

ОТЗЫВ

научного руководителя на диссертационную работу
Волковой Екатерины Дмитриевны
«Классы Фиттинга, определяемые разбиениями множества простых чисел»,

представленную на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук по специальности
01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел

Идея локализации одна из ведущих в современной теории групп. Развитие локальных методов и их приложения подтверждены многочисленными результатами в серии известных монографий по теории групп и их классов (К. Дерк, Т. Хоукс («Finite soluble groups», 1992), А. Баллестер-Болинше и Г. М. Ескерро («Classes of Finite Groups», 2006), Л. А. Шеметков («Формации конечных групп», 1978), А. Н. Скиба («Алгебра формаций», 1997) и др.). В настоящее время наиболее эффективным в этом направлении исследований стал локальный метод, определяемый разбиением множества простых чисел, предложенный А. Н. Скибой, который получил развитие в работах отечественных и зарубежных авторов А. Н. Скибы, В. Г. Сафонова, В. Го, А. Баллестера-Болинше, М. Феррара, М. Тромбетти, Б. Ху, Дж. Хуан, Н. Н. Воробьева и др. в теории формаций конечных групп. Однако актуальной является задача дуализации указанного метода и его развития в теории радикальных классов (классов Фиттинга) конечных групп. Описанию структуры классов Фиттинга и множеств Фиттинга, определяемых локально разбиениями множества простых чисел, и его применению для изучения свойств решеток, радикалов и инъекторов конечных групп посвящена настоящая диссертация.

Глава 1 «Аналитический обзор литературы по теме диссертации» содержит аналитический обзор основных литературных источников по теме диссертации. В этой главе дается описание объектов исследования диссертационной работы, формулируются нерешенные вопросы и задачи. Основное содержание диссертации представлено во второй, третьей и четвертой главах.

Глава 2 «Структура обобщенно локального класса Фиттинга» посвящена нахождению семейств классов Фиттинга групп, в общем случае неразрешимых, для которых справедливы гипотеза Локетта и обобщенная гипотеза Локетта об общей структуре класса Фиттинга. В разделе 2.1 подтверждается гипотеза Локетта для σ -локальных классов Фиттинга. В частности, доказано, что каждый σ -локальный класс Фиттинга удовлетворяет гипотезе Локетта. Полученный результат позволил обобщить известные результаты Н. Т. Воробьева (1988) и М. П. Галлего (1996). На основе этого решен вопрос 8.30 Лауша из «Коуровской тетради» о решеточной структуре класса Фиттинга для случая его σ -локальности (теорема 2.2.3). В разделе 2.3 описаны общие закономерности построения пар Локетта для σ -локальных классов Фиттинга разрешимых групп, что явилось основой для подтверждения обобщенной гипотезы Локетта для таких классов (теорема 2.3.3) и развития известных результатов Р. А. Брайса и Дж. Косси (1975), О. Бризона (1979), Н. Т. Воробьева (1988), К. Дерка и Т. Хоукса (1992).

Глава 3 «Инъекторы и их характеристика» диссертации развивает и применяет локальный метод Хартли для решения задачи существования, сопряженности и характеристики инъекторов в обобщенно разрешимых группах. В разделе 3.2 доказано существование и сопряженность инъекторов и найдена их характеристика в σ -разрешимой группе (теорема 3.2.8), где σ – разбиение множества простых чисел. Специальными случаями теоремы 3.2.8 являются результаты Б. Хартли и Б. Фишера, описывающие $\mathfrak{X}\mathfrak{N}$ -инъекторы и нильпотентные инъекторы. В разделе 3.4 исследованы вопросы существования, сопряженности и характеристики инъекторов для случая, когда σ -класс Хартли определен постоянной H_σ -функцией и группа G в общем случае не является σ -разрешимой (теорема 3.4.5).

Глава 4 «Семейства σ -локальных классов Фиттинга со свойствами дистрибутивности и модулярности» посвящена нахождению признаков дистрибутивности и модулярности для семейств классов Фиттинга и множеств Фиттинга. В разделе 4.1 доказано, что для σ -локальных классов Фиттинга \mathfrak{F} , \mathfrak{H} , \mathfrak{M} разрешимых групп, определяемых наименьшими H_σ -функциями f , h и t соответственно, справедливо дистрибутивное равенство в случае, когда либо существует такое множество простых чисел π , что $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{H}\mathfrak{S}_\pi$ и $\mathfrak{H} \subseteq \mathfrak{F}\mathfrak{S}_\pi$, либо \mathfrak{M} – класс Локетта, существует такое множество простых чисел π и такие классы Фиттинга \mathfrak{F}_0 и \mathfrak{H}_0 взаимно простых характеристик, что $\mathfrak{F} = \mathfrak{F}_0\mathfrak{N}_\pi$ и $\mathfrak{H} = \mathfrak{H}_0\mathfrak{N}_\pi$ (теорема 4.1.8). Кроме того, доказано, что для σ -локальных классов Фиттинга \mathfrak{F} , \mathfrak{H} , \mathfrak{X} и \mathfrak{Y} разрешимых групп, определяемых наименьшими H_σ -функциями f , h , x и y соответственно, причем все непустые значения H_σ -функций x и y являются гомоморфами такими, что $x(\sigma_i) \cap y(\sigma_i) = (1)$ и $h \leq fy$, справедливо модулярное равенство $(\mathfrak{F} \vee_\sigma \mathfrak{H}) \cap \mathfrak{X} = \mathfrak{F} \vee_\sigma (\mathfrak{H} \cap \mathfrak{X})$ в случае, когда $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{H}$ (теорема 4.1.17). В разделе 4.2 для σ -локальных множеств Фиттинга \mathcal{F} , \mathcal{H} и \mathcal{M} группы G , определяемых наименьшими H_σ -функциями f , h и t соответственно, причем $f \leq t$, доказано модулярное равенство в случае, если H_σ -функции f и h таковы, что $f(\sigma_i) \vee h(\sigma_i) = S_n\{S \leq G : S = S_{f(\sigma_i)}S_{h(\sigma_i)}\}$ для всех σ_i таких, что $f(\sigma_i)$ и $h(\sigma_i)$ – непустые множества Фиттинга группы G (теорема 4.2.14).

Все результаты диссертации являются новыми и носят теоретический характер. В ней подтверждены гипотеза Локетта и обобщенная гипотеза Локетта о строении класса Фиттинга в терминах радикалов для σ -локальных классов Фиттинга (теоремы 2.1.8 и 2.3.2), решен вопрос Лауша о решеточной структуре класса Фиттинга для случая его σ -локальности (теорема 2.2.3), решена задача существования и сопряженности инъекторов и их характеристики в σ -разрешимой группе (теорема 3.2.8), решены вопросы существования, сопряженности и характеристики инъекторов для случая, когда σ -класс Хартли определен постоянной H_σ -функцией и группа G в общем случае не является σ -разрешимой (теорема 3.4.5), описаны семейства σ -локальных классов Фиттинга и множеств Фиттинга со свойствами дистрибутивности и модулярности (теоремы 4.1.8, 4.1.17, 4.2.14).

Исследования Е. Д. Волковой осуществлялись в рамках следующих госбюджетных тем: «Методы локализации и теории решеток в исследовании строения конечных групп и их классов», входящей в государственную программу

научных исследований на 2016–2020 годы «Конвергенция – 2020», подпрограмма «Методы математического моделирования сложных систем», регистрационный номер в БелИСА – 20160350; «Развитие методов теории радикальных множеств и их применение к исследованию подгруппового строения конечных групп», входящей в государственную программу научных исследований Республики Беларусь на 2021–2025 годы «Конвергенция – 2025», подпрограмма «Математические модели и методы», регистрационный номер БелИСА – 20210495; «Радикальные классы и множества конечных групп с заданными системами канонических подгрупп», грант БРФФИ на 2021–2023 годы, регистрационный номер БелИСА – 20213279; «Инъекторы конечных групп», грант Министерства образования Республики Беларусь на 2023 год, регистрационный номер БелИСА – 20230508.

Отдельные результаты внедрены в учебный процесс ВГУ имени П. М. Машерова, что подтверждается актами внедрения от 30.08.2021, 31.08.2022, 20.01.2023.

Полученные результаты исследования могут быть использованы в решении задач описания структуры конечных групп и их классов, а также в образовательном процессе при чтении спецкурсов по современной алгебре для студентов математических специальностей, написании курсовых, дипломных проектов, магистерских и кандидатских диссертаций. Результаты работы можно применить при изучении структуры классов конечных групп в дальнейших исследованиях, выполненных в Витебском, Гомельском, Белорусском государственных университетах и Институте математики Сибирского отделения РАН, Сюйчжоуском нормальном университете (КНР), Университете Науки и Технологий Китая, Наваррском университете (Испания), Тюбингенском университете (Германия).

Основные результаты диссертации опубликованы в 7 статьях в научных журналах, соответствующих пункту 19 Положения о присуждении ученых степеней и присвоения ученых званий в Республике Беларусь, и апробированы на 9 международных и 2 региональных конференциях. В 12 совместных работах (5 статьях и 7 тезисах) идеи и методы принадлежат научному руководителю, а реализация – соискателю. Остальные работы выполнены самостоятельно и опубликованы без соавторов.

Содержание диссертационной работы соответствует специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел. Диссертация и автореферат оформлены в соответствии с требованиями ВАК Республики Беларусь. Автореферат отражает основные положения диссертации.

Считаю, что данная диссертация является квалификационной научной работой, ее содержание соответствует специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел, а ее автор, Волкова Екатерина Дмитриевна, заслуживает присвоения ей ученой степени кандидата физико-математических наук за решение важной задачи теории конечных групп – разработки новых локальных методов исследования структуры классов Фиттинга и множеств Фиттинга, определяемых разбиениями множества простых чисел, и их применения для описания свойств решеток, радикалов и инъекторов конечных групп:

- подтверждение гипотезы Локетта и решение проблемы Лауша об общей структуре класса Фиттинга для случая обобщенно локального класса Фиттинга;
- доказательство существования и сопряженности инъекторов в конечных группах, определяемых разбиениями множества простых чисел;
- нахождение новых семейств классов Фиттинга и множеств Фиттинга со свойствами дистрибутивности и модулярности.

Научный руководитель
профессор кафедры математики
учреждения образования
«Витебский государственный университет
имени П.М. Машерова»,
доктор физико-математических наук,
профессор



Н. Т. Воробьев



Подпись удостоверяю
главный специалист отдела кадров
Е.П. Соловьёва

27.11.2023