

## ДИФРАКЦИЯ СВЕТА. ПРИНЦИП ГЮЙГЕНСА-ФРЕНЕЛЯ

**Дифракцией** называется **огибание волнами препятствий**, встречающихся на их пути, или в более широком смысле – **любое отклонение распространения волн вблизи препятствий от законов геометрической оптики**.

Дифракцию объясняет принцип Гюйгенса – именно вторичные волны огибают препятствия на пути распространения первичных волн.

Френель *дополнил* принцип Гюйгенса представлением о *когерентности вторичных волн и их интерференции*.

Согласно **принципу Гюйгенса-Френеля**, световая волна, возбуждаемая каким-либо источником  $S$ , может быть представлена как результат суперпозиции (сложения) когерентных вторичных волн, излучаемых вторичными (фиктивными) источниками – бесконечно малыми элементами любой замкнутой поверхности, охватывающей источник  $S$ .

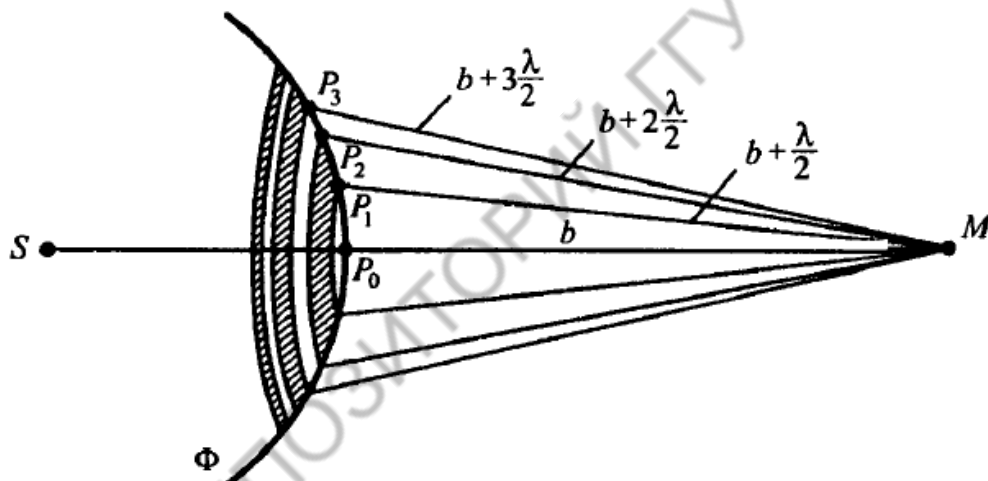
## ЗОНЫ ФРЕНЕЛЯ (1)

Рассмотрим в произвольной точке  $M$  амплитуду световой волны, распространяющейся в однородной среде из точечного источника  $S$ . Согласно принципу Гюйгенса-Френеля, заменим действие источника  $S$  действием воображаемых источников, расположенных на вспомогательной поверхности  $\Phi$ , являющейся поверхностью фронта волны, идущей из  $S$  (поверхность сферы с центром  $S$ ). Разобьём волновую поверхность  $\Phi$  на кольцевые зоны такого размера, чтобы расстояния от краёв зоны до  $M$  отличались на  $\lambda/2$ . Тогда, обозначив амплитуды колебаний от 1-й, 2-й, ...  $m$ -й зон через  $A_1, A_2, \dots, A_m$  (при этом  $A_1 > A_2 > A_3 > \dots$ ), получим амплитуду результирующего колебания:

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots$$

При таком разбиении волновой поверхности на зоны оказывается, что амплитуда колебания  $A_m$  от некоторой  $m$ -й зоны Френеля равна среднему арифметическому от амплитуд примыкающих к ней зон:

$$A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}.$$



## ЗОНЫ ФРЕНЕЛЯ (2)

Тогда результирующая амплитуда в точке  $M$  будет равна:

$$A = \frac{A_1}{2} + \left( \frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left( \frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2} = \left( \xrightarrow{m \gg 1} \right) = \frac{A_1}{2},$$

т. к. при  $m \gg 1$   $A_1 \gg A_m$ . Площади всех зон Френеля равны:  $\sigma = \frac{\pi ab \lambda}{a + b}$ ,

где  $a$  – длина отрезка  $SP_0$  – радиус сферы  $\Phi$ ,  $b$  – длина отрезка  $P_0M$ .

Радиус внешней границы  $m$ -й зоны Френеля:  $r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m \lambda}$ .

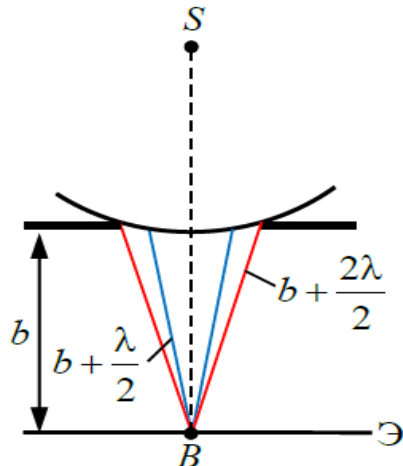
При  $a = b = 10$  см и  $\lambda = 500$  нм радиус первой зоны  $r_1 = 0,158$  мм.

Следовательно, распространение света от  $S$  к  $M$  происходит так, будто световой поток распространяется **внутри очень узкого канала** вдоль  $SM$ , т. е. прямолинейно.

Таким образом, **принцип Гюйгенса-Френеля позволяет объяснить прямолинейное распространение света в однородной среде.**

# ДИФРАКЦИЯ В СХОДЯЩИХСЯ ЛУЧАХ (ДИФРАКЦИЯ ФРЕНЕЛЯ)

**Дифракция на круглом отверстии.** Сферическая волна, распространяющаяся из точечного источника  $S$ , встречает на своём пути экран с круглым отверстием. Вид дифракционной картины зависит от числа зон Френеля, укладывающихся в отверстие. Амплитуда света в точке  $B$  экрана  $\mathcal{E}$  будет  $A = A_1/2 \pm A_m/2$ , где знак "плюс" для случая, когда отверстие открывает *нечётное* число  $m$  зон Френеля, а знак "минус" – для *чётного*  $m$ .

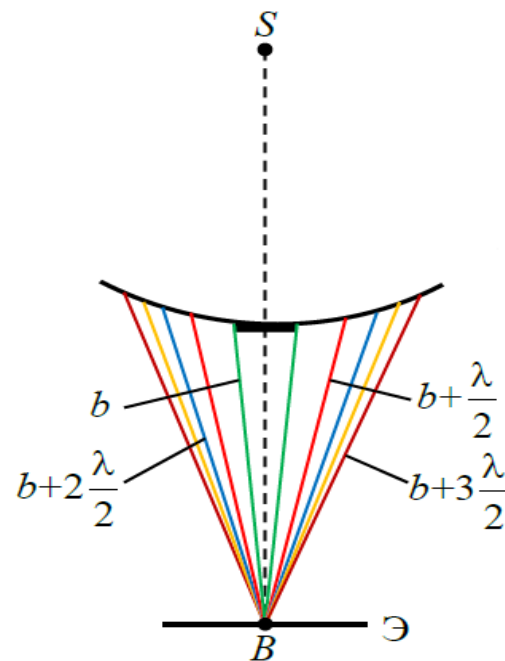


Дифракционная картина будет иметь вид чередующихся тёмных и светлых колец с центром в точке  $B$  (если  $m$  – чётное, то центральное кольцо будет тёмным, если  $m$  нечётное, то – светлым).

**Дифракция на диске.** Сферическая волна, распространяющаяся от точечного источника  $S$ , встречает на своём пути диск. Если диск закрывает первые  $m$  зон Френеля, то амплитуда колебания в точке  $B$  экрана  $\mathcal{E}$ :

$$A = A_{m+1} - A_{m+2} + A_{m+3} - \dots = \frac{A_{m+1}}{2} + \left( \frac{A_{m+1}}{2} - A_{m+2} + \frac{A_{m+3}}{2} \right) + \dots = \frac{A_{m+1}}{2}.$$

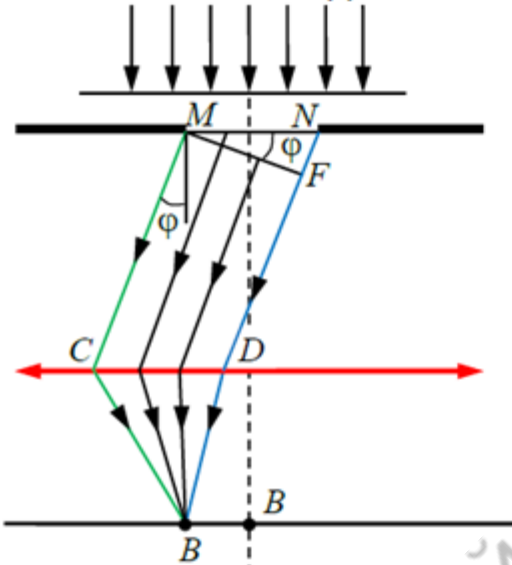
Таким образом, в точке  $B$  **всегда** наблюдается **интерференционный максимум** (светлое пятно), соответствующий половине действия *первой* открытой зоны Френеля. Центральный максимум окружён концентрическими с ним тёмными и светлыми кольцами.



# ДИФРАКЦИЯ В ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ЛУЧАХ (ДИФРАКЦИЯ ФРАУНГОФЕРА) (1)

**Дифракция Фраунгофера** наблюдается в том случае, когда источник света и точка наблюдения *бесконечно* удалены от препятствия, вызывающего дифракцию. Параллельный пучок лучей обычно создают, помещая точечный источник света в фокусе собирающей линзы. Дифракционную картину с помощью второй собирающей линзы, установленной за препятствием, фокусируют на экран.

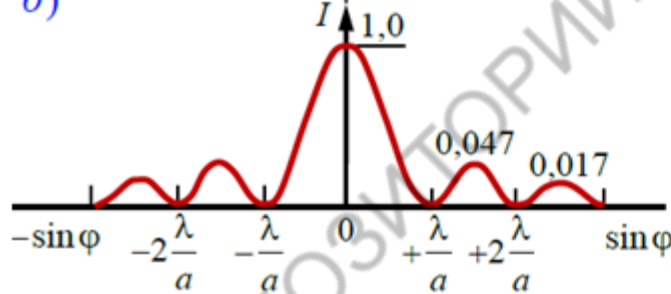
а)



Рассмотрим дифракцию Фраунгофера плоской монохроматической волны на одной бесконечно длинной щели шириной  $a = MN$ . Оптическая разность хода между крайними лучами  $MC$  и  $ND$  (см. рис. (а)):

$$\Delta = NF = a \sin \varphi.$$

б)



Разобьём открытую часть волновой поверхности  $MN$  на зоны Френеля, параллельные ребру  $M$  щели. Ширина каждой зоны выбирается так, чтобы разность хода от краёв этих зон была равна  $\lambda/2$ , поэтому на ширине щели уместится  $\Delta : \lambda/2$  зон.

## ДИФРАКЦИЯ В ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ЛУЧАХ (ДИФРАКЦИЯ ФРАУНГОФЕРА) (2)

Все точки волнового фронта в плоскости щели имеют *одинаковую* фазу и амплитуду колебаний. Поэтому суммарная интенсивность колебаний от двух любых соседних зон Френеля равна нулю. Следовательно:

1) если **число зон Френеля чётное**, то:  $a \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2} \quad (m = 1, 2, 3, \dots)$

– **условие дифракционного минимума** (полная темнота);

2) если **число зон Френеля нечётное**, то:  $a \sin \varphi = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (m = 1, 2, 3, \dots)$

– **условие дифракционного максимума**,

соответствующего действию одной некомпенсированной зоны Френеля.

В направлении  $\varphi = 0$  щель действует как одна зона Френеля и в этом направлении свет распространяется с наибольшей интенсивностью – **центральный дифракционный максимум**.

Направления, в которых амплитуда максимальна или равна нулю:

$$\sin \varphi_{\max} = \pm \frac{(2m + 1)\lambda}{2a}, \quad \sin \varphi_{\min} = \pm \frac{m\lambda}{a}.$$

Распределение интенсивности на экране, получаемое вследствие дифракции, называется **дифракционным спектром** (рисунок (б)).

Интенсивности в центральном и последующих максимумах относятся как  $1:0,047:0,017:0,0083:\dots$ , т. е. основная часть световой энергии сосредоточена в центральном максимуме.

*Положение* дифракционных максимумов *зависит* от  $\lambda$ . При освещении щели белым светом, центральный максимум наблюдается в виде белой полосы (при  $\varphi = 0$  разность хода равна нулю для всех  $\lambda$ ) – он общий для всех длин волн. *Боковые максимумы радужно окрашены фиолетовым краем к центру* дифракционной картины (поскольку  $\lambda_{\text{фиол}} < \lambda_{\text{красн}}$ ).

# ДИФРАКЦИЯ ФРАУНГОФЕРА НА ДИФРАКЦИОННОЙ РЕШЕТКЕ (1)

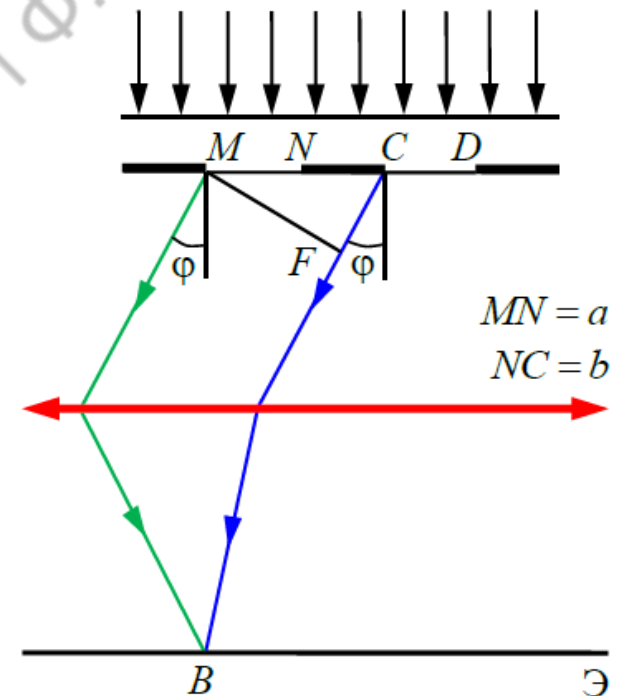
**Одномерная дифракционная решётка** – система параллельных щелей равной ширины, лежащих в одной плоскости и разделённых равными по ширине непрозрачными промежутками.

Распределение интенсивности в дифракционном спектре каждой щели определяется *направлением* дифрагированных лучей и дифракционные картины, создаваемые каждой щелью, будут *одинаковыми*.

Суммарная дифракционная картина есть результат взаимной интерференции волн, идущих от всех щелей – в дифракционной решётке осуществляется *многолучевая интерференция когерентных дифрагированных пучков света, идущих от всех щелей*.

Если  $a$  – ширина каждой щели;  $b$  – ширина непрозрачных участков между щелями, то величина  $d = a + b$  называется **постоянной (периодом) дифракционной решётки**.

$$d = \frac{1}{N_0} \quad \left| \quad \text{где } N_0 \text{ – число щелей, приходящееся на единицу длины.} \right.$$



## ДИФРАКЦИЯ ФРАУНГОФЕРА НА ДИФРАКЦИОННОЙ РЕШЕТКЕ (2)

Очевидно, что в тех направлениях, в которых ни одна из щелей не распространяет свет, он не будет распространяться и при двух щелях, т. е. **прежние (главные) минимумы** интенсивности будут наблюдаться в направлениях  $a \sin \varphi = \pm m \lambda$  ( $m = 1, 2, 3, \dots$ ). Кроме того, вследствие взаимной интерференции, в направлениях, определяемых условием  $d \sin \varphi = \pm (2m + 1) \lambda / 2$  световые лучи, посылаемые двумя соседними щелями, будут гасить друг друга – **возникнут дополнительные минимумы**. Наоборот, действие одной щели будет усиливать действие другой, если  $d \sin \varphi = \pm 2m \lambda / 2$  ( $m = 1, 2, 3, \dots$ ) – **условие главных максимумов**.

В общем случае, если дифракционная решётка состоит из  $N$  щелей, то:

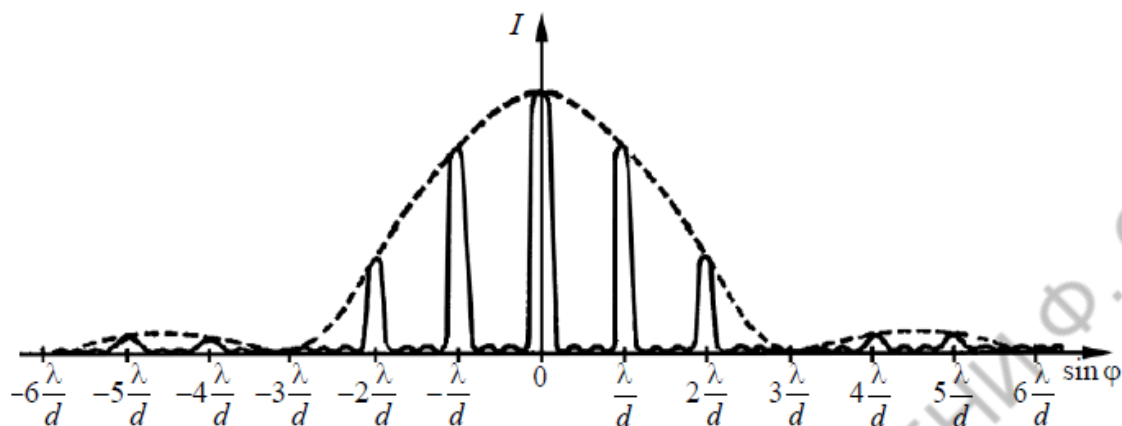
- **условие главных максимумов:**  $d \sin \varphi = \pm m \lambda$  ( $m = 1, 2, 3, \dots$ );
- **условие главных минимумов:**  $a \sin \varphi = \pm m \lambda$  ( $m = 1, 2, 3, \dots$ );
- **между двумя главными максимумами** располагается  $N - 1$  **дополнительных минимумов**, разделённых вторичными максимумами, создающими слабый фон.

**Условие дополнительных минимумов:**  $d \sin \varphi = \pm m' \lambda / N$ , (где  $m'$  может принимать все целочисленные значения, кроме  $0, N, 2N, \dots$  при которых данное условие переходит в условие главных максимумов).

**Амплитуда главного максимума** есть сумма амплитуд колебаний от каждой щели  $A_{\max} = N A_1$ . Поэтому, **интенсивность главного максимума** в  $N^2$  раз больше интенсивности  $I_1$ , создаваемой одной щелью в направлении главного максимума:  $I_{\max} = N^2 I_1$ .



## ДИФРАКЦИЯ ФРАУНГОФЕРА НА ДИФРАКЦИОННОЙ РЕШЕТКЕ (3)



Например, на рисунке представлена дифракционная картина для  $N = 4$ . Пунктирная кривая изображает интенсивность от одной щели, умноженную на  $N^2$ .

**Положение главных максимумов** зависит от длины волны  $\lambda$ , поэтому при пропускании через решётку белого света все максимумы, кроме центрального ( $m = 0$ ), разложатся в спектр,

$m =$	<b>-2</b>	<b>-1</b>	<b>0</b>	<b>+1</b>	<b>+2</b>
цвет					
	<b>к</b>	<b>фк</b>	<b>б</b>	<b>ф</b>	<b>к</b>

фиолетовая область которого будет обращена к центру дифракционной картины, красная – наружу. Поэтому дифракционная решетка может быть использована как **спектральный прибор** для разложения света в спектр и измерения длин волн.

Число главных максимумов дифракционной решётки:

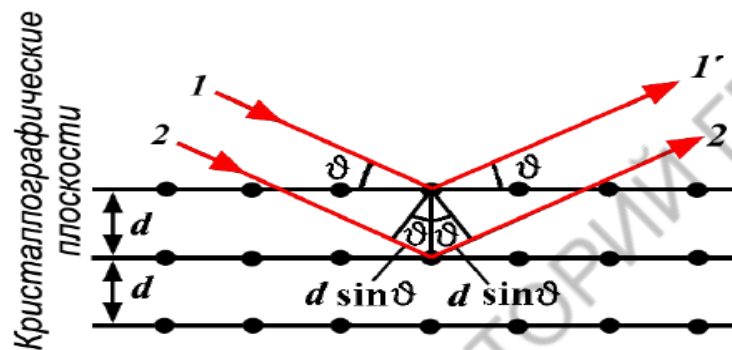
$$m \leq \frac{d}{\lambda} \quad (\text{поскольку } |\sin \varphi| \leq 1).$$

# ДИФРАКЦИЯ НА ПРОСТРАНСТВЕННОЙ РЕШЕТКЕ

Дифракция света наблюдается **на одномерных решётках** (система параллельных штрихов); **на двумерных решётках** (штрихи нанесены во взаимно перпендикулярных направлениях в одной и той же плоскости) и **на пространственных (трёхмерных) решётках** – пространственных образованиях, в которых элементы структуры подобны по форме, имеют геометрически правильное и периодически повторяющееся расположение, а также постоянные (периоды) решёток, соизмеримые с длиной волны электромагнитного излучения.

Кристаллы, являясь трёхмерными пространственными образованиями с постоянной решётки порядка  $10^{-10}$  м, могут быть использованы для наблюдения дифракции рентгеновского излучения ( $\lambda \approx 10^{-12} \div 10^{-8}$  м).

Представим кристалл в виде параллельных кристаллографических плоскостей, отстоящих друг от друга на расстоянии  $d$ . Пучок параллельных монохроматических лучей (1, 2) падает под **углом скольжения**  $\vartheta$  (угол между направлением падающих лучей и кристаллографической плоскостью) и



возбуждает атомы кристаллической решётки, которые становятся источниками когерентных вторичных волн (1' и 2'), интерферирующих между собой.

**Максимумы интенсивности** будут наблюдаться в тех направлениях, в которых все отражённые атомными плоскостями волны будут находиться в

одинаковой фазе  $2d \sin \vartheta = m\lambda$  ( $m = 1, 2, 3, \dots$ ) – **формула Вульфа–Брэггов**.

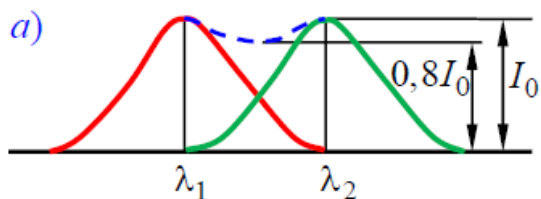
Эта формула используется в:

- 1) **рентгеноструктурном анализе** – если известна  $\lambda$  рентгеновского излучения, то, наблюдая дифракцию на кристаллической структуре неизвестного строения и измеряя  $\vartheta$  и  $m$ , можно найти  $d$ , т. е. определить структуру вещества;
- 2) **рентгеновской спектроскопии** – если известна  $d$ , то измеряя  $\vartheta$  и  $m$ , можно найти длину волны  $\lambda$  падающего рентгеновского излучения.

## РАЗРЕШАЮЩАЯ СПОСОБНОСТЬ СПЕКТРАЛЬНОГО ПРИБОРА

Если бы даже существовала идеальная оптическая система без дефектов и aberrаций, то все равно изображение любой светящейся точки, вследствие волновой природы света, будет в виде центрального светлого пятна, окружённого чередующимися тёмными и светлыми кольцами.

**Критерий Рэля** – изображения двух близлежащих одинаковых точечных источников или двух близлежащих спектральных линий с равными



интенсивностями и одинаковыми симметричными контурами разрешимы (разделены для восприятия), если **центральный максимум** дифракционной картины от одного источника (линии) **совпадает с первым минимумом** дифракционной картины от другого (рис. (a)). При этом интенсивность "провала" между максимумами составляет 80% интенсивности в максимуме. Этого достаточно для разрешения



линий  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ . Если критерий Рэля нарушен, то наблюдается одна линия (рис. (б)).

**Разрешающей способностью спектрального прибора** называют

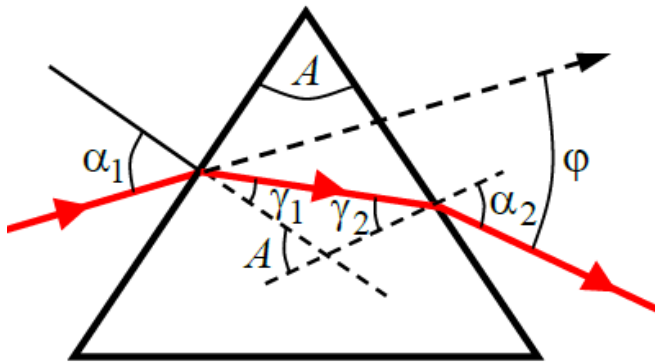
безразмерную величину  $R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}$ , где  $\delta\lambda$  – абсолютное значение минимальной

разности длин волн двух соседних спектральных линий, при которой эти линии регистрируются отдельно.

## ДИСПЕРСИЯ СВЕТА (1)

**Дисперсией света** называется зависимость показателя преломления  $n$  от частоты  $\nu$  (длины волны  $\lambda$ ) света (или зависимость фазовой скорости  $v$  световых волн от его частоты  $\nu$ ).

Следствием дисперсии является *разложение в спектр* пучка белого света при прохождении его через призму. **Дисперсия проявляется лишь при распространении немонахроматических волн.**



Рассмотрим дисперсию света в призме. Пусть монохроматический луч под углом  $\alpha_1$  падает на призму с показателем преломления  $n$  и преломляющим углом  $A$ . После двукратного преломления на левой и правой гранях призмы луч отклоняется на угол  $\varphi$ :

$$\varphi = (\alpha_1 - \gamma_1) + (\alpha_2 - \gamma_2) = \alpha_1 + \alpha_2 - A.$$

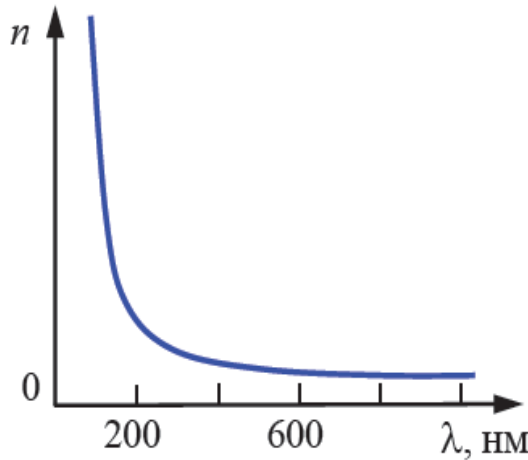
Если углы  $A$  и  $\alpha_1$  (а значит и  $\alpha_2$ ,  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$ ) малы, то  $\frac{\alpha_1}{\gamma_1} = \frac{n}{1}$  и  $\frac{\gamma_2}{\alpha_2} = \frac{1}{n}$ .

Поскольку  $\gamma_1 + \gamma_2 = A$ , то  $\alpha_2 = \gamma_2 n = n(A - \gamma_1) = n(A - \alpha_1/n) = nA - \alpha_1$ , откуда  $\alpha_1 + \alpha_2 = nA$ . Поэтому  $\varphi = A(n - 1)$  – угол отклонения лучей призмой тем больше, чем больше преломляющий угол призмы.

Величина  $D = \frac{dn}{d\lambda}$  называется **дисперсией вещества**. Для всех

прозрачных веществ показатель преломления уменьшается с увеличением

## ДИСПЕРСИЯ СВЕТА (2)



длины волны:  $\frac{dn}{d\lambda} < 0$  (см. рисунок). Такая дисперсия

называется **нормальной** (или отрицательной). Вблизи линий и полос сильного поглощения ход кривой  $n(\lambda)$  – **кривой дисперсии** – обратный:

$\frac{dn}{d\lambda} > 0$ . Такая дисперсия называется **аномальной**.

На явлении **нормальной** дисперсии основано действие **призменных спектрографов**. Угол

отклонения лучей призмой зависит от показателя преломления, который в свою очередь, зависит от длины волны. Поэтому призма разлагает белый свет в спектр, **отклоняя красные** лучи (длина волны больше) **слабее**, чем **фиолетовые** (длина волны меньше).

