

ОТЗЫВ

научного руководителя Скибы Александра Николаевича
о кандидатской диссертации Закревской Виктории Сергеевны
«Конечные группы с обобщенным условием Ore, определяемым заданной решеткой подгрупп»,
представленной на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук по специальности
01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел

Данная диссертация относится к активно развивающемуся направлению современной теории групп, связанному с изучением и классификацией групп по свойствам вложений выделенных систем подгрупп.

Значительное место в диссертации уделено дальнейшему развитию теории конечных групп с обобщенным условием Ore для подгрупп.

Напомним, что подгруппа H группы G удовлетворяет условию Ore, если в группе G имеются две нормальные подгруппы S и T такие, что S содержится в H , $G=HT$ и пересечение подгрупп H и T содержится в S . В работе Ванга [Wang, Y. *C-normality of groups and its properties* / Y. Wang // *J. Algebra*. – 1996. – Vol. 180. – P. 954-965] подгруппы, удовлетворяющие условию Ore, были названы c -нормальными.

Оказалось, что c -нормальные подгруппы позволяют успешно изучать многие важные для приложений классы групп, и это послужило основной причиной для дальнейшего изучения условия Ore, а также для введения, изучения и применения различных типов обобщенных условий Ore.

Глава 1 содержит аналитический обзор литературы по теме диссертации. Основное содержание диссертации представлено в главах 2, 3 и 4.

Основными в данной диссертации являются понятия слабо σ -перестановочной, (\mathcal{U}, σ) -вложенной и $u\sqrt{\sigma}$ -вложенной подгруппы. При этом полезными оказываются так называемые частично σ -субнормальные и частично σ -перестановочные подгруппы, введенные и изученные в главе 2. И это, прежде всего, связано с тем фактом, что частично σ -субнормальные и частично σ -перестановочные подгруппы формируют U -подрешетки в решетке всех подгрупп группы.

В разделе 2.1 дается определение и описаны наиболее важные свойства частично σ -субнормальных подгрупп.

Доказанные в этом разделе теоремы 2.1.15, 2.1.18 и 2.1.19 обобщают соответствующие известные результаты Н.М. Адарченко и А.Н. Скибы, В. Го и А.Н. Скибы, Спенсера, Хупперта и Шмидта.

В разделе 2.2 диссертации изучаются группы с заданным вложением частично σ -перестановочных подгрупп. Здесь также введено понятие (\mathcal{U}, σ) -вложенной подгруппы и даны приложения таких подгрупп. Доказанные в этом разделе теоремы 2.2.6, 2.2.11, 2.2.18, 2.2.21 и 2.2.23 обобщают соответствующие результаты работ Агравала, Я. Ванга, В. Ксианбао, Ч. Чжанг, Ч. Ву и В.

Го и Шмидта. В разделе 2.3 дано определение слабо σ -перестановочной подгруппы и доказана теорема 2.3.2, которая обобщает один из известных результатов Цимерман.

Отметим, что понятия слабо σ -перестановочной и (\mathcal{U}, σ) -вложенной подгруппы, введенные в главе 2, являются новыми обобщенными условиями Ore.

В третьей главе диссертации, используя идеи, методы и некоторые результаты главы 2, найдены и получены приложения ещё одного нового обобщенного условия Ore для подгрупп. При этом наиболее значимые результаты получены соискателем в разделе 3.1, где дается определение и описаны наиболее важные свойства $u\vee sp$ -вложенных подгрупп. Во втором разделе главы 3 изучаются группы с $u\vee sp$ -вложенными 2-максимальными и 3-максимальными подгруппами. Доказанные в третьей главе теоремы 3.1.17, 3.1.18, 3.2.1 и 3.2.4 обобщают соответствующие результаты, принадлежащие Асааду и Рамадану, Я. Вангу, Н.С. Косенку и В.Н. Рыжик, Л. Чжу, В. Го и К.П. Шаму, Л. Юбо и Я. Ли.

Отметим, что условие $u\vee sp$ -вложенности также является обобщенным условием Ore, где в качестве S берется частично S -перестановочная подгруппа.

В четвертой главе на основе идей, методов и результатов глав 2, 3 изучается строение групп в зависимости от ограничений, накладываемых на подгруппы Шмидта. Доказанная в этой главе теорема 4.1.2 обобщает соответствующие результаты работ И.В. Близнаца и В.М. Селькина, В.С. Монахова, В.Н. Семенчука, Дж. Хуанг, Б. Ху и А.Н. Скибы.

Все результаты диссертации являются новыми и имеют теоретический характер. В ней впервые: доказана σ -разрешимость конечных групп, в которых каждая максимальная цепь длины 3 содержит частично σ -субнормальную подгруппу; получены новые критерии σ -разрешимости конечных групп; найдены новые характеристики конечных сверхразрешимых групп; получены новые критерии мета- σ -нильпотентности конечных групп; доказано наличие связи между $u\vee sp$ -вложенностью подгрупп конечной группы и её p -разрешимостью.

Диссертационное исследование В.С. Закревской выполнено на кафедре алгебры и геометрии учреждения образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины» в период с 2019 по 2023 годы в рамках следующих научных тем и программ:

– Разработка и применение функторных и локальных методов исследования конечных групп к решению общей проблемы классификации групп по свойствам их подгрупп, номер гос. регистрации – 20161015. Тема входила в государственную программу научных исследований Республики Беларусь на 2016-2020 годы «Конвергенция-2020», подпрограмма «Методы математического моделирования сложных систем»;

– Решеточные и арифметические методы исследования групп и мультиколец, обладающих композиционными рядами, номер гос. регистрации – 20211778. Тема входит в государственную программу научных исследований Республики Беларусь на 2021-2025 годы «Конвергенция-2025», подпрограмма «Математические модели и методы».

Отдельные результаты исследований внедрены в учебный процесс ГГУ им. Франциска Скорины (акты о внедрении от 20.01.2021 и 16.12.2021).

По теме диссертационного исследования опубликованы 6 статей в рецензируемых научных журналах, соответствующих пункту 19 Положения о присуждении ученых степеней и присвоении ученых званий в Республике Беларусь. В двух работах, выполненных и опубликованных совместно с кандидатами физико-математических наук, доцентами В.М. Селькиным, И.В. Близицецом и Н.С. Косенком, результаты принадлежат авторам на паритетных условиях. Без соавторства соискателем по теме диссертации опубликованы четыре работы.

Содержание диссертации соответствует специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел. Диссертация и автореферат оформлены в соответствии с требованиями ВАК Республики Беларусь. Автореферат полно и адекватно отражает содержание диссертации и основные положения, выносимые на защиту.

Считаю, что данная диссертация является квалифицированной научной работой, ее содержание соответствует специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел, а ее автор, Закревская Виктория Сергеевна, заслуживает присвоения ей ученой степени кандидата физико-математических наук за решение важной научной задачи теории конечных групп, состоящей в развитии новых методов исследования конечных групп, связанных с применениями обобщенных условий Оре и решёток подгрупп, позволивших:

- доказать σ -разрешимость конечных групп, в которых каждая максимальная цепь длины 3 содержит частично σ -субнормальную подгруппу;
- получить новые критерии σ -разрешимости конечных групп;
- найти новые характеристики конечных сверхразрешимых групп;
- получить новые критерии мета- σ -нильпотентности конечных групп;
- доказать наличие связи между $u^{\vee sp}$ -вложенностью подгрупп конечной группы и её p -разрешимостью.

Научный руководитель
доктор физико-математических наук,
профессор, профессор кафедры алгебры
и геометрии Гомельского государственного
университета имени Франциска Скорины



А.Н. Скиба

