\varepsilon}}_{2}\vec{\mathbf{R}}\vec{\mathbf{R}}:\overline{\overline{\mu}}_{1}-2\mathrm{Im}\left[\vec{\mathbf{R}}\vec{\mathbf{R}}:\overline{\overline{\varkappa}}\vec{\mathbf{R}}\vec{\mathbf{R}}:\overline{\overline{\kappa}}\right]=0, \end{cases}$$
(2)

где  $\vec{\mathbf{R}}$  — радиус-вектор некоторой точки поверхности включения. Система (2) может иметь решения в том случае, если диссипативная часть материальных параметров удовлетворяет соотношению

$$|\vec{\mathbf{R}}\vec{\mathbf{R}}:\overline{\vec{\boldsymbol{\varkappa}}}|^2 \ge \vec{\mathbf{R}}\vec{\mathbf{R}}:\overline{\overline{\varepsilon}}_2\vec{\mathbf{R}}\vec{\mathbf{R}}:\overline{\overline{\mu}}_2.$$
(3)

Среде с потерями соответствуют отрицательно определенные эрмитовы диадики  $\overline{\overline{\varepsilon}}_2$ и  $\overline{\mu}_2 - \overline{\varkappa}^{T*} \cdot \overline{\overline{\varepsilon}}_2^{-1} \cdot \overline{\varkappa}$ , поэтому условия (2) могут быть выполнены только в случае вмещающей среды без потерь или при учете потерь не во всех компонентах диссипативной части параметров, допускающем строгое равенство в условии (3). В противном случае интеграл в (1) является абсолютно сходящимся, и, следовательно, такое представление диадика деполяризации имеет физический смысл.

Для определения предельного значения диадика деполяризации при стремлении к нулю потерь вмещающей среды произведем замену переменных интегрирования  $(\theta, \phi) \rightarrow (u, v)$  так, чтобы обращение в нуль знаменателя (1) для среды без потерь происходило на линии  $u = u_0$ . Пусть все три диадика диссипативной части пропорциональны положительному малому параметру  $\gamma \rightarrow 0$ 

$$\overline{\overline{\varepsilon}}_2 = \gamma \overline{\overline{\varepsilon}}_2^0, \ \overline{\overline{\mu}}_2 = \gamma \overline{\overline{\mu}}_2^0, \ \overline{\overline{\varkappa}} = \gamma \overline{\overline{\varkappa}}^0$$

Ограничиваясь первым приближением по  $\gamma$ , выделим член, содержащий особенность на поверхности интегрирования в предельном случае:

$$\overline{\overline{D}}_{in/out}^{\lambda,\lambda'} = \frac{(-1)^n}{4\pi} \int_{v_{min}}^{v_{max}} dv \int_{u_{min}}^{u_{max}} \left\{ \frac{D(\theta,\phi)}{D(u,v)} \vec{\mathbf{R}} \vec{\mathbf{R}} : \overline{\overline{C}}_{out}^{\lambda,\lambda'} \mid_{\gamma=0} \vec{\mathbf{R}} \vec{\mathbf{R}} \left[ \vec{\mathbf{R}} \vec{\mathbf{R}} : \overline{\overline{c}}_1 \vec{\mathbf{R}} \vec{\mathbf{R}} : \overline{\overline{\mu}}_1 - |\vec{\mathbf{R}} \vec{\mathbf{R}} : \overline{\overline{\kappa}}|^2 + i\gamma \left\{ \vec{\mathbf{R}} \vec{\mathbf{R}} : \overline{\overline{c}}_1 \vec{\mathbf{R}} \vec{\mathbf{R}} : \overline{\overline{c}}_1 \vec{\mathbf{R}} \vec{\mathbf{R}} : \overline{\overline{c}}_2^0 \vec{\mathbf{R}}$$

где n = 0 при совпадающих  $\lambda$ ,  $\lambda'$  и n = 1 в противном случае. В пределе  $\gamma \to +0$  второй член стремится к нулю, интегрирование первого члена по u проводится при помощи теоремы Сохоцкого [2]. В результате, для диадика деполяризации среды без потерь получаем:

$$\lim_{\gamma \to +0} \overline{\overline{D}}_{in/out}^{\lambda,\lambda'} = \frac{(-1)^n}{4\pi} \int_{v_{min}}^{v_{max}} dv \left\{ \mathbf{V}.\mathbf{P}. \int_{u_{min}}^{u_{max}} du \frac{\frac{D(\theta,\phi)}{D(u,v)} \mathbf{\vec{R}} \mathbf{\vec{R}} : \overline{\overline{C}}_{out}^{\lambda,\lambda'} |_{\gamma=0} \mathbf{\vec{R}} \mathbf{\vec{R}}}{\mathbf{\vec{R}} : \overline{\overline{c}}_1 \mathbf{\vec{R}} \mathbf{\vec{R}} : \overline{\overline{c}}_1 \mathbf{\vec{R$$

Функция под знаком вычета представляет собой аналитическое продолжение выражения на плоскость комплексных значений *u*. Ее знак определяется знаком выражения в фигурных скобках в знаменателе (4) в особой точке  $u = u_0$ . Формула (5) представляет собой обобщение выражения (1) для диадика деполяризации на случай наличия особенности на поверхности интегрирования.

В соответствии с результатами [1], подынтегральное выражение в (1) представляет собой предел пространственной Фурье – трансформанты функции Грина вмещающей среды при пространственных частотах, стремящихся к бесконечности. Особые точки трансформанты функции Грина определяют возможность существования собственных решений волнового уравнения, т. е. являются решениями дисперсионного уравнения для плоских волн. Наличие особенности в пределе бесконечно больших пространственных частот соответствует существованию выделенных направлений, при распространении вдоль которых волновое число одной из мод обращается в бесконечность, а длина волны — в нуль. Таким образом, физическая причина расходимости выражения (1) заключается в неприменимости длинноволнового приближения для анализа возбуждения включения конечных размеров в таких средах, поскольку для выделенных направлений распространения включение нельзя считать электрически малым по сравнению с длиной волны. Однако для случая сколь угодно малых, но не нулевых потерь длина волны на резонансных направлениях остается отличной от нуля, и использование статического приближения становится возможным для включений достаточно малых размеров. Таким образом, имеет смысл предельное значение диадика деполяризации для случая бесконечно малых потерь вмещающей среды, определяемое выражением (5).

#### 2. Смеси с гиротропной вмещающей средой

Одной из простейших сред, подстановка параметров которой делает систему (2) совместной, являются магнитоактивные гиротропные среды (плазма, феррит). Пусть ось z декартовой системы координат направлена вдоль постоянного магнитного поля  $\vec{\mathbf{B}}_0 = B_0 \vec{\mathbf{z}}$ . В предположении гармонической временной зависимости полей  $\exp(-i\omega t)$ гироэлектрическая среда описывается диадиком диэлектрической проницаемости  $\overline{\overline{\varepsilon}} =$  $\varepsilon_{\infty} \{\varepsilon(\mathbf{xx} + \mathbf{yy}) - ig(\mathbf{xy} + \mathbf{yx}) + \varepsilon_z \mathbf{zz}\}$  и скалярнной магнитной проницаемостью  $\overline{\overline{\mu}} = \mu_{\infty} \overline{\overline{I}}$ . Параметры магнитоэлектрической связи полагаются равными нулю. Элементы диадика  $\overline{\overline{\varepsilon}}$  определяются следующим образом [3]:

$$\varepsilon_z = 1 - \frac{1}{\Omega^2 \left(1 + i\frac{\nu}{\Omega}\right)}, \quad \varepsilon = 1 - \frac{\left(1 + i\frac{\nu}{\Omega}\right)}{\Omega^2 \left(1 + i\frac{\nu}{\Omega}\right)^2 - R^2}, \quad g = \frac{R}{\Omega \left\{\Omega^2 \left(1 + i\frac{\nu}{\Omega}\right)^2 - R^2\right\}}, \quad (6)$$

где использованы нормированные на плазменную частоту  $\omega_p$  частота  $\Omega = \frac{\omega}{\omega_p}$ , гирочастота  $R = \frac{\omega_g}{\omega_p}$  и частота столкновений  $\nu = \frac{\nu_0}{\omega_p}$ . Поскольку вклад антисимметричных частей материальных параметров вмещающей среды не учитывается в длинноволновом приближении, диадик деполяризации сферического включения является диагональным. Применение общей формулы (1) дает [4]:

$$\overline{\overline{D}}_{in/out}^{ee} = \frac{1 - N_p}{2\varepsilon_{\infty}\varepsilon}\overline{\overline{I}} + \left(\frac{N_p}{\varepsilon_{\infty}\varepsilon_z} - \frac{1 - N_p}{2\varepsilon_{\infty}\varepsilon}\right)\vec{\mathbf{z}}\vec{\mathbf{z}}, \quad \overline{\overline{D}}_{in/out}^{mm} = \frac{1}{3\mu_{\infty}}\overline{\overline{I}}, \tag{7}$$

где коэффициент деполяризации N<sub>p</sub> определяется следующим выражением:

$$N_p = \frac{\varepsilon_z}{2\varepsilon} \left(1 - \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon}\right)^{-3/2} \left\{ \ln \frac{1 + \sqrt{1 - \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon}}}{1 - \sqrt{1 - \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon}}} - 2\sqrt{1 - \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon}} \right\}.$$
(8)

Условие (2) возникновения особенности диадика деполяризации для гироэлектрической среды записывается в виде  $\frac{\varepsilon_z}{\varepsilon} < 0$ . При этом подынтегральное выражение в (1) расходится на окружности tg  $\theta = \sqrt{-\frac{\varepsilon_z}{\varepsilon}}$ . Анализ частотной зависимости материальных параметров показывает, что особенность возникает для бесстолкновительной плазмы  $(\nu = 0)$  в двух частотных областях: max  $(1, R^2) < \Omega^2 < 1 + R^2$  и  $0 < \Omega^2 < \min(1, R^2)$ . Знак перед вычетом в (5) определяется знаком мнимой части отношения  $\frac{\varepsilon_z}{\varepsilon}$ , которая обращается в нуль на прямой  $3\Omega^2 - R^2 - \nu^2 - 2 = 0$ . Это позволяет записать коэффициент деполяризации при  $\frac{\varepsilon}{\varepsilon_z} < 0$  следующим образом:

$$N_p = \frac{\varepsilon_z}{2\varepsilon} \left( 1 - \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon} \right)^{-3/2} \left\{ \ln \frac{1 + \sqrt{1 - \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon}}}{\sqrt{1 - \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon}} - 1} - 2\sqrt{1 - \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon}} - \operatorname{sign}\left( 2 + R^2 - 3\Omega^2 \right) \pi i \right\}.$$
(9)

Анализ формулы (9) показывает, что мнимая часть диадика деполяризации сравнима, а зачастую, и превосходит вещественную. Это приводит к появлению значительных тепловых потерь за счет резонансного роста амплитуды поля вблизи включения. При согласовании параметров включений и вмещающей среды диссипативная часть доминирует в эффективных параметрах смеси.

#### Заключение

Исследование процессов деполяризации в бианизотропных композитах позволило выявить новый механизм диссипации энергии электромагнитного поля, реализующийся в квазистатическом режиме. Количественные характеристики эффекта проявляют сильную зависимость от материала включений. Это дает возможность управления поглощающими свойствами смеси, что может найти применение в различных областях CBUтехники.

**Abstract.** Media, of which material parameters provide the divergent behavior of the depolarization dyadic, are considered. The conditions providing the presence of a singularity in corresponding two-dimensional integrals are outlined. The explicit expression for the depolarization dyadic in the singular case is evaluated. Some properties of mixtures with plasma background are discussed.

#### Литература

- B. Michel, W.S. Weiglhofer, Pointwise singularity of dyadic Green function in a general bianisotropic medium, AEÜ: Int. J. Electron. Commun. 51:4 (1997), 219–223.
- [2] М.А.Лаврентьев, Б.В.Шабат, Методы теории функций комплексного переменного, М.: Наука, 1965.
- [3] D.K.Kalluri, Electromagnetics of Complex Media: Frequency Shifting by a Transient Magnetoplasma Medium, Boca Raton: CRC Press, 1998.
- [4] A.Lakhtakia, W.S.Weiglhofer, *Maxwell Garnett formalism for cubically nonlinear*, gyrotropic composite media, Int J. Electronics 84:3 (1998), 285–294.

Томский государственный университет 634050 Томск, Россия

Поступило 15.05.2001

## Сингулярные волны в волноводах с кироплазменным заполнением

## Д.А. МАРАКАСОВ, В.В. ФИСАНОВ

#### Введение

Хорошо известно, что волновые числа характеристических волн в различных двупреломляющих средах могут становиться идентичными при определенных условиях [1] — [3]. В этих случаях математическое описание собственных волн должно отличаться от обычного представления в форме однородных плоских волн с постоянной амплитудой. В пространственно-ограниченных анизотропных средах, где волновой спектр обогащается вследствие присутствия поверхностей раздела и других границ, были выделены сингулярные поверхностные волны (называемые также поверхностными поляритонами) [4]–[6]. Применительно к некоторым бианизотропным средам сингулярные волны также упоминались [7, 8]. Общие условия, приводящие к распространению сингулярных волн, обсуждались в [9].

В этой работе исследуются сингулярные волны в плоскопараллельных волноводах с электрическими и магнитными идеально проводящими стенками, заполненных кироплазмой, при распространении поперек приложенного магнитного поля. Следует отметить, что предпосылкой появления таких волн является наличие обобщенных поверхностных волн в полупространстве кироплазмы [10].

### 1. Сингулярные волны

Как показывает анализ поперечного распространения объемных волн в кироплазме, характеризуемой уравнениями связи в представлении Поста гиротропным диадиком диэлектрической проницаемости  $\overline{\overline{\varepsilon}} = \varepsilon_{\infty} \{\varepsilon(\mathbf{xx} + \mathbf{yy}) - ig(\mathbf{xy} + \mathbf{yx}) + \varepsilon_z \mathbf{zz}\},$ скалярной магнитной проницаемостью  $\mu_{\infty}$  и псевдоскалярным параметром киральности  $\xi$ , совпадение волновых чисел происходит при выполнении условия

$$\left(\varepsilon_{\perp} - \varepsilon_z + 4a^2\right)^2 + 16a^2\varepsilon_z = 0, \tag{1}$$

где  $\varepsilon_{\perp} = \varepsilon - \frac{g^2}{\varepsilon}$  — проницаемость Фойгта [10]. Решение (1) существует, только если обе величины  $\varepsilon_z$  и  $\varepsilon_{\perp}$  отрицательны, и дает четыре значения параметра киральности  $a = \pm a_{1,2}$ , где  $a_{1,2} = \frac{1}{2} (\sqrt{-\varepsilon_z} \pm \sqrt{-\varepsilon_{\perp}})$ . Каждое из них позволяет рассматривать кироплазму как формально некиральную гиротропную среду, характеризуемую одним из двукратных собственных чисел  $\kappa^2 = \kappa_{1,2}^2 = \pm \sqrt{\varepsilon_{\perp}\varepsilon_z}$  волнового уравнения

$$\left(\Delta_{\perp} + k_{\infty}^2 \kappa^2\right)^2 \varphi\left(x, y\right) = 0, \qquad (2)$$

где  $\varphi(x, y)$  — скалярный потенциал, обеспечивающий полное описание электромагнитных процессов, однородных вдоль выделенной оси среды [8].

Следует различать два случая:  $a^2 = a_1^2$  с вещественным показателем преломления  $\kappa = \kappa_1 = \sqrt[4]{\varepsilon_{\perp}\varepsilon_z}$  (он является геометрическим средним между показателями обыкновенной и необыкновенной волн в некиральной магнитоплазме) и  $a^2 = a_2^2$  с мнимым показателем преломления  $\kappa = \kappa_2 = i \sqrt[4]{\varepsilon_{\perp}\varepsilon_z}$ . В последнем случае распространяющиеся без затухания моды волновода имеют мнимые поперечные волновые числа  $\beta$ . Их структура подобна структуре поверхностных волн для границы соответствующего вида. В

волноводе с прозрачной средой возможны три типа волн: медленные волны поверхностного типа, быстрые моды с вещественным поперечным волновым числом и переходный режим с  $\beta = 0$ . Первые два типа волны были рассмотрены нами в [8], исследование последнего является целью данного сообщения.

## 2. Плоскопараллельный волновод с электрическими стенками

Пусть два плоских параллельных идеально проводящих экрана y = 0 и y = d ограничивают область 0 < y < d, заполненную кироплазмой, параметры которой удовлетворяют условию (1). Поле волноводной моды, распространяющихся в направлении x, может быть описано суперпозицией двух сингулярных волн с противоположными знаками поперечного волнового числа

$$\varphi(x,y) = (Z_{1+} + Z_{2+}y) \exp\left[ik_{\infty}\left(\alpha x + \beta y\right)\right] + (Z_{1-} + Z_{2-}y) \exp\left[ik_{\infty}\left(\alpha x - \beta y\right)\right], \quad (3)$$

где  $k_{\infty} = \omega \sqrt{\varepsilon_{\infty} \mu_{\infty}}, \ \alpha^2 + \beta^2 = \kappa_1^2.$ 

Величины Z<sub>1,2±</sub> находятся из решения системы уравнений [8]

$$2i\beta (Z_{2+} - Z_{2-}) + k_{\infty} (\varepsilon_{\perp} - \kappa^2) (Z_{1+} + Z_{1-}) = 0,$$

$$Z_{2+} + Z_{2-} + k_{\infty} \left[ \frac{g}{\varepsilon} \alpha \left( Z_{1+} + Z_{1-} \right) + i\beta \left( Z_{1+} - Z_{1-} \right) \right] = 0,$$

$$2i\beta \left( Z_{2+}e^{ik_{\infty}\beta d} - Z_{2-}e^{-ik_{\infty}\beta d} \right) + k_{\infty} \left( \varepsilon_{\perp} - \kappa^{2} \right) \left[ \left( Z_{1+} + Z_{2+}d \right)e^{ik_{\infty}\beta d} + \left( Z_{1-} + Z_{2-}d \right)e^{-ik_{\infty}\beta d} \right] = 0, \qquad (4)$$

$$Z_{2+}e^{ik_{\infty}\beta d} + k_{\infty} \left[ \frac{g}{\varepsilon} \alpha \left[ \left( Z_{1+} + Z_{2+}d \right)e^{ik_{\infty}\beta d} + \left( Z_{1-} + Z_{2-}d \right)e^{-ik_{\infty}\beta d} \right] + k_{\infty} \left[ \frac{g}{\varepsilon} \alpha \left[ \left( Z_{1+} + Z_{2+}d \right)e^{ik_{\infty}\beta d} + \left( Z_{1-} + Z_{2-}d \right)e^{-ik_{\infty}\beta d} \right] + k_{\infty} \left[ \frac{g}{\varepsilon} \alpha \left[ \left( Z_{1+} + Z_{2+}d \right)e^{ik_{\infty}\beta d} + \left( Z_{1-} + Z_{2-}d \right)e^{-ik_{\infty}\beta d} \right] \right] + k_{\infty} \left[ \frac{g}{\varepsilon} \alpha \left[ \left( Z_{1+} + Z_{2+}d \right)e^{ik_{\infty}\beta d} + \left( Z_{1-} + Z_{2-}d \right)e^{-ik_{\infty}\beta d} \right] \right] + k_{\infty} \left[ \frac{g}{\varepsilon} \alpha \left[ \left( Z_{1+} + Z_{2+}d \right)e^{ik_{\infty}\beta d} + \left( Z_{1-} + Z_{2-}d \right)e^{-ik_{\infty}\beta d} \right] \right] \right] = 0, \qquad (4)$$

$$+i\beta \left[ (Z_{1+} + Z_{2+}d) e^{ik_{\infty}\beta d} - (Z_{1-} + Z_{2-}d) e^{-ik_{\infty}\beta d} \right] + Z_{2-}e^{-ik_{\infty}\beta d} = 0.$$

Полагая определитель (4) равным нулю, получаем дисперсионное уравнение, определяющее зависимость постоянной распространения от параметров кироплазмы и ширины волновода

$$-4\frac{\varepsilon_{\perp}}{\varepsilon\left(\varepsilon_{\perp}-\kappa^{2}\right)^{2}}\beta^{2}\left(\beta^{2}+\varepsilon-\kappa^{2}\right)=1-\left[\frac{k_{\infty}d\beta}{\sin\left(k_{\infty}d\beta\right)}\right]^{2}.$$
(5)

Переходный режим реализуется при

$$(k_{\infty}d)^2 = 3\frac{\kappa_1^2 - \varepsilon}{a_1^2\varepsilon}.$$
(6)

Для определения структуры поля в волноводе разложим потенциал (3) по степеням поперечного волнового числа с учетом зависимости коэффициентов  $Z_{1,2\pm}$  от  $\beta$  и подставим в (4). Старший член в разложении потенциала будет иметь вид

$$\varphi(x,y) = Z \left\{ -\frac{2}{k_{\infty}(\varepsilon_{\perp} - \kappa_{1}^{2})} + \operatorname{sign}(\alpha) \frac{g}{\varepsilon} \frac{2\kappa_{1}}{\varepsilon_{\perp} - \kappa_{1}^{2}} y + k_{\infty} y^{2} \right\} \exp(ik_{\infty}\alpha x),$$
(7)

где Z — некоторая комплексная постоянная. Таким образом, при выполнении условия (6) фаза волны линейно меняется вдоль направления распространения, а ее амплитуда имеет квадратичную зависимость от поперечной координаты.

#### 3. Плоскопараллельный волновод с магнитными стенками

Рассмотрим слой 0 < y < d кироплазмы, параметры которой удовлетворяют (1), ограниченный магнитными стенками y = 0, d. Граничные условия

$$\mathbf{y} \times \mathbf{H}(x,0) = \mathbf{y} \times \mathbf{H}(x,d) = 0$$

приводят к системе линейных уравнений для нахождения амплитуд потенциала (3):

$$2i\beta (Z_{2+} - Z_{2-}) - k_{\infty} (\varepsilon_{\perp} + \kappa^2) (Z_{1+} + Z_{1-}) = 0,$$
  

$$(\varepsilon_{\perp} + 2a^2 - \kappa^2 - 2\beta^2) (Z_{2+} + Z_{2-}) + k_{\infty} \left[ 2a^2 \frac{g}{\varepsilon} \alpha (Z_{1+} + Z_{1-}) + i\beta (\varepsilon_{\perp} + 2a^2 - \kappa^2) (Z_{1+} - Z_{1-}) \right] = 0,$$

$$2i\beta \left( Z_{2+} e^{ik_{\infty}\beta d} - Z_{2-} e^{-ik_{\infty}\beta d} \right) - k_{\infty} \left( \varepsilon_{\perp} + \kappa^2 \right) \left[ (Z_{1+} + Z_{2+}d) e^{ik_{\infty}\beta d} + (Z_{1-} + Z_{2-}d) e^{-ik_{\infty}\beta d} \right] = 0,$$
(8)

$$(\varepsilon_{\perp} + 2a^{2} - \kappa^{2} - 2\beta^{2}) \left( Z_{2+}e^{ik_{\infty}\beta d} + Z_{2-}e^{-ik_{\infty}\beta d} \right) + \\ + k_{\infty} \left[ 2a^{2}\frac{g}{\varepsilon}\alpha \left[ (Z_{1+} + Z_{2+}d) e^{ik_{\infty}\beta d} + (Z_{1-} + Z_{2-}d) e^{-ik_{\infty}\beta d} \right] + \\ + i\beta \left( \varepsilon_{\perp} + 2a^{2} - \kappa^{2} \right) \left[ (Z_{1+} + Z_{2+}d) e^{ik_{\infty}\beta d} - (Z_{1-} + Z_{2-}d) e^{-ik_{\infty}\beta d} \right] \right] = 0$$

и дисперсионному уравнению

$$-\frac{8\beta^2}{\left(\varepsilon_{\perp}+2a^2-\kappa^2\right)^2\left(\varepsilon_{\perp}+\kappa^2\right)^2}\left\{2a^4\kappa^2g^2/\varepsilon^2+2\beta^2\left[\left(\varepsilon_{\perp}+a^2\right)^2-a^4g^2/\varepsilon^2\right]-\left(\varepsilon_{\perp}+a^2\right)\left(\varepsilon_{\perp}+\kappa^2\right)\left(\varepsilon_{\perp}+2a^2-\kappa^2\right)\right\}=1-\left[\frac{k_{\infty}d\beta}{\sin\left(k_{\infty}d\beta\right)}\right]^2$$
(9)

с разделенными полиномиальной и трансцендентной частями [8].

При выполнении условия

$$\frac{12\delta}{\varepsilon_z} \frac{(1+\delta)^2}{(1-\delta)^4} \left[ \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon} + \frac{3-9\delta-7\delta^2-3\delta^3}{\delta(1-\delta)^3} \right] = (k_\infty d)^2,\tag{10}$$

где  $\delta = \sqrt{\frac{\varepsilon_{\perp}}{\varepsilon_{z}}}$ , имеет место переходный режим  $\beta = 0$ . Аналогично модам (7) волновода с электрическими стенками, фаза волны линейно зависит только от продольной координаты, а амплитуда имеет квадратичную зависимость от поперечной:

$$\varphi(x,y) = Z \left\{ \frac{2}{k_{\infty}(\varepsilon_{\perp} + \kappa_1^2)} - \operatorname{sign}(\alpha) \frac{g}{\varepsilon} \frac{4a_1^2 \kappa_1}{(\varepsilon_{\perp} + \kappa_1^2)(\varepsilon_{\perp} + 2a_1^2 - \kappa_1^2)} y + k_{\infty} y^2 \right\} \exp\left(ik_{\infty}\alpha x\right).$$
(11)

#### Заключение

В этой работе рассмотрен третий тип собственных волн плоскопараллельных волноводов, заполненных кироплазмой с вырожденным волновым уравнением. Наряду с медленными волнами, структура которых имеет большое сходство со структурой сингулярных поверхностных волн, и быстрыми модами, представляющими собой суперпозицию встречно распространяющихся объемных волн, реализуется промежуточный режим с равным нулю поперечным волновым числом и квадратичной пространственной зависимостью амплитуды.

Следует отметить, что объемные волны при поперечном распространении в кироплазме, параметры которой удовлетворяют (1), вырождены двукратно, а их амплитуды имеют линейную зависимость от пространственных координат. Таким образом, специальный выбор границ (ширины волновода) позволяет осуществить дополнительное усложнение пространственной структуры поля.

**Abstract.** In this contribution, singular guided waves in a bounded chiroplasma, of which parameters provide the degeneracy of wave equation in sagittal plane, are investigated. Two kinds of parallel-plate waveguides — a waveguide with both electric walls and a waveguide with both magnetic walls — are considered. The dispersion equations are derived and examined by semi-analytical tools. The propagating mode, of which phasor has quadratic distance dependence, is singled out.

#### Литература

- [1] А.П. Хапалюк, Круговые оптические оси в поглощающих кристаллах, Кристаллография, 7:5 (1962), 724–729.
- [2] Ф.И. Федоров, Теория гиротропии, Минск: Наука и техника, 1976.
- [3] Ф.И. Федоров, В.В. Филиппов, *Отражение и преломление света прозрачными кристаллами*, Минск: Наука и техника, 1976.
- [4] Н.Л. Дмитрук, В.Г. Литовченко, В.Л. Стрижевский, Поверхностные поляритоны в полупроводниках и диэлектриках, Киев: Наукова думка, 1989.
- [5] Ф.Н. Марчевский, В.Л. Стрижевский, С.В. Стрижевский, Сингулярные электромагнитные волны в ограниченных анизотропных средах, ФТТ, 26:5 (1984), 1501– 1503.
- [6] S.T. Ivanov, N.I. Nikolaev, R.W. Thomae, Magnetoplasmons along the interface of gyrotropic plasma surface, Physica Scripta, 57:6 (1998), 637–651.
- [7] Б.А. Бокуть, В.В. Гвоздев, А.Н. Сердюков, Особые волны в естественногиротропных средах, ЖПС, 34:4 (1981), 701–706.
- [8] D.A. Marakassov, V.V. Fisanov, Singular waves in a bounded chiroplasma, J. of Electromagn. Waves Appl., 15:3 (2001), 379–406.
- [9] G.N. Borzdov, Waves with linear, quadratic and cubic coordinate dependence of amplitude in crystals, Pramana J. Phys., 46:4 (1996), 245–257.
- [10] V.V. Fisanov, D.A. Marakassov, Electromagnetic surface waves at a plane boundary of semi-infinite Faraday chiral media, Advances in complex electromagnetic materials, A. Priou et al. (eds.), Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1997, 239–248.

Томский государственный университет 634050 Томск, Россия

Поступило 15.05.2001

Электромагнитные свойства плазмы в скрещенных статических полях

## Д.А. МАРАКАСОВ, Д.С. РЫЧКОВ

### Введение

В различных прикладных задачах электродинамики (магнетронный разряд, исследование ионосферы) имеет место воздействие скрещенных электрического и магнитного статических полей на систему свободных заряженных частиц (плазму). В диапазоне CBЧ ионы, как и нейтральные частицы, не участвуют в волновых процессах, и адекватное описание среды дается однокомпонентной моделью электронной плазмы. Поскольку траектория электрона в скрещенных полях неконгруэнтна со своим зеркальным отражением, можно сделать предположение о наличии, в дополнение к известным гиротропным свойствам, эффектов магнитоэлектрической связи. Из простых геометрических соображений следует, что в сонаправленных полях материальные параметры среды имеют одноосную гиротропную структуру. Такая структура материальных параметров характерна для киральных сред Фарадея (КСФ) [1]. Широкие перспективы использования КСФ в прикладной электродинамике связаны с возможностью управления киральными эффектами при помощи внешнего магнитного поля. В работе предлагается реализация КСФ электрического типа как однородной плазменной среды в сонаправленных статических полях.

### 1. Материальные параметры

Рассмотрим распространение электромагнитной волны с гармонической временной зависимостью  $\exp(-i\omega t)$  в однокомпонентной плазме, находящейся под действием статических полей  $\mathbf{E}_0$ ,  $\mathbf{B}_0$ , в лабораторной системе отсчета, в которой средняя скорость электрона после столкновения с тяжелыми рассеивающими центрами (ионами, нейтральными атомами) равна нулю. Удобно перейти в систему отсчета, движущуюся относительно лабораторной со скоростью

$$\mathbf{V} = \frac{\mathbf{E}_0 \times \mathbf{B}_0}{2\left|\mathbf{E}_0 \times \mathbf{B}_0\right|^2} \left\{ E_0^2 + c^2 B_0^2 + \sqrt{\left(E_0^2 + c^2 B_0^2\right)^2 - 4c^2 \left|\mathbf{E}_0 \times \mathbf{B}_0\right|^2} \right\},\tag{1}$$

в которой векторы напряженности электрического поля и индукции магнитного поля параллельны, а вектор средней скорости электрона после столкновения перпендикулярен первым двум. Выберем систему координат так, что  $\mathbf{B}'_0||\mathbf{E}'_0||\mathbf{z}$  (в дальнейшем штрихи будем опускать) и  $\mathbf{V}||\mathbf{y}$ . В новой системе координат решим, в линейном приближении, уравнение движения электрона под действием суперпозиции переменного поля электромагнитной волны и статического внешнего. Усредняя переменную составляющую смещения  $\mathbf{r}$  по ансамблю носителей, находим поляризацию  $\mathbf{P} = qn \langle \mathbf{r} \rangle$  и намагниченность  $\mathbf{M} = qn \frac{\mu_{\infty}}{m} E_0 \langle \tau \mathbf{r} \rangle \times \mathbf{z}$  среды, где  $\tau$  — время, прошедшее после столкновения, а q, m, n — заряд, масса и концентрация носителей. Это позволяет записать материальные уравнения в представлении Поста

$$\mathbf{D} = \overline{\overline{\varepsilon}} \cdot \mathbf{E} + i\overline{\overline{\xi}} \cdot \mathbf{B}, \qquad \mathbf{H} = i\overline{\overline{\zeta}} \cdot \mathbf{E} + \overline{\overline{\mu}}^{-1} \cdot \mathbf{B}$$
(2)
с диадиками материальных параметров гиротропного вида с выделенной осью z

$$\overline{\overline{\varepsilon}} = \varepsilon_{\infty} \left\{ \varepsilon(\mathbf{x}\mathbf{x} + \mathbf{y}\mathbf{y}) - i\varepsilon_g(\mathbf{x}\mathbf{y} - \mathbf{y}\mathbf{x}) + \varepsilon_z \mathbf{z}\mathbf{z} \right\}, \quad \overline{\overline{\xi}} = \xi(\mathbf{x}\mathbf{x} + \mathbf{y}\mathbf{y}) - i\xi_g(\mathbf{x}\mathbf{y} - \mathbf{y}\mathbf{x}), \quad (3)$$

$$\overline{\zeta} = \zeta(\mathbf{x}\mathbf{x} + \mathbf{y}\mathbf{y}) - i\zeta_g(\mathbf{x}\mathbf{y} - \mathbf{y}\mathbf{x}), \quad \overline{\mu}^{-1} = \mu_{\infty}^{-1} \left\{ \mu(\mathbf{x}\mathbf{x} + \mathbf{y}\mathbf{y}) - i\mu_g(\mathbf{x}\mathbf{y} - \mathbf{y}\mathbf{x}) + \mu_z \mathbf{z}\mathbf{z} \right\}, \quad (4)$$

зависящими от продольной компоненты волнового вектора  $k_z$ . Описание среды в лабораторной системе отсчета может быть получено при помощи известных формул преобразования, приведенных в [2]. Сопоставление выражений (3, 4) с результатами [1, 3] показывает, что плазма, находящаяся под действием сонаправленных статических полей, может быть отнесена к киральным средам Фарадея.

## 2. Распространение плоских волн

Рассмотрим влияние электростатического поля на характеристики плоских волн. Можно выделить два основных случая: распростанение вдоль и поперек выделенной оси среды. Структура материальных параметров позволяет заключить, что вдоль магнитного поля  $\mathbf{k}||\mathbf{z}|$  распространяются поперечные волны правой и левой круговой поляризации. По сравнению с волнами в магнитоплазме, увеличиваются области прозрачности и уменьшаются декременты затухания волн в запрещенных областях. Отличия постоянных распространения от известных характеристик магнитоплазмы [4] имеют порядок  $V_z^2 \sqrt{\varepsilon_{\infty} \mu_{\infty}}$ . Параметр  $V_z = \frac{q}{m} E_0 \langle \tau \rangle$  характеризует величину магнитоэлектрической связи и, в частности, киральные свойства плазмы.

При поперечном распространени<br/>и $k_z=0$ в предположении отсутствия потерь $\omega\left<\tau\right>\gg 1$ компоненты диадиков материальных параметров

$$\varepsilon = 1 - \frac{1}{\Omega^2 - R^2}, \quad \varepsilon_g = \frac{R}{\Omega(\Omega^2 - R^2)}, \quad \varepsilon_z = 1 - \frac{1}{\Omega^2},$$
(5)

$$\xi = \zeta = -\varepsilon_{\infty} V_z \varepsilon_g, \quad \xi_g = \zeta_g = \varepsilon_{\infty} V_z (1 - \varepsilon), \tag{6}$$

$$\mu = \left(1 + V_z^2 \varepsilon_\infty \mu_\infty (1 - \varepsilon)\right), \quad \mu_g = -V_z^2 \varepsilon_\infty \mu_\infty g, \quad \mu_z = 1 \tag{7}$$

выражаются через частоту поля в движущейся системе координат  $\Omega = \frac{\omega}{\omega_p}$  и циклотронную частоту  $R = \frac{qB_0}{m\omega_p}$ , нормированные на плазменную частоту  $\omega_p^2 = \frac{q^2n}{m\varepsilon_{\infty}}$ , и совпадают с компонентами диадика диэлектрической проницаемости магнитоплазмы [4]. Высокочастотные пределы проницаемостей среды определяются скалярами  $\varepsilon_{\infty}$ ,  $\mu_{\infty}$ . Рассмотрим распространение плоских волн поперек выделенной оси среды. Дисперсионное уравнение приводится к биквадратному виду

$$\left[\varepsilon(1-N^2)+N^2\right]\eta^4 - \varepsilon\left[\varepsilon_z+\varepsilon_\perp+N^2(1-\varepsilon_\perp)\right]\eta^2 + \varepsilon\varepsilon_z\varepsilon_\perp = 0,\tag{8}$$

аналогичному дисперсионному уравнению, характеризующему поперечное распространение плоских волн в кироплазме [5]. Величина  $N = V_z \sqrt{\varepsilon_\infty \mu_\infty}$  представляет собой отношение средней направленной скорости носителя и высокочастотного предела скорости света в среде, а  $\varepsilon_{\perp} = \varepsilon - \frac{\varepsilon_g^2}{\varepsilon}$  — поперечная проницаемость Фойгта. Нормированные постоянные распространения квазиобыкновенной

$$\eta_{qo}^2 = \varepsilon_z \left\{ 1 - \frac{N^2}{2 \left[ \Omega^2 - R^2 - 1 + N^2 \right]} \right\}$$
(9)

и квазинеобыкновенной

$$\eta_{qe}^2 = 1 - \frac{1}{\Omega^2} \frac{(N^2 + 1)(\Omega^2 - 1) - \frac{N^2}{2}}{\Omega^2 - R^2 - 1 + N^2}$$
(10)

волн переходят при  $N \to 0$  в известные формулы для постоянных распространения обыкновенной  $\eta_o^2 = \varepsilon_z$  и необыкновенной  $\eta_e^2 = \varepsilon_{\perp}$  собственных волн в плазме [4]. Можно выделить пять критических частот, на которых происходит качественное изменение структуры объемных волн:

$$\Omega_1 = 1, \quad \Omega_{2,3} = \frac{1}{2} \left( \sqrt{R^2 + 4} \mp R \right), \quad \Omega_4 = \sqrt{R^2 + \Omega^2 (1 - N^2)}, \quad \Omega_5 = \sqrt{1 - \frac{R^2}{N^2}}.$$
 (11)

Первые три частоты соответствуют обращению в нуль постоянных распространения квазиобыкновенной ( $\Omega_1$ ) и квазинеобыкновенной ( $\Omega_{2,3}$ ) волн и совпадают с частотами критических режимов собственных волн в магнитоплазме [4]. На частоте  $\Omega_4$  происходит обращение волнового числа квазинеобыкновенной волны в бесконечность. Ее смещение относительно верхней гибридной резонансной частоты магнитоплазмы  $\Omega = \sqrt{R^2 - 1}$ , наиболее заметное при слабых магнитных полях, может служить основой для бесконтактной диагностики плазмы. Частота  $\Omega_5$  соответствует вырождению волнового уравнения и наличию двукратного корня у дисперсионного уравнения. Подобные эффекты рассматривались ранее для плоских волн в кристаллах [6] (волн Федорова–Петрова, волн Фойгта), для поверхностных волн в магнитоплазме, неоднородных вдоль выделенной оси среды [7] (сингулярных волн) и для волновых процессов в кироплазме при поперечном распространении [8]. При этом собственные волны имеют отличную от обычной плоской волны структуру поля — их амплитуды линейно зависят от пространственных координат. Следует отметить, что вырождение волнового уравнения не связано с отсечкой объемной волны.

Расположение критических линий на плоскости частотных параметров  $(R, \Omega)$  позволяет выделить три характерные области значений магнитного поля. При слабых магнитных полях  $|R| < \frac{N^2}{\sqrt{N^2+1}}$  влияние электростатического поля на распространение плоских волн наиболее заметно и приводит к возникновению частотной области  $\Omega_4 < \Omega < \Omega_2$ , в которой квазиобыкновенная волна экспоненциально ослабляется по мере распространения, а квазинеобыкновенная волна является обратной. В промежуточной области значений  $\frac{N^2}{\sqrt{N^2+1}} < |R| < N$  низкочастотная область существования квазинеобыкновенной волны  $\Omega_2 < \Omega < \Omega_4$  отделена от области прозрачности  $\Omega > \Omega_1$  полосой непрозрачности  $\Omega_4 < \Omega < \Omega_1$ . В сильных магнитных полях |R| > N дисперсионные кривые подобны характеристикам обыкновенной и необыкновенной волн

#### Заключение

В предшествующих работах в качестве КСФ рассматривались гетерогенные смеси гиротропной и киральной компонент [1, 3, 5], [8]–[11], однако практическая реализация этих сред в виде композитных материалов затруднительна. Известны экспериментальные работы, посвященные исследованию магнитного варианта КСФ на основе намагниченного феррита [12]. Нами рассмотрена возможность реализация КСФ электрического типа как однородной плазменной среды, находящейся под действием сонаправленных статических полей. Установлена зависимость характеристик электромагнитных волн от величины электростатического поля, что может служить основой для разработки новых методов диагностики сред и измерения статических полей, а также для создания управляемых элементов техники СВЧ.

**Abstract.** The electromagnetic properties of a cold unicomponent plasma medium affected by static fields are considered. The case of arbitrary field directions is reduced to the parallel case by introducing a properly chosen moving coordinate system. The expressions for the constitutive parameters in the Post representation are derived. The difference between wave phenomena in usual gyrotropic media and in plasmas in parallel static fields is investigated for plane wave propagation.

### Литература

- W.S. Weiglhofer, A. Lakhtakia, The correct constitutive relations of chiroplasmas and chiroferrites, Microw. Opt. Technol. Lett. 17:6 (1998), 405–408.
- [2] J.A. Kong, Theory of Electromagnetic Waves, New York: Wiley, 1975.
- W.S. Weiglhofer, S.O. Hansen, Faraday Chiral Media Revisited I: Fields and Sources, IEEE Trans. Antennas Propagat. 47:5 (1999), 807–814.
- [4] D.K. Kalluri, Electromagnetics of Complex Media: Frequency Shifting by a Transient Magnetoplasma Medium, Boca Raton: CRC Press, 1998.
- [5] V.V. Fisanov, D.A. Marakasov, Electromagnetic Surface Waves at a Plane Boundary of Semi-Infinite Faraday Chiral Media, Advances in Complex Electromagnetic Materials, A. Priou et al. (eds.), Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1997, 239–248.
- [6] Ф.И. Федоров, В.В. Филиппов, *Отражение и преломление света прозрачными кристаллами*, Минск: Наука и Техника, 1976.
- [7] S.T. Ivanov, N.I. Nikolaev, R.W. Thomae, Magnetoplasmons along the Interface of Gyrotropic Plasma Surface - Longitudinal Propagation, Physica Scripta. 57:6 (1998), 645–651.
- [8] D.A. Marakassov, V.V. Fisanov, Singular Waves in a Bounded Chiroplasma, J. of Electromagn. Waves Appl. 15:3 (2001), 379–406.
- [9] N. Engheta, D.L. Jaggard, M. Kowarz, *Electromagnetic Waves in Faraday Chiral Media*, IEEE Trans. Antennas Propagat. 40:4 (1992), 367–364.
- [10] W.S. Weiglhofer, A. Lakhtakia, B. Michel, On the Constitutive Parameters of a Chiroferrite Composite Medium, Microw. Opt. Technol. Lett. 18:5 (1998), 342–345.
- [11] W.S. Weiglhofer, T.G. Mackay, Numerical Studies of the Constitutive Parameters of a Chiroplasma Composite Medium, AEÜ Int. J. Electron. Commun. 54:5 (2000), 259–265.
- [12] G. Kraftmacher, Y. Kasantsev, A. Kozyrkov, Resonant Response of Chiro-Ferrite Media under FMR and Chiro-FMR Conditions, Proc. Bianisotropics'2000, Lisbon, September 27-29, 2000, 397–400.

Томский государственный университет 634050 Томск, Россия

Поступило 15.05.2001

# СОЛТЕНТЗ СОДЕРЖАНИЕ

M. Aleksiejuk, B. Bonello. <i>The Picosecond Ultrasonic Study of Au/V Multilayers</i> . В.В. Андреев, А.В.Сосновский. Точечная форма релятивистской гамильтоно-	4
вой динамики и электромагнитный радиус пиона	8
В.В.Андреев, Н.В.Максименко. Статическая электрическая поляризуемость	
$\pi^0$ -мезона в пуанкаре-ковариантной модели со скалярными кварками К.И.Аршинов, Н.С.Лешенюк, В.В.Невдах. Многочастотная лазерная диагно-	12
стика активной среды СО <sub>2</sub> -лазера П.В.Астахов, Г.С.Митюрич. Лазерная фотодефлекционная спектроскопия	17
пространственно-неоднородных сред В.Н.Белый, А.С.Грабчиков, В.А.Лисинецкий, В.А.Орлович, Н.А. Хило,	21
Р.В.Чулков. Пространственная структура стоксова излучения в прямом и об-	
ратном направлениях при вынужденном комбинационном рассеянии бесселева	
светового пучка Р.М.Бурбело, Н.К.Жабитенко. ФТА эффект в твердых телах: роль напряжен-	25
ного состояния O.A.Buryi, L.G.Grechko, V.N.Mal'nev and K.W.Whites. Affect of external electric	29
field on optical properties of small metal particles	33
N.V. Tarasenko. Laser-induced processes in laser ablation plasmas В.Е.Гайшун, И.М.Мельниченко, Я.А.Потапёнок, В.Стрек, Е.Павлик. Исследо-	37
вание спектрально-люминесцентных свойств волоконных световодов, вытя-	
нутых из кварцевых гель-стёкол, легированных эрбием и неодимом А.М.Гончаренко, Г.В.Синицын, С.П.Апанасевич и А.В.Ляхнович. Планарный	41
кольцевой регистр сдвига для цифровых систем оптической обработки инфор-	
мации A.M.Goncharenko, I.L.Garanovich. To the theory of ultrashort spatiotemporal	45
solitons L.G.Grechko, A.O.Pinchuk, Yu.O.Goncharook, V.N.Mal'nev and K.W.Whites. Absorption of Far-Infrared Electromagnetic Radiation by Disperse Systems with	50
Metallic Inclusions В.И.Демидчик, П.Д.Кухарчик, Р.В.Корнев. Анализ киральных рассеивателей	55
методом интегральных уравнений Г.А.Залесская, Д.Л.Яковлев, Е.Г.Самбор. Лазерные методы измерения низких	61
концентраций веществ, загрязняющих воздух	65
О.V.Ivanov. <i>Exotic bianisotropic media</i> Г.Д.Ивлев, Е.И.Гацкевич, И.Стухлик, В.Ворличек, Я.Кочка. <i>Динамика отжи</i> -	70
га тонких пленок гидрогенизированного аморфного кремния излучением экси-	
мерного лазера В.Н. Иодко, В.Б. Ходан, В.К. Кононенко. Оптическая обработка и модифика-	75
ция свойств кристаллов ZnTe А.В.Казберук, Г.В.Синицын. Нелинейный интерферометр Фабри-Перо со	80
встроенной внутрь синусоидальной дифракционной решеткой	86

В.Н.Капшай. Разложение по плоским волнам и интегральные преобразования	
между х <sup>-</sup> и r <sup>-</sup> представлениями В.Н.Капшай, В.В.Кондратюк. <i>Рассеяние электромагнитных циркулярно поля</i> -	91
ризованных волн на биизотропном шаре в киральной среде	95
одноосных неоднородных сред к двум независимым скалярным уравнениям А.А.Карабутов, В.В.Кожушко, Г.С.Митюрич, И.М.Пеливанов. Оптико-	100
акустическое преобразование в пространственно неоднородных нетеплопрово-	
дящих средах Н.В.Кондратюк, О.В.Манько, А.А.Шагов. Температурно-управляемая каскад-	103
ная генерация третьей гармоники в кристаллах <i>KTP/DKDP</i> с синхронизмом	
2-го типа Е.А.Кривандина, З.И.Жмурова, Т.М.Глушкова, Д.Ф.Киселев, М.М.Фирсова,	107
А.П.Штыркова. Осооенности рефракции оинарных систем фториоов реокозе-	
мельных элементов и стронция С.П.Курлович, Г.Ю.Тюменков. О параметрических массовых зависимостях	110
константы лептонного распада псевдоскалярного мезона	114
произвольных периодических структурах	118
нечных сверхрешетках при наличии дефекта	122
П.И.Ламекин. Кратные собственные значения и собственные состояния поля-	
ризации матриц Мюллера частичных поляризаторов О.В.Ляшенко. Акистическая эмиссия при поглошении ипригих волн в монокри-	126
cmannar	131
Д.А.Маракасов. <i>Резонансные потери в бианизотропных композитах</i> Д.А.Маракасов, В.В.Фисанов. Сингулярные волны в волноводах с кироплазмен-	135
ным заполнением	139
Д.А.Маракасов, Д.С.Рычков. Электромагнитные свойства плазмы в скрещен-	
ных статических полях	143

# ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ

Статья представляется в редакцию в двух экземплярах на белорусском, русском или английском языках и является оригиналом для печати. В тексте не допускаются рукописные вставки и вклейки.

Статья должна иметь разрешение соответствующего научного учреждения на опубликование. Статья должна иметь индекс по Универсальной десятичной классификации (УДК), к ней следует приложить реферат, резюме (на английском языке), фамилии и инициалы авторов и название статьи (на английском языке) в двух экземплярах. Ее необходимо подписать всем авторам, указать полное название учреждения, где выполнена работа, а также почтовый адрес, номер телефона (служебный и домашний).

Авторы вместе с окончательным вариантом (после рецензирования) представляют на дискете (либо по электронной почте e-mail: vesti@gsu.unibel.by) tex-файл со статьей, подготовленной в LaTeX'e с опцией 12pt в стандартном стиле article (\textwidth 165 mm, \textheight 245 mm), при этом объем статьи, как правило, не должен превышать 10 страниц и ее разметка не требуется. Аналогичные требования для статей, набранных в редакторе MS Word.

Статьи, претендующие на научный приоритет, оформляются в виде кратких сообщений объемом до 2 страниц текста и, как правило, публикуются в ближайших номерах журнала. Рисунки, подготовленные в CorelDraw (расширение eps) или в других графических редакторах (расширения pcx, tif, bmp, eps, ps и др.), должны быть вставлены в текст статьи. В указанный выше объем входят текст, summary, список литературы, таблицы и рисунки, число последних не должно превышать пяти.

Занумерованные формулы выключаются в отдельную строку, номер формулы ставится у правого края страницы. Нумеровать следует лишь те формулы, на которые имеются ссылки.

Ссылки в тексте обозначаются порядковым номером в квадратных скобках. Ссылки на неопубликованные работы не допускаются.

Поступившие в редакцию статьи направляются на рецензии специалистам. Основным критерием целесообразности публикации является новизна и информативность статьи. Если по рекомендации рецензента статья возвращается автору на доработку, то переработанная рукопись вновь рассматривается редколлегией и датой поступления считается день получения редакцией окончательного ее варианта.

Технический редактор И.В.Близнец. Ответственный за выпуск С.А.Хахомов

Подписано в печать 26.09.2001 г. Формат 60 × 84 1/8. Бумага офсетная. Печать офсетная. Усл. п. л. 12,1 Уч.-изд. л. 12,4 Тираж 300 экз. Заказ № 242

Издатель – Гомельский государственный университет имени Ф.Скорины 246019, Гомель, ул. Советская, 104 Отпечатано на полиграфической технике ГГУ им. Ф.Скорины Лицензия ЛВ № 357 от 12 февраля 1999.