Индивидуальные домашние задания

Идз-1 ДВОЙНОЙ И ТРОЙНОЙ ИНТЕГРАЛЫ

1 Изменить порядок интегрирования (сделать чертеж) в интегралах:

1.1

$$\int_{-2}^{-1} dy \int_{-\sqrt{2+y}} fdx + \int_{-1}^{0} dy \int_{-\sqrt{-y}}^{0} fdx .$$

1.2

$$\int_{0}^{1} dy \int_{-\sqrt{y}}^{0} fdx + \int_{1}^{\sqrt{2}} dy \int_{-\sqrt{2-y^2}}^{0} fdx .$$

1.3

$$\int_{0}^{1} dy \int_{0}^{y} fdx + \int_{1}^{\sqrt{2}} dy \int_{0}^{\sqrt{2-y^2}} fdx .$$

1.4

$$\int_{0}^{1} dy \int_{0}^{\sqrt{y}} fdx + \int_{1}^{2} dy \int_{0}^{\sqrt{2-y}} fdx .$$

1.5

$$\int_{-\sqrt{2}}^{-1} dx \int_{-\sqrt{2-x^2}}^{0} fdy + \int_{-1}^{0} dx \int_{x}^{0} fdy .$$

1.6

$$\int_{-2}^{-1} dy \int^{\sqrt{2+y}} fdx + \int_{-1}^{0} dy \int_{0}^{\sqrt{-y}} fdx$$

1.7

$$\int_{0}^{1/\sqrt{2}} dy \int_{0}^{\arcsin y} fdx + \int_{1/\sqrt{2}}^{1} du \int_{0}^{\arccos y} fdx$$

1.8

$$\int_{0}^{1} dy \int_{-\sqrt{y}}^{0} fdx + \int_{1}^{e} dy \int_{-1}^{-\ln y} fdx .$$

1.9

$$\int_{-\sqrt{2}}^{-1} dx \int_{0}^{\sqrt{2-x^2}} fdy + \int_{-1}^{0} dx \int_{0}^{x^2} fdy .$$

1.10

$$\int_{0}^{1} dx \int_{1-x^2}^{1} fdy + \int_{1}^{e} dx \int_{\ln x}^{1} fdy$$

1.11

$$\int_{-2}^{-\sqrt{3}} dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{0} fdy + \int_{-\sqrt{3}}^{0} dx \int_{\sqrt{4-x^2}\cdot 2}^{0} fdy .$$

1.12

$$\int_{0}^{1} dy \int_{0}^{\sqrt[3]{y}} fdx + \int_{1}^{2} dy \int_{0}^{2-y} fdx .$$

1.13

$$\int_{0}^{\pi/4} dy \int_{0}^{\sin y} fdx + \int_{\pi/4}^{\pi/2} dy \int_{0}^{\cos y} fdx .$$

1.14

$$\int_{0}^{1} dy \int_{0}^{\sqrt{y}} fdx + \int_{1}^{e} dy \int_{\ln y}^{1} fdx .$$

1.15

$$\int_{-2}^{-1} dx \int_{-(2+x)}^{0} fdy + \int_{-1}^{0} dx \int_{\sqrt[3]{x}}^{0} fdy .$$

1.16

$$\int_{0}^{1} dy \int_{0}^{y^3} fdx + \int_{1}^{2} dy \int_{0}^{2-y} fdx .$$

1.17

$$\int_{0}^{1} dy \int_{-\sqrt{y}}^{0} fdx + \int_{1}^{2} dy \int_{-\sqrt{2-y}}^{0} fdx .$$

1.18

$$\int_{0}^{1} dy \int_{0}^{y} fdx + \int_{1}^{e} dy \int_{\ln y}^{1} fdx$$

1.19

$$\int_{0}^{1} dy \int_{-y}^{0} fdx + \int_{1}^{\sqrt{2}} dy \int_{-\sqrt{2-y^2}}^{0} fdx .$$

1.20

$$\int_{0}^{1} dx \int_{0}^{x^2} fdy + \int_{1}^{\sqrt{2}} dx \int_{0}^{\sqrt{2-x^2}} fdy .$$

1.21

$$\int_{-2}^{-1} dy \int_{-(2+y)}^{0} fdx + \int_{-1}^{0} dy \int_{\sqrt[3]{y}}^{0} fdx .$$

1.22

$$\int_{0}^{1} dx \int_{0}^{x^3} fdy + \int_{1}^{2} dx \int_{0}^{2-x} fdy .$$

1.23

$$\int_{0}^{\pi/4} dx \int_{0}^{\sin x} fdy + \int_{\pi/4}^{\pi/2} dx \int_{0}^{\cos x} fdy .$$

1.24

$$\int_{0}^{1} dx \int_{-\sqrt{x}}^{0} fdy + \int_{1}^{2} dx \int_{-\sqrt{2-x}}^{0} fdy$$

1.25

$$\int_{0}^{\sqrt{3}} dx \int_{\sqrt{4-x^2}-2}^{0} fdy + \int_{\sqrt{3}}^{2} dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{0} fdy .$$

1.26

$$\int_{0}^{\sqrt{3}} dx \int_{0}^{2-\sqrt{4-x}} fdy + \int_{\sqrt{3}}^{2} dx \int_{0}^{\sqrt{4-x}} fdy .$$

1.27

$$\int_{-\sqrt{2}}^{-1} dy \int_{-\sqrt{2-y^2}}^{0} fdx + \int_{-1}^{0} dy \int_{y}^{0} fdx .$$

1.28

$$\int_{0}^{1} dx \int_{0}^{x} fdy + \int_{1}^{\sqrt{2}} dx \int_{0}^{\sqrt{2-y^2}} fdy .$$

1.29

$$\int_{0}^{1} dy \int_{0}^{\sqrt{y}} fdx + \int_{1}^{\sqrt{2}} dy \int_{0}^{\sqrt{2-y^2}} fdx .$$

1.30

$$\int_{0}^{1} dx \int_{0}^{\sqrt{x}} fdy + \int_{1}^{2} dx \int_{0}^{\sqrt{2-x}} fdy .$$

.

2 Вычислить двойной интеграл по области D, ограниченной указанными линиями:

2.1 $\iint\limits_D (12x^2y^2 + 16x^3y^3)dxdy,$

$D: x = 1, y = x^2, y = -\sqrt{x}.$

2.2. $\iint\limits_D (9x^2y^2 + 48x^3y^3)dxdy,$

$D: x = 1, y = \sqrt{x}, y = -x^2.$

2.3 $\iint\limits_D (36x^2y^2 - 96x^3y^3)dxdy,$

$D: x = 1, y = \sqrt[3]{y}, y = -x^3.$

2.4 $\iint\limits_D (18x^2y^2 + 32x^3y^3)dxdy,$

$D: x = 1, y = x^3, y = -\sqrt[3]{x}.$

2.5 $\iint\limits_D (27x^2y^2 + 48x^3y^3)dxdy,$

$D: x = 1, y = x^2, y = -\sqrt[3]{x}.$

2.6 $\iint\limits_D (18x^2y^2 + 32x^3y^3)dxdy,$

$D: x = 1, y = \sqrt[2]{x}, y = -x^2.$

2.7 $\iint\limits_D (18x^2y^2 + 32x^3y^3)dxdy,$

$D: x = 1, y = x^3, y = -\sqrt{x}.$

2.8 $\iint\limits_D (27x^2y^2 + 48x^3y^3)dxdy,$

$D: x = 1, y = \sqrt{x}, y = -x^3.$

2.9 $\iint\limits_D (4xy + 3x^2y^2)dxdy,$

$D: x = 1, y = x^2, y = -\sqrt{x}.$

2.10 $\iint\limits_D (12xy + 9x^2y^2)dxdy,$

$D: x = 1, y = \sqrt{x}, y = -x^2.$

2.11 $\iint\limits_D (8xy + 9x^2y^2)dxdy,$

$D: x = 1, y = \sqrt[3]{x}, y = -x^3.$

2.12 $\iint\limits_D (24xy + 18x^2y^2)dxdy,$

$D: x = 1, y = x^3, y = -\sqrt[3]{x}.$

2.13 $\iint\limits_D (12xy + 27x^2y^2)dxdy,$

$D: x = 1, y = x^2, y = -\sqrt[3]{x}.$

2.14 $\iint\limits_D (8xy + 18x^2y^2)dxdy,$

$D: x = 1, y = \sqrt[3]{x}, y = -x^2.$

2.15 $\iint\limits_D (\frac{4}{5}xy + \frac{9}{11}x^2y^2)dxdy,$

$D: x = 1, y = x^3, y = -\sqrt{x}.$

2.16. $\iint\limits_D (\frac{4}{5}xy + 9x^2y^2)dxdy,$

$D: x = 1, y = \sqrt{x}, y = -x^3.$

2.17 $\iint\limits_D (24xy - 48x^3y^3)dxdy,$

$D: x = 1, y = x^2, y = -\sqrt{x}.$

2.18 $\iint\limits_D (6xy + 24x^3y^3)dxdy,$

$D: x = 1, y = \sqrt{x}, y = -x^2.$

2.19 $\iint\limits_D (4xy + 16x^3y^3)dxdy,$

$D: x = 1, y = \sqrt[3]{x}, y = -x^3.$

2.20 $\iint\limits_D (4xy + 16x^3y^3)dxdy,$

$D: x = 1, y = x^3, y = -\sqrt[3]{x}.$

2.21 $\iint\limits_D (44xy + 16x^3y^3)dxdy,$

$D: x = 1, y = x^2, y = -\sqrt[3]{x}.$

2.22 $\iint\limits_D (4xy + 176x^3y^3)dxdy,$

$D: x = 1, y = \sqrt[3]{x}, y = -x^2.$

2.23 $\iint\limits_D (xy - 4x^3y^3)dxdy,$

$D: x = 1, y = x^3, y = -\sqrt{x}.$

2.24 $\iint\limits_D (4xy + 176x^3y^3)dxdy,$

$D: x = 1, y = \sqrt{x}, y = -x^3.$

2.25 $\iint\limits_D (6x^2y^2 + \frac{25}{3}x^4y^4)dxdy,$

$D: x = 1, y = x^3, y = -\sqrt{x}.$

2.26 $\iint\limits_D (9x^2y^2 + 25x^3y^4)dxdy,$

$D: x = 1, y = \sqrt{x}, y = -x^2.$

2.27 $\iint\limits_D (3x^2y^2 + \frac{50}{3}x^4y^4)dxdy,$

$D: x = 1, y = \sqrt[3]{x}, y = -x^3.$

2.28 $\iint\limits_D (9x^2y^2 + 25x^4y^4)dxdy,$

$D: x = 1, y = x^3, y = -\sqrt[3]{x}.$

2.29 $\iint\limits_D (54x^2y^2 + 150x^4y^4)dxdy,$

$D: x = 1, y = x^2, y = -\sqrt[3]{x}.$

2.30 $\iint\limits_D (xy - 9x^5y^5)dxdy,$

$D: x = 1, y = \sqrt[3]{x}, y = -x^2.$

2.31 $\iint\limits_D (54x^2y^2 + 150x^4y^4)dxdy,$

$D: x = 1, y = x^3, y = -\sqrt{x}.$

3 Вычислить двойной интеграл по области D, ограниченной указанными линиями:

3.1 $\iint\limits_D ye^{xy/2}dxdy,$

$D: y = \ln 2, y = \ln 3, x = 2, x = 4.$

3.2 $\iint\limits_D y^2 \sin\frac{xy}{2} dxdy,$

$D: x = 0, y = \sqrt{\pi}, y = \frac{x}{2}.$

3.3 $\iint\limits_D y\cos xydxdy,$

$D: y = \pi/2, y = \pi, x = 1, x = 2.$

3.4 $\iint\limits_D y^2e^{-xy/4}dxdy$

$D: x = 0, y = 2, y = x$

3.5 $\iint_D y\sin xy\,dxdy,$

$D: y=\pi/2, y=\pi, x=1, x=2.$

3.6 $\iint_D y^2\cos\frac{xy}{2}\,dxdy,$

$D: x=0, y=\sqrt{\pi/2}, x=x/2.$

3.7 $\iint_D 4ye^{2xy}\,dxdy,$

$D: y=\ln 3, y=\ln 4, x=\frac{1}{2}, x=1.$

3.8 $\iint_D 4y^2\sin xy\,dxdy,$

$D: x=0, y=\sqrt{\frac{\pi}{2}}, y=x.$

3.9 $\iint_D y\cos 2xy\,dxdy,$

$D: y=\frac{\pi}{2}, y=\pi, x=\frac{1}{2}, x=1.$

3.10 $\iint_D y^2e^{-xy/8}\,dxdy,$

$D: x=0, y=2, y=\frac{x}{2}.$

3.11 $\iint_D 12y\sin 2xy\,dxdy,$

$D: y=\frac{\pi}{4}, y=\frac{\pi}{2}, x=2, x=3.$

3.12 $\iint_D y^2\cos xy\,dxdy,$

$D: x=0, y=\sqrt{\pi}, y=x.$

3.13 $\iint_D ye^{xy/4}\,dxdy,$

$D: y=\ln 2, y=\ln 3, x=4, x=8.$

3.14 $\iint_D 4y^2\sin 2xy\,dxdy,$

$D: x=0, y=\sqrt{2\pi}, y=2x.$

3.15 $\iint_D 2y\cos 2xy\,dxdy,$

$D: y=\frac{\pi}{4}, y=\frac{\pi}{2}, x=1, x=2.$

3.16 $\iint_D y^2e^{-xy/2}\,dxdy,$

$D: x=0, y=\sqrt{2}, y=x.$

3.17 $\iint_D y\sin xy\,dxdy,$

$D: y=\pi, y=2\pi, x=\frac{1}{2}, x=1.$

3.18 $\iint_D y^2\cos 2xy\,dxdy,$

$D: x=0, y=\sqrt{\frac{\pi}{2}}, y=\frac{x}{2}.$

3.19 $\iint_D 8ye^{4xy}\,dxdy,$

$D: y=\ln 3, y=\ln 4, x=\frac{1}{4}, x=\frac{1}{2}.$

3.20 $\iint_D 3y^2e^{-xy/2}\,dxdy,$

$D: x=0, y=1, y=\frac{x}{2}.$

3.21 $\iint\limits_D y\cos xy\,dxdy,$

$D: y=\pi, y=3\pi, x=1/2, x=1.$

3.22 $\iint\limits_D y^2 e^{-xy/2}dxdy,$

$D: x=0, y=1, y=\dfrac{x}{2}.$

3.23 $\iint\limits_D y\sin 2xy\,dxdy,$

$D: y=\pi/2, y=3\pi/2, x=1/2, x=2.$

3.24 $\iint\limits_D y^2\cos xy\,dxdy,$

$D: x=0, y=\sqrt{\pi}, y=2x.$

3.25 $\iint\limits_D 6ye^{xy/3}dxdy,$

$D: y=\ln 2, y=\ln 3, x=3, x=6.$

3.26 $\iint\limits_D y^2\sin\dfrac{xy}{2}dxdy,$

$D: x=0, y=\sqrt{\pi}, y=x.$

3.27 $\iint\limits_D y\cos 2xy\,dxdy,$

$D: y=\pi/2, y=3\pi/2, x=1/2, x=2.$

3.28 $\iint\limits_D y^2 e^{-xy/8}dxdy,$

$D: y=\pi/2, y=3\pi, x=1, x=3.$

3.29 $\iint\limits_D 3y\sin xy\,dxdy,$

$D: y=\pi/2, y=3\pi, x=1, x=3.$

3.30 $\iint\limits_D y^2\cos\dfrac{xy}{2}dxdy,$

$D: x=0, y=\sqrt{2\pi}, y=2x.$

3.31 $\iint\limits_D 12ye^{6xy}dxdy,$

$D: y=\ln 3, y=\ln 4, x=1/6, x=1/3.$

4. Вычислить тройной интеграл по области Q, ограниченной указанными линиями:

4.1 $\iiint\limits_Q 2y^2e^{xy}dxdy$, $Q:\begin{cases} x=0, y=1, y=x, \\ z=0, z=1. \end{cases}$

4.2 $\iiint\limits_Q x^2 z\sin(xyz)dxdydz,$

$Q:\begin{cases} x=2, y=\pi, z=1, \\ x=0, y=0, z=0. \end{cases}$

4.3 $\iiint\limits_Q y^2\,\mathrm{ch}(2xy)dxdydz,$

$Q:\begin{cases} x=0, y=-2, y=4x, \\ z=0, z=2. \end{cases}$

4.4 $\iiint\limits_Q 8y^2ze^{2xyz}dxdydz,$

$Q:\begin{cases} x=-1, y=2, z=1, \\ x=0, y=0, z=0. \end{cases}$

4.5 $\iiint\limits_Q x^2\,\mathrm{sh}(3xy)dxdydz,$

$Q:\begin{cases} x=1, y=2x, y=0, \\ z=0, z=36. \end{cases}$

4.6. $$\iiint\limits_Q y^2 z\cos xyz\,dxdydz,\quad Q:\begin{cases} x=1, y=\pi, z=2,\\ x=0, y=0, z=0.\end{cases}$$

4.7. $$\iiint\limits_Q y^2\cos(\frac{\pi}{4}xy)dxdydz,\quad Q:\begin{cases} x=0, y=-1, y=x/2,\\ z=0, z=-\pi^2.\end{cases}$$

4.8. $$\iiint\limits_Q x^2 z\sin\frac{xyz}{4}dxdydz,\quad Q:\begin{cases} x=1, y=2\pi, z=4,\\ x=0, y=0, z=0.\end{cases}$$

4.9. $$\iiint\limits_Q y^2 e^{-xy}dxdydz,\quad Q:\begin{cases} x=0, y=-2, y=4x,\\ z=0, z=1.\end{cases}$$

4.10. $$\iiint\limits_Q 2y^2 ze^{xyz}dxdydz,\quad Q:\begin{cases} x=1, y=1, z=1,\\ x=0, y=0, z=0.\end{cases}$$

4.11. $$\iiint\limits_Q y^2\,\mathrm{ch}(2xy)dxdydz,\quad Q:\begin{cases} x=0, y=1, y=x,\\ z=0, z=8.\end{cases}$$

4.12. $$\iiint\limits_Q x^2 z\,\mathrm{ch}(xyz)dxdydz,\quad Q:\begin{cases} x=2, y=1, z=1,\\ x=0, y=0, z=0.\end{cases}$$

4.13. $$\iiint\limits_Q y^2 e^{xy/2}dxdydz,\quad Q:\begin{cases} x=0, y=2, y=2x,\\ z=0, z=-1.\end{cases}$$

4.14. $$\iiint\limits_Q y^2 z\cos\frac{xyz}{3}dxdydz,\quad Q:\begin{cases} x=3, y=1, z=2\pi,\\ x=0, y=0, z=0.\end{cases}$$

4.15. $$\iiint\limits_Q y^2\cos(\frac{\pi xy}{2})dxdydz,\quad Q:\begin{cases} x=0, y=-1, y=x,\\ z=0, z=2\pi^2.\end{cases}$$

4.16. $$\iiint\limits_Q 2x^3 zsh(xyz)dxdydz,\quad Q:\begin{cases} x=1, y=-1, z=1,\\ x=0, y=0, y=0.\end{cases}$$

4.17. $$\iiint\limits_Q y^2\cos(\pi xy)dxdydz,\quad Q:\begin{cases} x=0, y=1, y=0,\\ z=0, z=8.\end{cases}$$

4.18. $$\iiint\limits_Q 2x^2 zch(2xyz)dxdydz,\quad Q:\begin{cases} x=2, y=1/2, z=1/2,\\ x=0, y=0, z=0.\end{cases}$$

4.19. $$\iiint\limits_Q x^2 sh(2xy)dxdydz,\quad Q:\begin{cases} x=-1, y=x, y=0,\\ z=0, z=8.\end{cases}$$

4.20. $\iiint\limits_Q x^2 z \sin\frac{xyz}{2} dxdydz,$

$Q:\begin{cases} x=1, y=4, z=\pi, \\ x=0, y=0, z=0. \end{cases}$

4.21. $\iiint\limits_Q y^2 \operatorname{ch}(xy) dxdydz,$

$Q:\begin{cases} x=0, y=-1, y=x, \\ z=0, z=2. \end{cases}$

4.22. $\iiint\limits_Q y^2 z \operatorname{ch}(xyz) dxdydz,$

$Q:\begin{cases} x=1, y=1, z=1, \\ x=0, y=0, z=0. \end{cases}$

4.23. $\iiint\limits_Q x^2 \sin(\frac{\pi}{2} xy) dxdydz,$

$Q:\begin{cases} x=3, y=x, y=0, \\ z=0, z=\pi. \end{cases}$

4.24. $\iiint\limits_Q y^2 z \cos\frac{xyz}{2} dxdydz,$

$Q:\begin{cases} x=9, y=1, z=2\pi, \\ x=0, y=0, z=0. \end{cases}$

4.25. $\iiint\limits_Q x^2 \sin(\pi xy) dxdydz,$

$Q:\begin{cases} x=1, y=2x, y=0, \\ z=0, z=4\pi. \end{cases}$

4.26. $\iiint\limits_Q y^2 z ch(\frac{xyz}{2}) dxdydz,$

$Q:\begin{cases} x=2, y=-1, z=2, \\ x=0, y=0, z=0. \end{cases}$

4.27. $\iiint\limits_Q y^2 \operatorname{ch}(3xy) dxdydz,$

$Q:\begin{cases} x=0, y=2, y=6x, \\ z=0, z=-3. \end{cases}$

4.28. $\iiint\limits_Q 2y^2 z \operatorname{ch}(2xyz) dxdydz,$

$Q:\begin{cases} x=\frac{1}{2}, y=2, z=-1, \\ x=0, y=0, z=0. \end{cases}$

4.29. $\iiint\limits_Q x^2 \sin(4\pi xy) dxdydz,$

$Q:\begin{cases} x=1, y=x/2, y=0, \\ z=0, z=8\pi. \end{cases}$

4.30. $\iiint\limits_Q 8y^2 z e^{-xyz} dxdydz,$

$Q:\begin{cases} x=2, y=-1, z=2, \\ x=0, y=0, z=0. \end{cases}$

4.31. $\iiint\limits_Q x^2 \operatorname{sh}(xy) dxdydz,$

$Q:\begin{cases} x=2, y=x/2, \\ y=0, z=0, z=1. \end{cases}$

5 Вычислить тройной интеграл по области Q, ограниченной указанными линиями.

5.1. $\iiint\limits_Q x dxdydz,$

$Q:\begin{cases} z=xy, z=0, \\ y=10x, y=0, x=1. \end{cases}$

5.2. $\iiint\limits_Q \frac{dxdydz}{(1+\frac{x}{3}+\frac{y}{4}+\frac{z}{8})}$,

$Q:\begin{cases}\frac{x}{3}+\frac{y}{4}+\frac{z}{8}=1,\\ x=0, y=0, z=0.\end{cases}$

5.3. $\iiint\limits_Q 15(y^2+z^2)dxdydz$,

$Q:\begin{cases}z=x+y, x+y=1,\\ x=0, y=0, z=0.\end{cases}$

5.4. $\iiint\limits_Q (3x+4y)dxdydz$,

$Q:\begin{cases}y=x, y=0, x=1,\\ z=5(x^2+y^2), z=0.\end{cases}$

5.5. $\iiint\limits_Q (1+2x^3)dxdydz$,

$Q:\begin{cases}y=9x, y=0, x=1,\\ z=\sqrt{xy}, z=0.\end{cases}$

5.6. $\iiint\limits_Q (27+54y^3)dxdydz$,

$Q:\begin{cases}y=x, y=0, x=1,\\ z=\sqrt{xy}, z=0.\end{cases}$

5.7. $\iiint\limits_Q ydxdydz$,

$Q:\begin{cases}y=1, y=0, x=1,\\ z=xy, z=0.\end{cases}$

5.8. $\iiint\limits_Q \frac{dxdydz}{(1+\frac{x}{16}+\frac{y}{8}+\frac{z}{3})^5}$,

$Q:\begin{cases}\frac{x}{16}+\frac{y}{8}+\frac{z}{3}=1,\\ x=0, y=0, z=0.\end{cases}$

5.9. $\iiint\limits_Q (3x^2+y^2)dxdydz$,

$Q:\begin{cases}z=10x, y+x=1,\\ x=0, y=0, z=0.\end{cases}$

5.10. $\iiint\limits_Q (15x+30z)dxdydz$,

$Q:\begin{cases}z=x^2+3y^2, z=0,\\ y=x, y=0, x=1.\end{cases}$

5.11. $\iiint\limits_Q (4+8z^3)dxdydz$,

$Q:\begin{cases}y=x, y=0, x=1,\\ z=\sqrt{xy}, z=0.\end{cases}$

5.12. $\iiint\limits_Q (1+2x^3)dxdydz$,

$Q:\begin{cases}y=36x, y=0, x=1,\\ z=\sqrt{xy}, z=0.\end{cases}$

5.13. $\iiint\limits_Q 21xzdxdydz$,

$Q:\begin{cases}y=x, y=0, x=2,\\ z=xy, z=0.\end{cases}$

5.14 $\iiint\limits_Q \frac{dxdydz}{\left(1+\frac{x}{10}+\frac{y}{8}+\frac{z}{3}\right)^6}$,

$Q:\begin{cases} x/10+y/8+z/3=1, \\ x=0, y=0. \end{cases}$

5.15. $\iiint\limits_Q (x^2+3y^2)dxdydz$,

$Q:\begin{cases} z=10x, x+y=1, \\ x=0, y=0, z=0. \end{cases}$

5.16. $\iiint\limits_Q (60y+90z)dxdydz$,

$Q:\begin{cases} y=x, y=0, x=1, \\ z=x^2+y^2, z=0. \end{cases}$

5.17. $\iiint\limits_Q (\frac{10}{3}x+\frac{5}{3})dxdydz$,

$Q:\begin{cases} y=9x, y=0, x=1, \\ z=\sqrt{xy}, z=0. \end{cases}$

5.18. $\iiint\limits_Q (9+18z)dxdydz$,

$Q:\begin{cases} y=4x, y=0, x=1, \\ z=\sqrt{xy}, z=0. \end{cases}$

5.19. $\iiint\limits_Q 3y^2 dxdydz$,

$Q:\begin{cases} y=2x, y=0, x=2, \\ z=xy, z=0. \end{cases}$

5.20. $\iiint\limits_Q \frac{dxdydz}{(1+\frac{x}{2}+\frac{y}{4}+\frac{z}{6})^4}$,

$Q:\begin{cases} x/2+y/4+z/6=1, \\ x=0, y=0, z=0. \end{cases}$

5.21. $\iiint\limits_Q x^2 dxdydz$,

$Q:\begin{cases} z=10(x+3y), x+y=1, \\ x=0, y=0, z=0. \end{cases}$

5.22. $\iiint\limits_Q (8y+12z)dxdydz$,

$Q:\begin{cases} y=x, y=0, x=1, \\ z=3x^2+2y^2, z=0. \end{cases}$

5.23. $\iiint\limits_Q 63(1+2\sqrt{y})dxdydz$,

$Q:\begin{cases} y=x, y=0, x=1, \\ z=\sqrt{xy}, z=0. \end{cases}$

5.24. $\iiint\limits_Q (x+y)dxdydz$,

$Q:\begin{cases} y=x, y=0, x=1, \\ z=30x^2+60y^2, z=0. \end{cases}$

5.25. $\iiint\limits_Q \frac{dxdydz}{(1+\frac{x}{6}+\frac{y}{4}+\frac{z}{16})^5}$,

$Q:\begin{cases} x/6+y/4+z/16=1, \\ x=0, y=0, z=0. \end{cases}$

5.26. $\iiint\limits_Q xyzdxdydz,$ $Q:\begin{cases} y = x, y = 0, x = 2, \\ z = xy, z = 0. \end{cases}$

5.27. $\iiint\limits_Q y^2dxdydz,$ $Q:\begin{cases} z = 10(3x + y), x + y = 1, \\ x = 0, y = 0, z = 0. \end{cases}$

5.28. $\iiint\limits_Q (5x + \frac{3z}{2})dxdydz,$ $Q:\begin{cases} y = x, y = 0, x = 1, \\ z = x^2 + 15y^2, z = 0. \end{cases}$

5.29. $\iiint\limits_Q (x^2 + 4y^2)dxdydz,$ $Q:\begin{cases} z = 20(2x + y), x + y = 1, \\ x = 0, y = 0, z = 0. \end{cases}$

5.30. $\iiint\limits_Q \frac{dxdydz}{(1+\frac{x}{8}+\frac{y}{3}+\frac{z}{5})^6},$ $Q:\begin{cases} x/8 + y/3 + z/5 = 1, \\ x = 0, y = 0, z = 0. \end{cases}$

5.31. $\iiint\limits_Q x^2zdxdydz,$ $Q:\begin{cases} y = 3x, y = 0, x = 2, \\ z = xy, z = 0. \end{cases}$

Идз –2 ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ И ФИЗИЧЕСКИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ ДВОЙНЫХ И ТРОЙНЫХ ИНТЕГРАЛОВ

1 Найти площади фигуры, ограниченной данными линиями:

1.1 $y = 3/x, y = 4e^x, y = 3, y = 4$.

1.2 $x = \sqrt{36 - y^2}, x = 6 - \sqrt{36 - y^2}$.

1.3 $x^2 + y^2 = 72, 6y = -x^2 (y \le 0)$.

1.4 $x = 8 - y^2, x = -2y$.

1.5 $y = \frac{3}{x}, y = 8e^x, y = 3, y = 8$.

1.6 $y = \frac{\sqrt{x}}{2},\ y = \frac{1}{2x},\ x = 16$.

1.7 $x = 5 - y^2, x = -4y$.

1.8 $x^2 + y^2 = 12, -\sqrt{6y} = x^2 (y \le 0)$.

1.9 $y = \sqrt{12 - x^2}, y = 2\sqrt{3} - \sqrt{12 - x^2}, x = 0 (x \ge 0)$.

1.10 $y = \frac{3}{2}\sqrt{x}, y = \frac{3}{2x}, x = 9$.

1.11 $y = \sqrt{24 - x^2}, 2\sqrt{3y} = x^2, x = 0 (x \ge 0)$.

1.12 $y = \sin x, y = \cos x, x = 0 (x \ge 0)$.

1.13 $y = 20 - x^2, y = -8x$.

1.14 $y = \sqrt{18 - x^2}, y = 3\sqrt{2} - \sqrt{18 - x^2}$.

1.15 $y = 32 - x^2, y = -4x$.

1.16 $y = 2/x, y = 5e^x, y = 2, y = 5$.

1.17 $x^2 + y^2 = 36, 3\sqrt{2y} = x^2 (y \ge 0)$.

1.18. $y = 3\sqrt{x}, y = 3/x, x = 4$.

1.19 $y = 6 - \sqrt{36 - x^2}, y = \sqrt{36 - x^2}, x = 0 (x \ge 0)$.

1.20 $y = 25/-x^2, y = x - 5/2$.

1.21 $y=\sqrt{x}, y=1/x, x=16$.

1.22 $y=2/x, y=7e^{x}, y=2, y=7$.

1.23 $x=27-y^{2}, x=-6y$.

1.24 $\sqrt{72-y^{2}}, 6x=y^{2}, y=0 (y\geq 0)$.

1.25 $y=\sqrt{6-x^{2}}, y=\sqrt{6}-\sqrt{6-x^{2}}$.

1.26 $y=\frac{3}{2}\sqrt{x}, y=\frac{3}{2x}, x=4$.

1.27 $y=\sin x, y=\cos x, x=0 (x\leq 0)$.

1.28 $y=\frac{1}{x}, y=6e^{x}, y=1, y=6$.

1.29 $y=3\sqrt{x}, y=3/x, x=9$.

1.30 $y=11-x^{2}, y=-10x$.

1.31 $x^{2}+y^{2}=12, x\sqrt{6}=y^{2} (x\geq 0)$.

2 Найти площади фигур, ограниченной данными линиями:

2.1. $y^{2}-2y+x^{2}=0,\ y^{2}-4y+x^{2}=0$, $y=x/\sqrt{3}$, $y=\sqrt{3x}$.

2.2. $x^{2}-4x+y^{2}=0,$
$x^{2}-8x+y^{2}=0,$
$y=0, y=x/\sqrt{3}.$

2.3. $y^{2}-6y+x^{2}=0,$
$y^{2}-8y+x^{2}=0,$
$y=x/\sqrt{3}, y=\sqrt{3x}.$

2.4. $x^{2}-2x+y^{2}=0,$
$x^{2}-8x+y^{2}=0,$
$y=0, y=x.$

2.5. $y^{2}-8y+x^{2}=0,$
$y^{2}-10y+x^{2}=0,$
$y=\frac{x}{\sqrt{3}}, y=\sqrt{3x}.$

2.6. $x^{2}-4x+y^{2}=0,$
$x^{2}-8x+y^{2}=0,$
$y=0, y=x.$

2.7. $y^{2}-4y+x^{2}=0,$
$y^{2}-6y+x^{2}=0,$
$y=x, x=0.$

2.8. $x^{2}-2x+y^{2}=0,$
$x^{2}-10x+y^{2}=0,$
$y=0, y=\sqrt{3x}.$

2.9. $y^{2}-6y+x^{2}=0,$
$y^{2}-10y+x^{2}=0,$
$y=x, x=0.$

2.10. $x^{2}-2x+y^{2}=0,$
$x^{2}-4x+y^{2}=0,$
$y=x/\sqrt{3}, y=\sqrt{3x}.$

2.11. $y^{2}-2y+x^{2}=0,$
$y^{2}-4y+x^{2}=0,$
$y=\sqrt{3x}, x=0.$

2.12. $x^{2}-2x+y^{2}=0,$
$x^{2}-6x+y^{2}=0,$
$y=x/\sqrt{3}, y=\sqrt{3x}.$

$y^2-4y+x^2=0,$

2.13. $y^2-6y+x^2=0,$

$y=\sqrt{3x}, x=0.$

$x^2-2x+y^2=0,$

2.14. $x^2-8x+y^2=0,$

$y=x/\sqrt{3}, y=\sqrt{3x}.$

$y^2-2y+x^2=0,$

2.15. $y^2-6y+x^2=0,$

$y=x/\sqrt{3}, x=0.$

$x^2-2x+y^2=0,$

2.16. $x^2-4x+y^2=0,$

$y=0, y=x/\sqrt{3}.$

$y^2-2y+x^2=0,$

2.17. $y^2-10y+x^2=0,$

$y=x/\sqrt{3}, y=\sqrt{3x}.$

$x^2-2x+y^2=0,$

2.18. $x^2-6x+y^2=0,$

$y=0, y=x/\sqrt{3}.$

$y^2-2y+x^2=0,$

2.19. $y^2-10y+x^2=0,$

$y=x/\sqrt{3}, y=\sqrt{3x}.$

$x^2-2x+y^2=0,$

2.20. $x^2-6x+y^2=0,$

$y=0, y=x.$

$y^2-2y+x^2=0,$

2.21. $y^2-4y+x^2=0,$

$y=x, x=0.$

$x^2-2x+y^2=0,$

2.22. $x^2-4x+y^2=0,$

$y=0, y=\sqrt{3x}.$

$y^2-6y+x^2=0,$

2.23. $y^2-8y+x^2=0,$

$y=x, x=0.$

$x^2-4x+y^2=0,$

2.24. $x^2-8x+y^2=0,$

$y=0, y=\sqrt{3x}.$

$y^2-4y+x^2=0,$

2.25. $y^2-8y+x^2=0,$

$y=x, x=0.$

$x^2-4x+y^2=0,$

2.26. $x^2-8x+y^2=0,$

$y=x/\sqrt{3}, y=\sqrt{3x}.$

$y^2-4y+x^2=0,$

2.27 $y^2-8y+x^2=0,$

$y=\sqrt{3x}, x=0.$

$x^2-4x+y^2=0,$

2.28. $x^2-6x+y^2=0,$

$y=x/\sqrt{3}, y=\sqrt{3x}.$

$y^2-2y+x^2=0,$

2.29. $y^2-10y+x^2=0,$

$y=x/\sqrt{3}, x=0.$

$x^2-6x+y^2=0,$

2.30. $x^2-10x+y^2=0,$

$y=x/\sqrt{3}, y=\sqrt{3x}.$

$y^2-4y+x^2=0,$

2.31. $y^2-8y+x^2=0,$

$y=x/\sqrt{3}, x=0.$

3. Пластинка D задана ограничивающими ее кривыми, ρ – поверхностная плотность. Найти массу пластинки.

3.1. $D: \begin{matrix} x=1, y=0, y^2=4x(y\ge 0), \\ \rho=7x^2+y. \end{matrix}$

3.2. $D: \begin{matrix} x^2+y^2=1, x^2+y^2=4, \\ x=0, y=0, (x\ge 0, y\ge 0), \\ \rho=(x+y)/(x^2+y^2) \end{matrix}$

3.3. $D: \begin{matrix} x=1, y=0, y^2=4x(y\ge 0), \\ \rho=7x^2/2+5y. \end{matrix}$

3.4. $D: \begin{cases} x^2+y^2=9, x^2+y^2=16, \\ x=0, y=0(x\ge 0, y\ge 0), \\ \rho=(2x+5y)/(x^2+y^2). \end{cases}$

3.5. $D: \begin{matrix} x=2, y=0, y^2=2x(y\ge 0), \\ \rho=7x^2/8+2y. \end{matrix}$

3.6. $D: \begin{matrix} x^2+y^2=1, x^2+y^2=16, \\ x=0, y=0, (x\ge 0, y\ge 0), \\ \rho=(x+y)/(x^2+y^2). \end{matrix}$

3.7. $D: \begin{matrix} x=2, y=0, y^2=x/2(y\ge 0), \\ \rho=7x^2/2+6y. \end{matrix}$

3.8. $D: \begin{matrix} x^2+y^2=4, x^2+y^2=25, \\ x=0, y=0, (x\ge 0, y\le 0), \\ \rho=(2x-3y)/(x^2+y^2). \end{matrix}$

3.9. $D: \begin{matrix} x=1, y=0, y^2=4x(y\ge 0), \\ \rho=x+3y. \end{matrix}$

3.10. $D: \begin{matrix} x^2+y^2=1, x^2+y^2=9, \\ x=0, y=0(x\ge 0, y\le 0), \\ \rho=(x-y)/(x^2+y^2). \end{matrix}$

3.11. $D: \begin{matrix} x=1, y=0, y^2=x(y\ge 0), \\ \rho=3x+6y^2. \end{matrix}$

3.12. $D: \begin{matrix} x^2+y^2=9, x^2+y^2=25, \\ x=0, y=0(x\le 0, y\ge 0), \\ \rho=(2y-x)/(x^2+y^2). \end{matrix}$

3.13. $D: \begin{matrix} x=2, y=0, y^2=x/2(y\ge 0), \\ \rho=2x+3y^2. \end{matrix}$

3.14. $D: \begin{matrix} x^2+y^2=4, x^2+y^2=16, \\ x=0, y=0(x\le 0, y\ge 0), \\ \rho=(2y-3x)/(x^2+y^2). \end{matrix}$

3.15. $D: \begin{matrix} x=\frac{1}{2}, y=0, y^2=8x(y\ge 0), \\ \rho=7x+3y^2. \end{matrix}$

3.16. $D:$ $x^2+y^2=9, x^2+y^2=16,$
$x=0, y=0 (x\le 0, y\ge 0),$
$\rho=(2y-5x)/(x^2+y^2).$

3.17. $D:$ $x=1, y=0, y^2=4x$
$\rho=7x^2+2y$

3.18. $D:$ $x^2+y^2=1, x^2+y^2=16,$
$x=0, y=0 (x\le 0, y\ge 0),$
$\rho=(x+3y)/(x^2+y^2).$

3.19. $D:$ $x=2, y^2=2x, y=0 (y\ge 0),$
$\rho=7x^2/4+y/2.$

3.20. $D:$ $x^2+y^2=1, x^2+y^2=4,$
$x=0, y=0 (x\ge 0, y\ge 0),$
$\rho=(x+2y)/(x^2+y^2).$

3.21. $D:$ $x=2, y=0, y^2=2x (y\ge 0),$
$\rho=7x^2/4+y.$

3.22. $D:$ $x^2+y^2=1, x^2+y^2=9,$
$x=0, y=0 (x\ge 0, y\le 0),$
$\rho=(2x-y)/(x^2+y^2).$

3.23. $D:$ $x=2, y=0, y^2=x/2 (y\ge 0),$
$\rho=7x^2/2+8y.$

3.24. $D:$ $x^2+y^2=1, x^2+y^2=25,$
$x=0, y=0 (x\ge 0, y\le 0),$
$\rho=(x-4y)/(x^2+y^2).$

3.25. $D:$ $x=1, y=0, y^2=4x (y\ge 0),$
$\rho=6x+3y^2.$

3.26. $D:$ $x^2+y^2=4, x^2+y^2=16,$
$x=0, y=0 (x\ge 0, y\le 0),$
$\rho=(3x-y)/(x^2+y^2).$

3.27. $D:$ $x=2, y=0, y^2=x/2,$
$\rho=4x+6y^2.$

3.28. $D:$ $x^2+y^2=4, x^2+y^2=9,$
$x=0, y=0 (x\le 0, y\ge 0),$
$\rho=(y-4x)/(x^2+y^2).$

3.29. $D:$ $x=1/2, y=0, y^2=2x\ (y\ge 0),$
$\rho=4x+9y^2.$

3.30. $D:$ $x^2+y^2=4, x^2+y^2=9,$
$x=0, y=0\ (x\le 0, y\ge 0),$
$\rho=(-2x)/(x^2+y^2).$

№4. Пластика D задана неравенствами, ρ – поверхностная плотность. Найти массу пластинки.

4.1. $D:$ $x^2+y^2/4\le 1,$
$\rho=y^2.$

4.2. $D:$ $1\le x^2/9+y^2/4\le 2,$
$y\ge 0, y\le \frac{2}{3}x,$
$\rho=\frac{y}{x}.$

4.3. $D:$ $1\le x^2/4+y^2\le 25,$
$x\ge 0, y\ge x/2,$
$\rho=x/y^3.$

$x^2/9+y^2/25\le 1,$

4.4. D: $y\ge 0,$

$\rho = x^2 y.$

4.5. D: $x^2/9+y^2/25\le 1,\ \ y\ge 0,$

$\rho = 7x^2 y/18.$

$1\le x^2/4+y^2\le 4,$

4.6. D: $y\ge 0, y\ge x/2,$

$\rho = 8y/x^3.$

4.7. D: $x^2/9+y^2\le 1,\ \ x\ge 0,$

$\rho = 7xy^6.$

4.8. D: $x^2/4+y^2\le 1,$

$\rho = 4y^4.$

$1\le x^2/4+y^2/9\le 4,$

4.9. D: $x\ge 0, y\ge 3x/2,$

$\rho = x/y.$

$1\le x^2/16+y^2/4\le 4,$

4.10. D: $x\ge 0, y\ge x/2,$

$\rho = x/y.$

$x^2/4+y^2/9\le 1,$

4.11. D: $x\ge 0, y\ge 0,$

$\rho = x^3 y.$

$x^2/4+y^2\le 1,$

4.12. D: $x\ge 0, y\ge 0,$

$\rho = 6x^3y^3.$

4.13. D: $x^2/9+y^2/4\le 1,$

$\rho = x^2y^2.$

$x^2/16+y^2\le 1,$

4.14. D: $x\ge 0, y\ge 0,$

$\rho = 5xy^7.$

$x^2/4+y^2\le 1,$

4.15. D: $x\ge 0, y\ge 0,$

$\rho = 30x^3y^7.$

$1\le x^2/9+y^2/4\le 3,$

4.16. D: $y\ge 0, y\le \frac{2}{3}x,$

$\rho = y/x.$

4.17. D: $x^2+y^2/25\le 1,\ \ y\ge 0,$

$\rho = 7x^4 y.$

4.18. D: $x^2+y^2/9\le 1,\ \ y\ge 0,$

$\rho = 35x^4y^3.$

4.19. D: $x^2/4+y^2/9\le 1,$

$\rho = x^2.$

$1\le x^2+y^2/16\le 9,$

4.20. D: $y\le 0, y\le 4x,$

$\rho = y/x^3.$

4.21. D: $x^2/9+y^2\le 1,\ \ x\ge 0,$

$\rho = 11xy^8.$

$1\le x^2/4+y^2/16\le 5,$

4.22. D: $x\ge 0, y\ge 2x,$

$\rho = x/y.$

$1\le x^2/9+y^2/4\le 5,$

4.23. D: $x\ge 0, y\ge 2x/3,$

$\rho = x/y.$

4.24. $D:$ $x^2/4+y^2/9\le 1,$
$x\ge 0, y\ge 0,$
$\rho = x^5 y.$

4.25. $D:$ $x^2/4+y^2/25\le 1,$
$\rho = x^4.$

4.26. $D:$ $x^2+y^2/16\le 9,$
$x\ge 0, y\ge 0,$
$\rho = 15x^5y^3.$

4.27. $D:$ $1\le x^2/4+y^2/9\le 36,$
$x\ge 0, y\ge \frac{3}{2}x,$
$\rho = 9x/y^3.$

4.28. $D:$ $x^2/100+y^2\le 1,$
$x\ge 0, y\ge 0,$
$\rho = 6xy^9.$

4.29. $D:$ $x^2/16+y^2\le 1,$
$x\ge 0, y\ge 0,$
$\rho = 105x^3y^9.$

4.30. $D:$ $1\le x^2/9+y^2/16\le 2,$
$y\ge 0, y\le \frac{4}{3}x,$
$\rho = 27y/x^5.$

4.31. $D:$ $1\le x^2/16+y^2\le 3,$
$x\ge 0, y\ge x/4,$
$\rho = x/y^5.$

№5. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

5.1. $x+y=4, y=\sqrt{2x},$
$z=3y, z=0.$

5.2. $y=16\sqrt{2x}, y=\sqrt{2x},$
$z=0, x+z=2.$

5.3. $x^2+y^2=2, y=\sqrt{x}, y=0,$
$z=0, z=15x.$

5.4. $y=5\sqrt{x}, y=5x/3,$
$z=0, z=5+5\sqrt{x/3}.$

5.5. $x+y=2, y=\sqrt{x},$
$z=12y, z=0.$

5.6. $x=20\sqrt{2y}, x=5\sqrt{2y},$
$z=0, z+y=1/2.$

5.7. $x=5\sqrt{y/2}, x=5y/6,$
$z=0, z=\frac{5}{6}(3+\sqrt{y}).$

5.8. $x=\frac{5}{6}\sqrt{y}, x=\frac{5}{18}y,$
$z=0, z=\frac{5}{18}(3+\sqrt{y})$

5.9. $x+y=6, x=\sqrt{3y},$
$z=4x/5, z=0.$

5.10. $x=19\sqrt{2y}, x=4\sqrt{2y},$
$z=0, z+y=2.$

5.11. $x^2+y^2=8, x=\sqrt{2y}, x=0,$
$z=30y/11, z=0.$

5.12. $x+y=4, x=\sqrt{2y},$
$z=3x/5, z=0.$

5.13. $y=6\sqrt{3x}, y=\sqrt{3x},$
$z=0, x+z=3.$

5.14. $y=\frac{5}{6}\sqrt{x}, y=\frac{5}{18}x,$
$z=0, z=\frac{5}{18}(3+\sqrt{x}).$

5.15. $x^2+y^2=18, y=\sqrt{3x}, y=0,$
$z=0, z=5x/11.$

5.16. $x+y=6, y=\sqrt{3x},$
$z=4y, z=0.$

5.17. $x=7\sqrt{3y}, x=2\sqrt{3y},$
$z=0, z+y=3.$

5.18. $x=5\sqrt{y/3}, x=5y/9,$
$z=0, z=5(3+\sqrt{y})/9.$

5.19. $x^2+y^2=18, x=\sqrt{3y},$
$x=0, z=0, z=10y/11.$

5.20. $x=17\sqrt{2y}, x=2\sqrt{2y},$
$z=0, z+y=1/2.$

5.21. $y=\sqrt{15x}, y=\sqrt{15x},$
$z=0, z=\sqrt{15}(1+\sqrt{x}).$

5.22. $x^2+y^2=50, y=\sqrt{5x},$
$y=0, z=0, z=3x/11.$

5.23. $x+y=8, y=\sqrt{4x},$
$z=3y, z=0.$

5.24. $x=16\sqrt{2y}, x=\sqrt{2y},$
$z+y=2, z=0.$

5.25. $x=15\sqrt{y}, x=15y,$
$z=0, z=15(1+\sqrt{y}).$

5.26. $x^2+y^2=50, x=\sqrt{5y},$
$x=0, z=0, z=6y/11.$

5.27. $x^2+y^2=2y,$
$z=\frac{13}{4}-x\ , z=0.$

5.28. $x^2+y^2=2y,$
$z=\frac{9}{4}-x^2, z=0.$

5.29. $x^2+y^2=8\sqrt{2x},$
$z=x^2+y^2-64,$
$z=0, (z\geq 0).$

5.30. $x^2+y^2=2y,$
$z=5/4-x^2, z=0.$

5.31. $x^2+y^2=4x,$
$z=12-y^2, z=0.$

Идз-3 ВЕКТОРНЫЙ АНАЛИЗ

1 Найти поток векторного поля

$$\vec{a} = P(x;y;z)\vec{i} + Q(x;y;z)\vec{j} + R(x;y;z)\vec{k}$$

через часть плоскости P, расположенную в первом октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz).

1.1. $\vec{a} = 7x\vec{i} + (5\pi y + 2)\vec{j} + 4\pi z\vec{k}$,
$P:\quad x + y/2 + 4z = 1.$

1.2. $\vec{a} = 2\pi x\vec{i} + (7y + 2)\vec{j} + 7\pi z\vec{k}$,
$P: x + y/2 + z/3 = 1.$

1.3. $\vec{a} = 9\pi x\vec{i} + j + 3z\vec{k}$,
$P:\quad x/3 + y + z = 1.$

1.4. $\vec{a} = (2x + 1)\vec{i} + y\vec{j} + 3\pi z\vec{k}$,
$P:\quad x/3 + y + 2z = 1.$

1.5. $\vec{a} = 7x\vec{i} + 9\pi y\vec{j} + \vec{k}$,
$P:\quad x + y/3 + z = 1.$

1.6. $\vec{a} = \vec{i} + 5y\vec{j} + 11\pi z\vec{k}$,
$P:\quad x + y + z/3 = 1.$

1.7. $\vec{a} = x\vec{i} + (\pi z - 1)\vec{k}$,
$P:\quad 2x + y/2 + z/3 = 1.$

1.8. $\vec{a} = 5\pi x\vec{i} + (9y + 1)\vec{j} + 4\pi z\vec{k}$,
$P:\quad x/2 + y/3 + z/2 = 1.$

1.9. $\vec{a} = 2\vec{i} - y\vec{j} + \dfrac{3\pi z}{2}\vec{k}$,
$P:\quad x/3 + y + z/4 = 1.$

1.10. $\vec{a} = 9\pi x\vec{i} + (5y + 1)\vec{j} + 2\pi z\vec{k}$,
$P:\quad 3x + y + z/9 = 1.$

1.11. $\vec{a} = 7\pi x\vec{i} + 2\pi y\vec{j} + (7z + 2)\vec{k}$,
$P:\quad x + y + z/2 = 1.$

1.12. $\vec{a} = \pi y\vec{j} + (4z - 2)\vec{k}$,
$P:\quad 2x + y/3 + z/4 = 1.$

1.13. $\vec{a} = (3\pi - 1)x\vec{i} + (9\pi y + 1)\vec{j} + 6\pi z\vec{k}$,
$P:\quad \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{3} + \dfrac{z}{9} = 1.$

1.14. $\vec{a} = \pi x\vec{i} + \dfrac{\pi}{2}y\vec{j} + (4z - 2)\vec{k}$,
$P:\quad x + y/3 + z/4 = 1.$

1.15. $\vec{a} = (5y + 3)\vec{j} + 11\pi z\vec{k}$,
$P:\quad x + y/3 + 4z = 1.$

1.16. $\vec{a} = 9\pi y\vec{j} + (7z + 1)\vec{k}$,
$P:\quad x + y + z = 1.$

1.17. $\vec{a} = \pi y\vec{j} + (1 - 2z)\vec{k}$,
$P:\quad x/4 + y/3 + z = 1.$

1.18. $\vec{a} = (27\pi - 1)\vec{i} + (34\pi y + 3)\vec{j} + 20\pi z\vec{k}$,
$P:\quad 3x + y/9 + z = 1.$

1.19. $\vec{a} = \pi x\vec{i} + 2\vec{j} + 2\pi z\vec{k}$,
$P:\quad x/2 + y/3 + z = 1.$

1.20. $\vec{a} = 4\pi x\vec{i} + 7\pi y\vec{j} + (2z + 1)\vec{k}$,
$P:\quad 2x + y/3 + 2z = 1.$

1.21. $\vec{a} = 3\pi x\vec{i} + 6\pi y\vec{j} + 10\vec{k}$,
$P:\quad 2x + y + z/3 = 1.$

1.22. $\vec{a} = \pi x i - 2y\vec{j} + \vec{k}$,
$P:\quad 2x + y/6 + z = 1.$

1.23. $\vec{a} = (21\pi - 1)\vec{i} + 62\pi y\vec{j} + (1 - 2\pi z)\vec{k}$,
$P:\quad 8x + y/2 + z/3 = 1.$

1.24. $\vec{a} = \pi x\vec{i} + 2\pi y\vec{j} + 2\vec{k}$,
$P:\quad x/2 + y/4 + z/3 = 1$.

1.25. $\vec{a} = 9\pi x\vec{i} + 2\pi y\vec{j} + 8\vec{k}$,
$P:\quad 2x + 8y + z/3 = 1$.

1.26. $\vec{a} = 7\pi x\vec{i} + (4y+1)\vec{j} + 2\pi z\vec{k}$,
$P:\quad x/3 + 2y + z = 1$.

1.27. $\vec{a} = 6\pi x\vec{i} + 3\pi y\vec{j} + 10\vec{k}$,
$P:\quad 2x + y/2 + z/3 = 1$.

1.28. $\vec{a} = (\pi - 1)x\vec{i} + 2\pi y\vec{j} + (1 - \pi z)\vec{k}$,
$P:\quad x/4 + y/2 + z/3 = 1$.

1.29. $\vec{a} = \dfrac{\pi}{2}x\vec{i} + \pi y\vec{j} + (4 - 2z)\vec{k}$,
$P:\quad x + y/3 + z/4 = 1$.

1.30. $\vec{a} = 7\pi x\vec{i} + 4\pi y\vec{j} + 2(z+1)\vec{k}$,
$P:\quad x/3 + y/4 + z = 1$.

1.31. $\vec{a} = 5\pi x\vec{i} + (1 - 2y)\vec{j} + 4\pi z\vec{k}$,
$P:\quad x/2 + 4y + z/3 = 1$.

2. Найти поток векторного поля

$$\vec{a} = P(x;y;z)\vec{i} + Q(x;y;z)\vec{j} + R(x;y;z)\vec{k}$$

через замкнутую поверхность Ω (нормаль внешняя).

2.1. $\vec{a} = (e^z + 2x)\vec{i} + e^x\vec{j} + e^y\vec{k}$,
$\Omega:\quad x + y + z = 1,\quad x = 0,\quad y = 0,\quad z = 0$.

2.2. $\vec{a} = (3z^2 + x)\vec{i} + (e^x - 2y)\vec{j} + (2z - xy)\vec{k}$,
$\Omega:\quad x^2 + y^2 = z^2,\quad z = 1,\quad z = 4$.

2.3. $\vec{a} = (\ln y + 7x)\vec{i} + (\sin z - 2y)\vec{j} + (e^y - 2z)\vec{k}$,
$\Omega:\quad x^2 + y^2 + z^2 = 2x + 2y + 2z - 2$.

2.4. $\vec{a} = (\cos z + 3x)\vec{i} + (x - 2y)\vec{j} + (3z - y^2)\vec{k}$,
$\Omega:\quad z^2 = 36(x^2 + y^2),\quad z = 6$.

2.5. $\vec{a} = (e^{-z} - x)\vec{i} + (xz + 3y)\vec{j} + (z + x^2)\vec{k}$,
$\Omega:\quad 2x + y + z = 2,\quad x = 0,\quad y = 0,\quad z = 0$.

2.6. $\vec{a} = (6x - \cos y)\vec{i} - (e^x + z)\vec{j} - (2y + 3z)\vec{k}$,
$\Omega:\quad x^2 + y^2 = z^2,\quad z = 1,\quad z = 2$.

2.7. $\vec{a} = (4x - 2y^2)\vec{i} + (\ln z - 4y)\vec{j} + (x + 3z/4)\vec{k}$,
$\Omega:\quad x^2 + y^2 + z^2 = 2x + 3$.

2.8. $\vec{a} = (1 + \sqrt{z})\vec{i} + (4y - \sqrt{x})\vec{j} + xy\vec{k}$,
$\Omega:\quad z^2 = 4(x^2 + y^2),\quad z = 3$.

2.9. $\vec{a} = (\sqrt{z} - x)\vec{i} + (x - y)\vec{j} + (y^2 - z)\vec{k}$,
$\Omega:\quad 3x - 2y + z = 6,\quad x = 0.\quad y = 0.\quad z = 0$.

2.10. $\vec{a} = (yz + x)\vec{i} + (xz + 3y)\vec{j} + (xy^2 + z)\vec{k}$,
$\Omega:\quad x^2 + y^2 + z^2 = 2z,\quad x = 0,\quad y = 0,\quad z = 0$.

2.11. $\vec{a} = (e^{2y} + x)\vec{i} + (x - 2y)\vec{j} + (y^2 + 3z)\vec{k}$,
$\Omega:\quad x - y + z = 1,\quad x = 0,\quad y = 0,\quad z = 0$.

2.12. $\vec{a} = (\sqrt{z} - 2x)\vec{i} + (e^x + 3y)\vec{j} + \sqrt{y + x}\,\vec{k}$,
$\Omega:\quad x^2 + y^2 = z^2,\quad z = 2,\quad z = 5$.

2.13. $\vec{a} = (e^z + x/4)\vec{i} + (\ln x + y/4)\vec{j} + z/4\vec{k}$,
$\Omega:\quad x^2 + y^2 + z^2 = 2x + 2y - 2z - 2$.

2.14. $\vec{a} = (3x - 2z)\vec{i} + (z - 2y)\vec{j} + (1 + 2z)\vec{k}$,
$\Omega:\quad z^2 = 4(x^2 + y^2),\quad z = 2$.

2.15. $\vec{a} = (e^y + 2x)\vec{i} + (x - y)\vec{j} + (2z - 1)\vec{k}$,
$\Omega:\quad x + 2y + z = 2,\quad x = 0,\quad y = 0,\quad z = 0$.

2.16. $\vec{a} = (x + y^2)\vec{i} + (xz + y)\vec{j} + (\sqrt{x^2 + 1} + z)\vec{k}$,
$\Omega:\quad x^2 + y^2 = z^2,\quad z = 2,\quad z = 3$.

2.17. $\vec{a} = (e^y + 2x)\vec{i} + (xz - y)\vec{j} + (1/4)(e^{xy} - z)\vec{k}$,
$\Omega: \quad x^2 + y^2 + z^2 = 2y + 3.$

2.18. $\vec{a} = (\sqrt{z} + y)\vec{i} + 3x\,\vec{j} + (3z + 5x)\vec{k}$,
$\Omega: \quad z^2 = 8(x^2 + y^2), \quad z = 2.$

2.19. $\vec{a} = (8yz - x)\vec{i} + (x^2 - 1)\vec{j} + (xy - 2z)\vec{k}$,
$\Omega: \quad 2x + 3y - z = 6, \quad x = 0, \quad y = 0, \quad z = 0.$

2.20. $\vec{a} = (y + z^2)\vec{i} + (x^2 + 3y)\vec{j} + xy\,\vec{k}$,
$\Omega: \quad x^2 + y^2 + z^2 = 2x.$

2.21. $\vec{a} = (2yz - x)\vec{i} + (xz + 2y)\vec{j} + (x^2 + z)\vec{k}$,
$\Omega: \quad x - y + z = 1, \quad x = 0, \quad y = 0, \quad z = 0.$

2.22. $\vec{a} = (\sin z + 2x)\vec{i} + (\sin x - 3y)\vec{j} + (\sin y + 2z)\vec{k}$,
$\Omega: \quad x^2 + y^2 = z^2, \quad z = 3, \quad z = 6.$

2.23. $\vec{a} = (\cos z + x/4)\vec{i} + (e^x + y/4)\vec{j} + (z/4 - 1)\vec{k}$,
$\Omega: \quad x^2 + y^2 + z^2 = 2z + 3.$

2.24. $\vec{a} = (\sqrt{x} + 1 + x)\vec{i} + (2x + y)\vec{j} + (\sin x + z)\vec{k}$,
$\Omega: \quad \begin{cases} z^2 = x^2 + y^2, \\ z = 1. \end{cases}$

2.25. $\vec{a} = (5x - 6y)\vec{i} + (11x^2 + 2y)\vec{j} + (x^2 - 4z)\vec{k}$,
$\Omega: \quad \begin{cases} x + y + 2z = 2, \\ x = 0, \quad y = 0, \quad z = 0. \end{cases}$

2.26. $\vec{a} = (y^2 + z^2 + 6x)\vec{i} + (e^z - 2y + x)\vec{j} + (x + y - z)\vec{k}$,
$\Omega: \quad \begin{cases} x^2 + y^2 = z^2, \\ z = 1, \quad z = 3. \end{cases}$

2.27. $\vec{a} = \frac{1}{2}(x + z)\vec{i} + \frac{1}{4}(xz + y)\vec{j} + (xy - 2)\vec{k}$,
$\Omega: \quad x^2 + y^2 + z^2 = 4x - 2y + 4z - 8.$

2.28. $\vec{a} = (3yz - x)\vec{i} + (x^2 - y)\vec{j} + (6z - 1)\vec{k}$,
$\Omega: \quad \begin{cases} z^2 = 9(x^2 + y^2), \\ z = 3. \end{cases}$

2.29. $\vec{a} = (yz - 2x)\vec{i} + (\sin x + y)\vec{j} + (x - 2z)\vec{k}$,
$\Omega: \quad \begin{cases} x + 2y - 3z = 6, \\ x = 0, \quad y = 0. \quad z = 0. \end{cases}$

2.30. $\vec{a} = (8x + 1)\vec{i} + (zx - 4y)\vec{j} + (e^x - z)\vec{k}$,
$\Omega: \quad x^2 + y^2 + z^2 = 2y.$

2.31. $\vec{a} = (2y - 5x)\vec{i} + (x - 1)\vec{j} + (2\sqrt{xy} + 2z)\vec{k}$,
$\Omega: \quad \begin{cases} 2x + 2y - z = 4, \\ x = 0, \quad y = 0, \quad z = 0. \end{cases}$

3 Найти работу силы $\vec{F} = P(x;y)\vec{i} + Q(x;y)\vec{j}$ при перемещении вдоль линии L от точки $M(x;y)$ к точке $N(x;y)$.

3.1. $\vec{F} = (x^2 - 2y)\vec{i} + (y^2 - 2x)\vec{j}$,
L: отрезок MN,
$M(-4{,}0)$, $N(0{,}2)$.

3.2. $\vec{F} = (x^2 + 2y)\vec{i} + (y^2 + 2x)j$,
L: отрезок MN,
$M(-4{,}0)$, $N(0{,}2)$.

3.3. $\vec{F} = (x^2 + 2y)\vec{i} + (y^2 + 2x)\vec{j}$,
$L: \; 2 - \frac{x^2}{8} = y$,
$M(-4{,}0)$. $N(0{,}2)$.

$\vec{F} = (x+y)\vec{i} + 2x\vec{j}$,

3.4. L: $x^2 + y^2 = 4\,(y \geq 0)$,

$M(2{,}0)$, $N(-2{,}0)$.

$\vec{F} = x^3\vec{i} - y^3\vec{j}$,

3.5. L: $x^2 + y^2 = 4$,

$M(2{,}0)$, $N(0{,}2)$.

$\vec{F} = (x+y)\vec{i} + (x-y)\vec{j}$,

3.6. L: $y = x^2$,

$M(-1{,}1)$, $N(1{,}1)$.

$\vec{F} = x^2 y\vec{i} - y\vec{j}$,

3.7. L: отрезок MN,

$M(-1{,}0)$, $N(0{,}1)$.

$\vec{F} = (2xy - y)\vec{i} + (x^2 + x)\vec{j}$,

3.8. L: $x^2 + y^2 = 9(y \geq 0)$,

$M(3{,}0)$, $N(-3{,}0)$.

$\vec{F} = (x+y)\vec{i} + (x-y)\vec{j}$,

3.9. L: $x^2 + \dfrac{y^2}{9} = 1\ (x \geq 0,\ y \geq 0)$,

$M(1{,}0)$, $N(0{,}3)$.

$\vec{F} = y\vec{i} - x\vec{j}$,

3.10. L: $x^2 + y^2 = 1\ (y \geq 0)$,

$M(1{,}0)$, $N(-1{,}0)$.

$\vec{F} = (x^2 + y^2)\vec{i} + (x^2 - y^2)\vec{j}$,

3.11. $L: \begin{cases} x, \text{ при } 0 \leq x \leq 1, \\ 2 - x, \text{ при } 1 \leq x \leq 2, \end{cases}$

$M(2{,}0)$, $N(0{,}0)$.

$\vec{F} = y\vec{i} - x\vec{j}$,

3.12. L: $x^2 + y^2 = 2\ (y \geq 0)$,

$M(\sqrt{2},0)$, $N(-\sqrt{2},0)$.

$\vec{F} = xy\vec{i} + 2y\vec{j}$,

3.13. L: $x^2 + y^2 = 1\ (x \geq 0,\ y \geq 0)$,

$M(1{,}0)$, $N(0{,}1)$.

$\vec{F} = y\vec{i} - x\vec{j}$,

3.14. L: $2x^2 + y^2 = 1\ (y \geq 0)$,

$M(\frac{1}{\sqrt{2}},0)$, $N(\frac{-1}{\sqrt{2}},0)$.

$\vec{F} = (x^2 + y^2)(\vec{i} + 2\vec{j})$,

3.15. L: $x^2 + y^2 = R^2\ (y \geq 0)$,

$M(R,0)$, $N(-R,0)$.

$\vec{F} = (x + y\sqrt{x^2 + y^2})\vec{i} + (y - x\sqrt{x^2 + y^2})\vec{j}$,

3.16. L: $x^2 + y^2 = 1\ (x \geq 0,\ y \geq 0)$,

$M(1{,}0)$, $N(-1{,}0)$.

$\vec{F} = x^2 y\vec{i} - xy^2\vec{j}$,

3.17. L: $x^2 + y^2 = 4\ (x \geq 0,\ y \geq 0)$,

$M(2{,}0)$, $N(0{,}2)$.

$\vec{F} = (x + y\sqrt{x^2 + y^2})\vec{i} + (y - x\sqrt{x^2 + y^2})\vec{j}$,

3.18. L: $x^2 + y^2 = 16\ (x \geq 0,\ y \geq 0)$,

$M(4{,}0)$, $N(0{,}4)$.

$\vec{F} = y^2\vec{i} - x^2\vec{j}$,

3.19. L: $x^2 + y^2 = 9\ (x \geq 0,\ y \geq 0)$,

$M(3{,}0)$, $N(0{,}3)$.

$\vec F=(x+y)^2\vec i-(x+y)^2\vec j,$

3.20. $L:$ отрезок $MN,$
$M(1,0),\ N(0,1).$
$\vec F=(x+y)^2\vec i+y^2\vec j,$

3.21. $L:$ отрезок $MN,$
$M(2,0),\ N(0,2).$
$\vec F=x^2\vec i,$

3.22. $L:\ x^2+y^2=9\ (x\ge 0,\quad y\ge 0),$
$M(3,0),\ N(0,3).$
$\vec F=(y^2-y)\vec i+(2x+y)\vec j,$

3.23. $L:\ x^2+y^2=9\ (\quad y\ge 0),$
$M(3,0),\ N(-3,0).$
$F=xy\vec i,$

3.24. $L:\ y=\sin x,$
$M(\pi,0),\ N(0,0).$
$\vec F=(xy-y^2)\vec i-x\vec j,$

3.25. $L:\ y=2x^2,$
$M(0,0),\ N(1,2).$
$\vec F=x\vec i+y\vec j,$

3.26. $L:$ отрезок $MN,$
$M(1,0),\ N(0,3).$
$\vec F=(xy-x)\vec i-\dfrac{x^2}{2}\vec j,$

3.27. $L:\ y=2\sqrt{x},$
$M(0,0),\ N(1,2).$
$\vec F=-x\vec i+y\vec j,$

3.28. $L:\ x^2+\dfrac{y^2}{9}=1\,(x\ge 0,\quad y\ge 0),$
$M(1,0),\ N(0,3).$
$\vec F=-y\vec i+x\vec j,$

3.29. $L:\ y=x^3,$
$M(0,0),\ N(2,8).$
$\vec F=(x^2-y^2)\vec i+(x^2+y^2)\vec j,$

3.30. $L:\ \dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1\,(y\ge 0),$
$M(0,0),\ N(1,2).$
$\vec F=(x-y)\vec i+\vec j,$

3.31. $L:\ x^2+y^2=4\ (y\ge 0),$
$M(2,0),\ N(-2,0).$

4 Найти циркуляцию векторного поля

$$\vec a=P(x;y;z)\vec i+Q(x;y;z)\vec j+R(x;y;z)\vec k$$

вдоль контура Γ (в направлении, соответствующем возрастанию параметра t).

4.1 $\vec a=y\vec i-x\vec j+z^2\vec k,$

$$\Gamma:\begin{cases}x=\dfrac{\sqrt2}{2}\cos t,\ \ y=\dfrac{\sqrt2}{2}\cos t,\\ z=\sin t.\end{cases}$$

4.2 $\vec a=-x^2y^3\vec i+\vec j+z\vec k,$

$$\Gamma:\begin{cases}x=\sqrt[3]{4}\cos t,\ \ y=\sqrt[3]{4}\sin t,\\ z=3.\end{cases}$$

$\vec{a}=(y-z)\vec{i}+(z-x)\vec{j}+(z-y)\vec{k}$,

4.3 $\Gamma:\begin{cases}x=\cos t,\ \ y=\sin t,\\ z=2(1-\cos t).\end{cases}$

$\vec{a}=x^2\vec{i}+y\,\vec{j}-z\,\vec{k}$,

4.4. $\Gamma:\begin{cases}x=\cos t,\ \ y=(\sqrt{2}\sin t)/2,\\ z=(\sqrt{2}\cos t)/2.\end{cases}$

$\vec{a}=(y-z)\vec{i}+(z-x)\vec{j}+(z-y)\vec{k}$,

4.5. $\Gamma:\begin{cases}x=4\cos t,\ \ y=4\sin t,\\ z=1-\cos t.\end{cases}$

$\vec{a}=2y\vec{i}-3x\vec{j}+x\vec{k}$,

4.6. $\Gamma:\begin{cases}x=2\cos t,\ \ y=2\sin t,\\ z=2-2\cos t-2\sin t.\end{cases}$

$\vec{a}=2z\vec{i}-x\vec{j}+y\vec{k}$,

4.7. $\Gamma:\begin{cases}x=2\cos t,\ \ y=2\sin t,\\ z=1.\end{cases}$

$\vec{a}=y\vec{i}+-x\vec{j}+z\,\vec{k}$,

4.8. $\Gamma:\begin{cases}x=\cos t,\ \ y=\sin t,\\ z=3.\end{cases}$

$\vec{a}=x\,\vec{i}+z^2\vec{j}+y\,\vec{k}$,

4.9. $\Gamma:\begin{cases}x=\cos t,\ \ y=2\sin t,\\ z=2\cos t-2\sin t-1.\end{cases}$

$\vec{a}=3y\vec{i}-3x\vec{j}+x\,\vec{k}$,

4.10. $\Gamma:\begin{cases}x=3\cos t,\ \ y=3\sin t,\\ z=3-3\cos t-3\sin t.\end{cases}$

$\vec{a}=-x^2y^3\vec{i}+2\,\vec{j}+xz\,\vec{k}$,

4.11. $\Gamma:\begin{cases}x=\sqrt{2}\cos t,\ \ y=\sqrt{2}\sin t,\\ z=1.\end{cases}$

$\vec{a}=6z\,\vec{i}-x\,\vec{j}+xy\,\vec{k}$,

4.12. $\Gamma:\begin{cases}x=3\cos t,\ \ y=3\sin t,\\ z=3.\end{cases}$

$\vec{a}=z\vec{i}+y^2\vec{j}-x\vec{k}$,

4.13. $\Gamma:\begin{cases}x=\sqrt{2}\cos t,\ \ y=2\sin t,\\ z=\sqrt{2}\cos t.\end{cases}$

$\vec{a}=x\,\vec{i}+2z^2\vec{j}+y\,\vec{k}$,

4.14. $\Gamma:\begin{cases}x=\cos t,\ \ y=3\sin t,\\ z=2\cos t-3\sin t-2.\end{cases}$

$\vec{a}=x\,\vec{i}-\frac{1}{3}z^2\vec{j}+y\,\vec{k}$,

4.15. $\Gamma:\begin{cases}x=(\cos t)/2,\ y=(\sin t)/3,\\ z=\cos t-(\sin t)/3-1/4.\end{cases}$

$\vec{a}=4y\,\vec{i}-3x\vec{j}+x\vec{k}$,

4.16. $\Gamma:\begin{cases}x=4\cos t,\ \ y=4\sin t,\\ z=4-4\cos t-4\sin t.\end{cases}$

$\vec{a}=-z\,\vec{i}-x\,\vec{j}+zx\,\vec{k}$,

4.17. $\Gamma:\begin{cases}x=5\cos t,\ \ y=5\sin t,\\ z=4.\end{cases}$

$\vec{a}=z\,\vec{i}+x\,\vec{j}+y\,\vec{k}$,

4.18. $\Gamma:\begin{cases}x=2\cos t,\ \ y=2\sin t,\\ z=0.\end{cases}$

4.19. $\vec{a}=(y-z)\vec{i}+(z-x)\vec{j}+(x-y)\vec{k}$, $\Gamma:\begin{cases}x=3\cos t,\ \ y=3\sin t,\\ z=2(1-\cos t).\end{cases}$

4.20. $\vec{a}=2y\vec{i}-z\vec{j}+x\vec{k}$, $\Gamma:\begin{cases}x=\cos t,\ \ y=\sin t,\\ z=4-\cos t-\sin t.\end{cases}$

4.21. $\vec{a}=xz\vec{i}+x\vec{j}+z^2\vec{k}$, $\Gamma:\begin{cases}x=\cos t,\ \ y=\sin t,\\ z=\sin t.\end{cases}$

4.22. $\vec{a}=-x^2y^3\vec{i}+3\vec{j}+y\vec{k}$, $\Gamma:\begin{cases}x=\cos t,\ \ y=\sin t.\\ z=5.\end{cases}$

4.23. $\vec{a}=7z\vec{i}-x\vec{j}+yz\vec{k}$, $\Gamma:\begin{cases}x=6\cos t,\ \ y=6\sin t,\\ z=1/3.\end{cases}$

4.24. $\vec{a}=xy\vec{i}+x\vec{j}+y^2\vec{k}$, $\Gamma:\begin{cases}x=\cos t,\ \ y=\sin t,\\ z=\sin t.\end{cases}$

4.25. $\vec{a}=x\vec{i}-z^2\vec{j}+y\vec{k}$, $\Gamma:\begin{cases}x=2\cos t,\ \ y=3\sin t,\\ z=4\cos t-3\sin t-3.\end{cases}$

4.26. $\vec{a}=(y-z)\vec{i}+(z-x)\vec{j}+(x-y)\vec{k}$, $\Gamma:\begin{cases}x=2\cos t,\ \ y=2\sin t,\\ z=3(1-\cos t).\end{cases}$

4.27. $\vec{a}=-2z\vec{i}-x\vec{j}+x^2\vec{k}$, $\Gamma:\begin{cases}x=(\cos t)/3,\ \ y=(\sin t)/3,\\ z=8.\end{cases}$

4.28. $\vec{a}=x\vec{i}-3z^2\vec{j}+y\vec{k}$, $\Gamma:\begin{cases}x=\cos t,\ \ y=4\sin t,\\ z=2\cos t-4\sin t+3.\end{cases}$

4.29. $\vec{a}=x\vec{i}-2z^2\vec{j}+y\vec{k}$, $\Gamma:\begin{cases}x=\cos t,\ \ y=4\sin t.\\ z=6\cos t-4\sin t+1.\end{cases}$

4.30. $\vec{a}=-x^2y^3\vec{i}+4\vec{j}+x\vec{k}$, $\Gamma:\begin{cases}x=2\cos t,\ \ y=2\sin t,\\ z=4.\end{cases}$

4.31. $\vec{a}=\frac{y}{3}\vec{i}-3x\vec{j}+x\vec{k}$, $\Gamma:\begin{cases}x=2\cos t,\ \ y=2\sin t,\\ z=1-2\cos t-2\sin t.\end{cases}$

5 Найти дивергенцию векторного поля

$$\vec{a}=P(x;y;z)\vec{i}+Q(x;y;z)\vec{j}+R(x;y;z)\vec{k}.$$

5.1. $\vec{a}=(x^2-y)\vec{i}+x\vec{j}+\vec{k}$.

5.2. $\vec{a}=zx\vec{i}-\vec{j}+y\vec{k}$.

5.3. $\vec{a}=yz\vec{i}+2xz\vec{j}+xy\vec{k}$.

5.4. $\vec{a}=x\vec{i}+yz\vec{j}-x\vec{k}$.

5.5. $\vec{a}=(x-y)\vec{i}+x\vec{j}-z\vec{k}$.

5.6. $\vec{a}=y\vec{i}-x\vec{j}+z^2\vec{k}$.

5.7. $\vec{a}=yz\vec{i}+2xz\vec{j}+y^2\vec{k}$.

5.8. 5 $\vec{a}=xy\vec{i}+yz\vec{j}+xz\vec{k}$.

5.9. $\vec{a}=y\vec{i}+(1-x)\vec{j}-z\vec{k}$.

5.10. $\vec{a}=y\vec{i}-x\vec{j}+z^2\vec{k}$.

5.11. $\vec{a}=4x\vec{i}+2\vec{j}-xy\vec{k}$.

5.12. $\vec{a} = 2y\vec{i} - 3x\vec{j} + z^2\vec{k}$.

5.13. $\vec{a} = -3z\vec{i} + y^2\vec{j} + 2y\vec{k}$.

5.14. $\vec{a} = 2y\vec{i} + 5x\vec{j} + 3z\vec{k}$.

5.15. $\vec{a} = 2y\vec{i} + 2xz\vec{j} - 2yz\vec{k}$.

5.16. $\vec{a} = (x - y)\vec{i} + x\vec{j} + z^2\vec{k}$.

5.17. $\vec{a} = xz\vec{i} - \vec{j} + y\vec{k}$.

5.18. $\vec{a} = 2yz\vec{i} + xz\vec{j} - x^2\vec{k}$.

5.19. $\vec{a} = 4x\vec{i} - yz\vec{j} + x\vec{k}$.

5.20. $\vec{a} = -y\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$.

5.21. $\vec{a} = y\vec{i} + 3x\vec{j} + z^2\vec{k}$.

5.22. $\vec{a} = 2yz\vec{i} + xz\vec{j} + y^2\vec{k}$.

5.23. $\vec{a} = (2 - xy)\vec{i} - yz\vec{j} - xz\vec{k}$.

5.24. $\vec{a} = -y\vec{i} + x\vec{j} + 3z^2\vec{k}$.

5.25. $\vec{a} = y\vec{i} - x\vec{j} + 2z\vec{k}$.

5.26. $\vec{a} = x^2\vec{i} + yz\vec{j} + 2z\vec{k}$.

5.27. $\vec{a} = y\vec{i} - 2x\vec{j} + z^2\vec{k}$.

5.28. $\vec{a} = 3z\vec{i} - 2y\vec{j} + 2y\vec{k}$.

5.29. $\vec{a} = (x + y)\vec{i} - x\vec{j} + 6\vec{k}$.

5.30. $\vec{a} = 4\vec{i} + 3x\vec{j} + 3xz\vec{k}$.

5.31. $\vec{a} = yz\vec{i} - xz\vec{j} + xy\vec{k}$.

ЛИТЕРАТУРА