

9. Точечные оценки параметров распределения

Предполагая, что выборка X из задания 8 получена из генеральной совокупности с плотностью распределения вероятностей

$$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & x \in [a, b], \\ 0, & x \notin [a, b], \end{cases}$$

методом моментов найти точечные оценки параметров a и b .

Решение

Рассматриваемое распределение имеет два неизвестных параметра, поэтому будет два уравнения. Определим начальные теоретические моменты.

$$b_1 = \int_a^b xp(x)dx = \int_a^b \frac{x}{b-a} dx = \frac{a+b}{2};$$

$$b_2 = \int_a^b x^2 p(x)dx = \int_a^b \frac{x^2}{b-a} dx = \frac{a^2 + ab + b^2}{3}.$$

По выборке определим значения выборочных моментов

$$b_1^* = \bar{x} = \frac{1}{30} \sum_{i=1}^{30} x_i \approx 0,05;$$

$$b_2^* = \overline{x^2} = \frac{1}{30} \sum_{i=1}^{30} x_i^2 \approx 1,26.$$

Составим систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{a+b}{2} = 0,05, \\ \frac{a^2 + ab + b^2}{3} = 1,26. \end{cases}$$

Решив ее относительно неизвестных параметров a и b , получим

$$a_1 = -1,89, \quad b_1 = 1,99;$$

$$a_2 = 1,99, \quad b_2 = -1,89.$$

Поскольку $a < b$,

$$\hat{a} = -1,89,$$

$$\hat{b} = 1,99.$$