

ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

ПЕРВЫЙ ЗАКОН НЬЮТОНА

Материальная точка (тело) сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока воздействие со стороны других тел не заставит её изменить это состояние.

$$\vec{v} = \text{const}, \text{ при } \vec{F} = 0$$

Стремление тела сохранять состояние покоя или равномерного прямолинейного движения называется **инертностью**. Поэтому первый закон Ньютона называют также **законом инерции**. Первый закон Ньютона постулирует существование **инерциальных систем отсчёта** – таких, относительно которых, материальная точка, не подверженная воздействию других тел, движется равномерно и прямолинейно.

Чтобы описывать воздействия, упоминаемые в первом законе Ньютона, вводят понятие **силы**. Для описания инерционных свойств тел вводится понятие **массы**.

Сила – векторная величина, являющаяся мерой механического действия на тело со стороны других тел или полей, в результате которого тело приобретает ускорение или изменяет форму и размеры.

Сила \vec{F} полностью задана, если указаны её модуль F , направление в пространстве и точка приложения.

ПЕРВЫЙ ЗАКОН НЬЮТОНА (продолжение)

Прямая, вдоль которой направлена сила, называется **линией действия силы**. **Центральными** называются силы, которые всюду направлены вдоль прямых, проходящих через одну и ту же неподвижную точку – *центр сил*, и зависят только от расстояния до центра сил.

Одновременное действие на материальную точку нескольких сил эквивалентно действию одной силы, называемой **равнодействующей**, или **результатирующей**, силой и *равной их геометрической сумме*.

Единица силы – ньютон (Н): 1 Н – сила, которая массе в 1 кг сообщает ускорение 1 м/с^2 в направлении действия силы.

Особая форма материи, связывающая частицы вещества в единые системы и передающая с конечной скоростью действие одних частиц на другие, называется **физическим полем** или просто **полем**.

Поле, действующее на материальную точку с силой \vec{F} , называется **стационарным полем**, если оно не изменяется с течением времени.

ВТОРОЙ ЗАКОН НЬЮТОНА (1). ЗАКОН ИЗМЕНЕНИЯ ИМПУЛЬСА (2).

Масса

Масса – физическая величина, одна из основных характеристик материи, определяющая её *инерционные* и *гравитационные* свойства.

Единица массы – килограмм (кг).

Плотностью тела ρ в данной его точке M называется отношение массы dm малого элемента тела, включающего точку M , к величине dV объёма этого элемента.

$$\rho = \frac{dm}{dV}$$

Импульс

Векторная величина \vec{p} , равная произведению массы m материальной точки на её скорость \vec{v} , и имеющая направление скорости, называется **импульсом**, или **количеством движения**, этой материальной точки.

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

Ускорение, приобретаемое материальной точкой (телом), пропорционально вызывающей его силе, совпадает с ней по направлению и обратно пропорционально массе материальной точки (тела):

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \quad \text{или} \quad \vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \dot{\vec{p}}.$$

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad (1)$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (2)$$

Более общая формулировка второго закона Ньютона: скорость изменения импульса материальной точки равна действующей на неё силе.

ВТОРОЙ ЗАКОН НЬЮТОНА (продолжение) ЭЛЕМЕНТАРНЫЙ ИМПУЛЬС СИЛЫ

Векторная величина $\vec{F} dt$ называется **элементарным импульсом силы** \vec{F} за **малое** время dt её действия. Импульс силы за промежуток времени t_1

определяется интегралом $\int_0^{t_1} \vec{F} dt$. Согласно второму закону Ньютона **изменение**

импульса материальной точки равно импульсу действующей на неё силы:

$$d\vec{p} = \vec{F} dt \quad \text{и} \quad \Delta p = p_2 - p_1 = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt.$$

Нормальное и тангенциальное ускорения материальной точки определяются соответствующими составляющими силы:

$$\begin{aligned} \vec{a}_\tau &= \frac{\vec{F}_\tau}{m}; & a_\tau &= \frac{dv}{dt} = \frac{F_\tau}{m}; & F_\tau &= m \frac{dv}{dt}; \\ \vec{a}_n &= \frac{\vec{F}_n}{m}; & a_n &= \frac{v^2}{R} = \omega^2 R = \frac{F_n}{m}; & F_n &= \frac{mv^2}{R} = m\omega^2 R. \end{aligned}$$

Сила \vec{F}_n , сообщающая материальной точке **нормальное** ускорение, направлена к центру кривизны траектории и потому называется **центростремительной силой**.

ТРЕТИЙ ЗАКОН НЬЮТОНА. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА

Всякое действие материальных точек (тел) друг на друга имеет характер взаимодействия; силы с которыми действуют друг на друга материальные точки, всегда равны по модулю, противоположно направлены и действуют вдоль прямой, соединяющей эти точки.

$$\vec{F}_1 = - \vec{F}_2$$

Эти силы приложены к разным материальным точкам (телам), всегда действуют парами и являются силами одной природы.

Третий закон Ньютона позволяет перейти от динамики отдельной материальной точки к динамике произвольной системы материальных точек, поскольку позволяет свести любое взаимодействие к силам парного взаимодействия между материальными точками.

Математическая запись закона сохранения импульса для двух тел.

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}'_1 + m_2 \vec{v}'_2$$

До взаимодействия

После взаимодействия

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2$$

До взаимодействия

После

Импульс замкнутой системы не изменяется с течением времени (сохраняется):

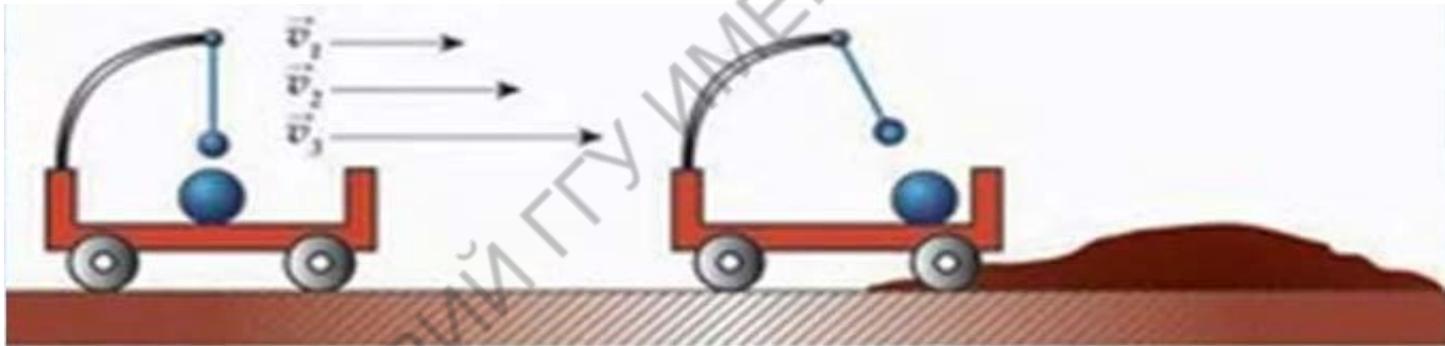
$$\vec{p} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = \text{const}.$$

ИНЕРЦИАЛЬНЫЕ И НЕИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА.

- **Инерциальные** – системы отсчета, в которых выполняется закон инерции (тело отсчета покоится или движется равномерно и прямолинейно)

- **Неинерциальные** – закон не выполняется (система движется неравномерно или криволинейно)

Системы отсчета, относительно которых тела движутся с ускорением, не вызванным действием на него других тел.



Закон движения центра масс: центр масс системы движется как материальная точка, в которой сосредоточена масса всей системы и на которую действует сила, равная геометрической сумме всех внешних сил, действующих на систему.

$$m \frac{d\vec{v}_C}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

Из закона сохранения импульса следует, что **центр масс замкнутой системы либо движется прямолинейно и равномерно, либо остаётся неподвижным.**

СИЛЫ ТЯГОТЕНИЯ (ГРАВИТАЦИОННЫЕ СИЛЫ)

В системе отсчёта, связанной с Землёй, на всякое тело массой m действует сила:

$$\vec{P} = m\vec{g},$$

называемая **силой тяжести** – сила, с которой тело притягивается Землёй. Под действием силы притяжения к Земле все тела падают с одинаковым ускорением $g = 9,81 \text{ м/с}^2$, называемым **ускорением свободного падения**.

Весом тела – называется сила, с которой тело вследствие тяготения к Земле действует на опору или натягивает нить подвеса.

Сила тяжести действует всегда, а вес проявляется лишь тогда, когда на тело кроме силы тяжести действуют другие силы. Сила тяжести равна весу тела только в том случае, когда ускорение тела относительно земли равно нулю. В противном случае $\vec{P} = m(\vec{g} - \vec{a})$, где \vec{a} – ускорение тела с опорой относительно Земли. Если тело свободно движется в поле силы тяготения, то $\vec{a} = \vec{g}$, и вес равен нулю, т.е. тело будет невесомым.

Невесомость – это состояние тела, при котором оно движется только под действием силы тяжести.

СИЛЫ УПРУГОСТИ И ТРЕНИЯ

Силы упругости возникают в результате взаимодействия тел, сопровождающегося их деформацией.

Упругая сила пропорциональна смещению частицы из положения равновесия и направлена к положению равновесия:

$$\vec{F} = -k\vec{r}$$

где \vec{r} – радиус-вектор, характеризующий смещение частицы из положения равновесия, k – упругость. Примером такой силы является *сила упругости деформации пружины* при растяжении или сжатии:

$$F = -kx,$$

где k – жёсткость пружины, x – упругая деформация.

Сила трения скольжения возникает при скольжении данного тела по поверхности другого:

$$F_{\text{тр}} = kN,$$

где k – коэффициент трения скольжения, зависящий от природы и состояния соприкасающихся поверхностей; N – сила нормального давления, прижимающая трущиеся поверхности друг к другу. Сила трения направлена по касательной к трущимся поверхностям в сторону, противоположную движению данного тела относительно другого.

РАБОТА СИЛЫ, СРЕДНЯЯ И МГНОВЕННАЯ МОЩНОСТЬ

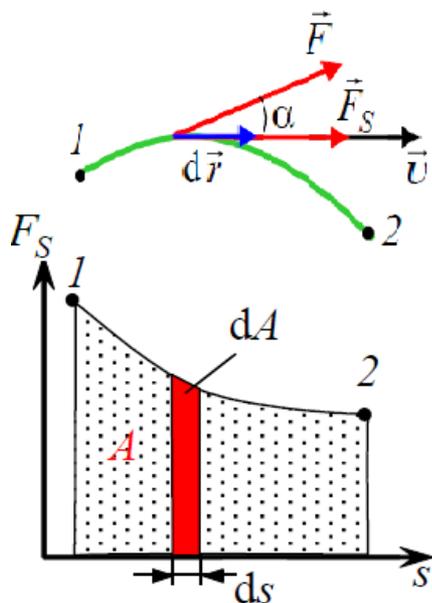
В общем случае сила может изменяться как по модулю, так и по направлению. Однако на элементарном (бесконечно малом) перемещении $d\vec{r}$ можно ввести скалярную величину –

элементарную работу dA силы \vec{F} :

$$dA = (\vec{F} \cdot d\vec{r}) = F \cos \alpha \cdot ds = F_s ds.$$

Тогда **работа силы на участке траектории** от точки 1 до точки 2 равна алгебраической сумме элементарных работ на отдельных бесконечно малых участках пути:

$$A = \int_1^2 F ds \cos \alpha = \int_1^2 F_s ds.$$



Единица работы – джоуль (Дж) – работа совершаемая силой 1 Н на пути 1 м: 1 Дж = 1 Н·м.

Средняя мощность равна работе за единицу времени:

$$N_{cp} = \frac{A}{t}$$

Мгновенная мощность – мощность в данный момент времени равна скалярному произведению вектора силы на вектор скорости, с которой движется точка приложения этой силы.

$$N = \frac{\delta A}{dt} = \frac{\vec{F} d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \vec{v}$$

Единица мощности – ватт (Вт): 1 Вт – мощность, при которой за время 1 с совершается работа 1 Дж: 1 Вт = 1 Дж/с.

КИНЕТИЧЕСКАЯ И ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ СИСТЕМЫ

Кинетическая энергия механической системы (K) – это энергия механического движения этой системы.

$$dK = dA.$$

Тело массой m , движущееся со скоростью v , обладает кинетической энергией:

$$dA = \vec{F} d\vec{r} = m \frac{d\vec{v}}{dt} d\vec{r} = m\vec{v} d\vec{v} = mv dv = dK \Rightarrow K = \int_0^v mv dv = \frac{mv^2}{2}.$$

Кинетическая энергия зависит только от массы и скорости тела. Поэтому кинетическая энергия: (1) является функцией состояния системы; (2) всегда положительна; (3) неодинакова в разных инерциальных системах отсчёта.

Потенциальная энергия (W) – это механическая энергия системы тел, определяемая их взаимным расположением и характером сил взаимодействия между ними.

Потенциальная энергия системы, подобно кинетической энергии, является функцией состояния системы. Она зависит только от конфигурации системы и её положения по отношению к внешним телам.

Примеры потенциальной энергии:

1) Потенциальная энергия тела массой m на высоте h :

$$W = mgh.$$

2) Потенциальная энергия пружины, растянутой на длину x :

$$W = \frac{kx^2}{2}.$$

Единица кинетической и потенциальной энергии – Джоуль (Дж).

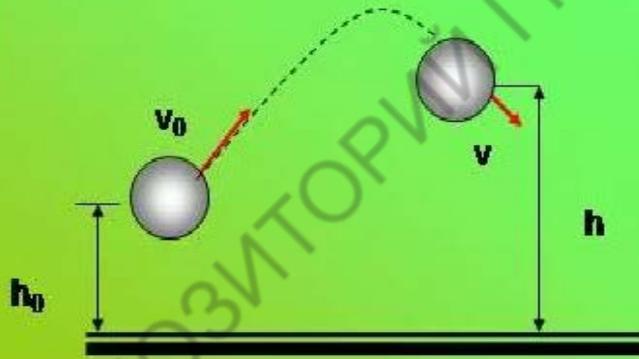
ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ

Закон сохранения энергии: полная механическая энергия сохраняется, т.е. не изменяется со временем:

$$K + W = E = \text{const.}$$

Механические системы, на тела которых действуют только консервативные силы (внутренние и внешние), называются **консервативными системами**. В консервативных системах полная механическая энергия остаётся постоянной. Могут лишь происходить превращения кинетической энергии в потенциальную и обратно в эквивалентных количествах, так что полная энергия остаётся неизменной.

Полная механическая энергия



Полная механическая энергия тела, на которое не действуют силы трения и сопротивления, в процессе его движения остаётся неизменной

$$\frac{mv_0^2}{2} + mgh_0 = \frac{mv^2}{2} + mgh$$

Абсолютно упругий удар – столкновение двух тел:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2}$$

КОЭФФИЦИЕНТ ПОЛЕЗНОГО ДЕЙСТВИЯ

$$\text{КПД} = \frac{A_{\text{п}}}{A_{\text{з}}} 100\%$$

$$\text{КПД} = < 100\%$$

ВСЕГДА!

$A_{\text{п}}$ – полезная работа (работа, для выполнения которой был создан механизм) является частью затраченной работы.

$A_{\text{з}}$ – затраченная (полная) работа, всегда больше полезной работы, т.к. равна сумме работ: полезной, работы по преодолению сил сопротивления, работы по перемещению частей механизма.