

4 Написать разложение функции  $y = f(x)$  в ряд Маклорена по степеням переменной  $x$  до членов порядка  $n$  включительно:  $y = \sin(x+1)$ ,  $n = 3$ .

5 Провести полное исследование и построить график функции:

а)  $y = \frac{4x^2 - 1}{3 + 2x + x^2}$ ; б)  $x = \sin 2t$ ,  $y = \sin 3t$ .

6 На прямой между двумя источниками света силы  $F$  и  $8F$  найти наименее освещенную точку, если расстояние между источниками равно 24 м (освещенность прямо пропорциональна силе света источника и обратно пропорциональна квадрату расстояния до него).

**Контрольная работа по разделу «Интегральное исчисление функции действительной переменной»**

*Вариант 1*

1 Найти неопределенные интегралы:

а)  $\int \frac{4\sqrt[3]{x} + x^2\sqrt{x} - 5}{\sqrt{x}} dx$ ;      б)  $\int \frac{(3 \sin x - 2 \cos x) dx}{1 + \cos x}$ ;

в)  $\int \sqrt[3]{x+5} dx$ ;      г)  $\int \frac{dx}{(5x-2)^3}$ ;

д)  $\int \frac{(2x+5) dx}{x^2+6x+3}$ ;      е)  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-4x+2}}$ ;

ж)  $\int (5x+2) \sin(x-3) dx$ ;      и)  $\int \frac{dx}{x\sqrt{1+x^2}}$ ;

к)  $\int \frac{dx}{(x+1)(x+2)(x+3)^2}$ ;      л)  $\int \frac{dx}{2x+5}$ ;

м)  $\int \frac{e^x + e^{3x}}{1 - e^{2x} + e^{4x}} dx$ ;      н)  $\int x^2 f''((2x+1)^3) dx$ .

2 Вычислить  $\frac{d}{dx} \int_{x^2}^{x^3} \frac{dt}{\sqrt{1+t^2}}$ .

3 Вычислить интегралы:

а)  $\int_0^{2\pi} \sin^4 x \cos^4 x dx$ ;      в)  $\int_3^{+\infty} \frac{2x+5}{x^2+3x-10} dx$ ;

$$\text{б) } \int_0^2 \frac{x^2 dx}{\sqrt{16-x^2}}; \quad \text{г) } \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x-1}}.$$

4 Найти длину дуги кривой  $y = \sin^4 t$ ,  $y = \cos^2 t$ ,  $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ .

5 Найти координаты центра масс и моменты инерции фигуры, ограниченной кривыми  $x^2 + y^2 = 4$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ .

6 Вычислить несобственный интеграл (или установить его расходимость)  $\int_e^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$ .

#### Вариант 2

1 Найти неопределенные интегралы:

$$\text{а) } \int \frac{1 + 2\sqrt{x} - 2x + \sqrt[3]{x^4}}{x^2} dx; \quad \text{б) } \int \sin(7x-1) dx;$$

$$\text{в) } \int \sqrt[4]{5x-3} dx; \quad \text{г) } \int \frac{dx}{(3x-1)^5};$$

$$\text{д) } \int \frac{x dx}{x^2 + 4x + 5}; \quad \text{е) } \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 6x + 7}};$$

$$\text{ж) } \int \sin(2x-7)e^{-4x+5} dx; \quad \text{и) } \int \frac{x^3 + x + 2}{(x-3)(x-4)} dx;$$

$$\text{к) } \int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{x^2 + x - 1}}; \quad \text{л) } \int \frac{dx}{-4\cos x + 3\sin x};$$

$$\text{м) } \int \sqrt{x} \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx; \quad \text{н) } \int x^2 f'(x^3) dx.$$

$$2 \text{ Вычислить } \lim_{x \rightarrow +0} \frac{\int_0^{\sin x} \sqrt{\operatorname{tg} t} dt}{\int_0^{\operatorname{tg} x} \sqrt{\sin t} dt}.$$

3 Вычислить интегралы:

$$\text{а) } \int_0^{\pi} 2^8 \sin^6 x \cos^2 x dx; \quad \text{в) } \int_0^{+\infty} \frac{xdx}{(x+1)^3};$$

## Литература

### Основная

1 Демидович, В. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие для вузов / В. П. Демидович. – М. : Наука, 1977.

2 Кудрявцев, Л. Д. Краткий курс математического анализа : учебник для вузов / Л. Д. Кудрявцев. – М. : Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989.

3 Кудрявцев, Л. Д. Сборник задач по математическому анализу : учебное пособие для вузов: в 3 ч. Ч. 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость / Л. Д. Кудрявцев, А. Д. Кутасов, В. И. Чехлов, М. И. Шабунин. – М. : Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1984.

4 Математический анализ в вопросах и задачах : учебное пособие для вузов / под ред. В. Ф. Бутузова. – М. : Высш. шк., 1984.

5 Сборник индивидуальных заданий по высшей математике : учебное пособие для вузов: в 3 ч. Ч. 1 / под ред. А. П. Рябушко. – Мн. : Выш. шк., 1991.

6 Тер-Крикоров, А. М. Курс математического анализа: учебное пособие для вузов / А. М. Тер-Крикоров, М. И. Шабунин – М. : Наука Гл. ред. физ.-мат. Лит., 1988.

### Дополнительная

1 Зверович, Э.И. Вещественный и комплексный анализ: учебное пособие для вузов: в 6 ч. Ч. 1. Введение в анализ и дифференциальное исчисление / Э. И. Зверович. – Мн. : БГУ, 2003.

2 Зорич, В. А. Математический анализ: учебник для вузов: в 2 ч. Ч. 1. / В. А. Зорич. – М. : Наука, 1981.

3 Ильин, В. А. Математический анализ : учебник для вузов / В. А. Ильин, [и др.]. – М. : Наука, 1979.

4 Никольский, С. М. Курс математического анализа: учебник для вузов: в 2 т. Т. 1. / С. М. Никольский. – М. : Наука, 1983.

5 Привалов, И. И. Введение в теорию функций комплексного переменного : учебное пособие для вузов / И. И. Привалов. – М. : Наука, 1977.

30 Найти производную функции, заданной параметрическими уравнениями  $x = t \cdot \cos t$ ,  $y = \sin t + t$ .

31 Исследовать функцию и построить график  $y = \frac{x-1}{x+1}$ .

32 Вычислить несобственный интеграл  $\int_0^1 x \ln x dx$ .

33 Найти дифференциал функции  $y = \frac{x^2 + 1}{\operatorname{arctg} x}$ .

34 Вычислить несобственный интеграл  $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 1}$ .

$$\text{б) } \int_0^1 x^2 \sqrt{1-x^2} dx; \quad \text{г) } \int_0^1 \frac{dx}{1-x^2}.$$

4 Найти длину дуги кривой  $r = \sin^3 \frac{\varphi}{3}$ ,  $\varphi \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ .

5 Найти координаты центра масс и моменты инерции фигуры, ограниченной кривыми  $y = x^3$ ,  $x + y = 1$ ,  $x = 0$ .

6 Вычислить несобственный интеграл (или установить его расходимость)  $\int_0^1 \frac{dx}{(2-x)\sqrt{1-x}}$

### Контрольная работа по разделу «Теория рядов»

#### Вариант 1

1 Исследовать сходимость рядов с неотрицательными членами:

$$\text{а) } \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k+1}{2^k (k-1)!}, \quad \text{б) } \sum_{k=1}^{\infty} \left( \frac{k+1}{3k-4} \right)^{k-2}, \quad \text{в) } \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k \ln(3k)}.$$

2 Исследовать сходимость рядов. В случае сходимости ряда, вычислить его сумму с точностью  $\alpha$ :  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{3k^2 + 1}$ ,  $\alpha = 0,01$ .

3 Найти область сходимости функционального ряда  $\sum_{k=1}^{\infty} 3^{k^2} x^{k^2}$ .

#### Вариант 2

1 Исследовать сходимость рядов с неотрицательными членами:

$$\text{а) } \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^2}{(2k+1)!}, \quad \text{б) } \sum_{k=1}^{\infty} \left( \frac{2k}{4k-1} \right)^{2k+3}, \quad \text{в) } \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(k+2) \ln^2(k+2)}.$$

2 Исследовать сходимость рядов. В случае сходимости ряда, вычислить его сумму с точностью  $\alpha$ :  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k!}$ ,  $\alpha = 0,01$ .

3 Найти область сходимости функционального ряда  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(x-5)^k}{3k+8}$ .

Тестовые задания

Вариант 1

Часть А

	Задание	Варианты ответов
1	Вычислить модуль и аргумент комплексного числа $z = 5 + 5i$	а) $ z  = 5\sqrt{2}$ , $\arg z = \frac{\pi}{4}$ ; б) $ z  = 5$ , $\arg z = \frac{\pi}{4}$ ; в) $ z  = 5\sqrt{2}$ , $\arg z = \frac{3\pi}{4}$ ; г) $ z  = 5\sqrt{2}$ , $\arg z = -\frac{\pi}{4}$
2	Найти $\inf A$ , $\sup A$ для множества $A = \{x \mid x^2 < 2, x \in \mathbb{Q}\}$	а) $\sup A = 2$ , $\inf A = -2$ ; б) $\sup A = \sqrt{2}$ , $\inf A = -\sqrt{2}$ ; в) $\sup A = \sqrt{2}$ , $\inf A = 0$ ; г) другой ответ.
3	Вычислить предел последовательности $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{\sqrt{n^2+2n}}$	а) $\infty$ ; б) $\frac{1}{2}$ ; в) 1; г) 0.
4	Вычислить предел функции $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 4x}{\sin x}$	а) 4; б) $\frac{1}{4}$ ; в) $\infty$ ; г) 1.
5	Вычислить $f'(-3)$ функции $f(x) = (x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$	а) 0; б) 1; в) -2; г) 2.
6	Вычислить $y'(0)$ функции $y^2 + x^2 - 6xy - 10 = 0$ .	а) 0; б) 3; в) 1; г) 2.
7	Вычислить интеграл $\int \frac{dx}{x \ln^2 x}$	а) $\frac{1}{\ln x} + C$ ; б) $-\frac{1}{\ln x}$ ; в) $-\frac{1}{\ln x} + C$ ; г) $-\frac{1}{\ln^3 x} + C$
8	Интеграл $\int_{-\infty}^{+\infty} x \cos x dx$	а) абсолютно сходится; б) сходится в смысле главного значения;

15 Исследовать ряд на сходимость  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3^{k+1}}{5^k}$ .

16 Найти производную функции, заданной параметрическими уравнениями  $\begin{cases} x = t^3 - t, \\ y = t \cdot \sin t. \end{cases}$

17 Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 4x}{x}$ .

18 Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x-2} - 2}{x-2}$ .

19 Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{n-2}{n+4}\right)^{n+1}$ .

20 Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos x}{x^2}$ .

21 Исследовать непрерывность функции  $y = \begin{cases} x^2 & \text{при } x < -1, \\ x+1 & \text{при } -1 \leq x \leq 0, \\ -x^2 & \text{при } x > 0. \end{cases}$

22 Исследовать функцию на непрерывность  $y = x + \frac{1}{x^2 - 4}$ .

23 Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + x - 6}{2x^2 + 6x + 3}$

24 Найти производную функции  $y = (x+1)^x$ .

25 Найти асимптоты графика функции  $y = 2x + \frac{3}{x^2 - 1}$ .

26 Найти радиус и интервал сходимости степенного ряда  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{2^{2k}}$ .

27 Найти производную функции, заданной неявно  $\cos y + xy = \sin(x^2 - 1)$ .

28 Разложить в ряд Маклорена функцию  $y = e^{x^2}$ .

29 Вычислить производную 2-го порядка функции  $y = x^3 + (x-2)^2 \ln(x+1)$  в точке  $x = 0$ .

### Типовые задачи к экзамену

1 Исследовать ряд на сходимость  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^4 + 2}$ .

2 Найти область сходимости функционального ряда  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2^k} \left( \frac{x+2}{x-3} \right)^k$ .

3 Вычислить интеграл  $\int \frac{dx}{x^2 - 2x + 5}$ .

4 Вычислить интеграл  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} x \cos x dx$ .

5 Найти радиус и интервал сходимости степенного ряда  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{4^k}{k!} (x-1)^k$ .

6 Исследовать ряд на сходимость  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k!}{5^k}$ .

7 Вычислить интеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt{2x+3}}$ .

8 Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x - \sin x}{x}$ .

9 Найти радиус и интервал сходимости степенного ряда  $\sum_{k=0}^{\infty} \left( \frac{2}{3} \right)^k x^k$ .

10 Вычислить интеграл  $\int \operatorname{tg} x dx$ .

11 Вычислить интеграл  $\int_1^6 \sqrt{x+3} dx$ .

12 Вычислить интеграл  $\int \frac{x^3 + 1}{x^2 - 1} dx$ .

13 Вычислить интеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 4x + 3}}$ .

14 Разложить функцию в ряд Маклорена  $f(x) = \cos x^2$ .

9	Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k}{k}$	а) (0;1); б) (-1;1); в) [-1;1); г) [-1;0).
10	Найти $3S$ , где $S$ – площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 6x + 8$ , $y = 0$	а) -4; б) 4; в) 12; г) 8.
<b>Часть В</b>		
1	Решить уравнение $z^2 = \frac{1-i}{\sqrt{2}}$ .	
2	Является ли при $x \rightarrow \infty$ функция $f(x) = \frac{\operatorname{sign}(\cos x)}{x - \pi/2}$ бесконечно малой?	
3	Является ли непрерывной функция $f(x) = \begin{cases} (1+x)^{\frac{1}{2x}} & \text{при } x \neq 0, \\ \sqrt{e} & \text{при } x = 0? \end{cases}$	
4	Найти $\max y(x)$ и $\min y(x)$ функции $y(x)$ , заданной параметрическими уравнениями $x(t) = \frac{1}{t(t+1)}$ , $y(t) = \frac{(t+1)^2}{t}$ при $t > 0$ .	
5	Является ли сходящимся ряд $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3^k + k!}{(k+1)!}$ ?	
6	Найти 3-ий коэффициент в разложении функции в ряд Маклорена функции $f(x) = x^2 \cos 2x$ .	
7	Найти длину кривой $x = 3 \cos t$ , $y = 3 \sin t$ .	
8	Укажите верные утверждения: а) если функция $f(x) + g(x)$ имеет в точке $x_0$ предел. То функции $f(x)$ и $g(x)$ также имеют предел в точке $x_0$ ; б) если функция $f(x)$ имеет производную в точке $x_0$ , то угловый коэффициент касательной к графику этой функции в точке $x_0$ равен $f'(x_0)$ ; в) любая ограниченная на $[a;b]$ функция, интегрируема на этом отрезке;	

9	Укажите не верное утверждение:
	а) $d^2y = y''(x)dx$ ;
	б) $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall x: 0 <  x - x_0  < \delta \Rightarrow  f(x)  > \varepsilon$ ;
	в) $\left( \int_a^x f(t) dt \right)' = f(x)$ ;
г) ряд $\sum_{k=1}^{\infty} a_k \sin k\alpha$ сходится, если последовательность $(a_k)$ монотонно убывает.	

*Вариант 2*

**Часть А**

	<i>Задание</i>	<i>Варианты ответов</i>
1	Вычислить модуль и аргумент комплексного числа $z = \sqrt{3} - i$	а) $ z  = \sqrt{2}$ , $\arg z = -\frac{\pi}{6}$ ; б) $ z  = 2$ , $\arg z = -\frac{\pi}{6}$ ; в) $ z  = 2$ , $\arg z = \frac{7\pi}{6}$ ; г) $ z  = -2$ , $\arg z = -\frac{\pi}{6}$ .
2	Найти $\inf A$ . $\sup A$ для множества $A = \left\{ x \mid x = \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\}$	а) $\sup A = \infty$ , $\inf A = -\infty$ ; б) $\sup A = 1$ , $\inf A = -1$ ; в) $\sup A = 1$ , $\inf A = 0$ ; г) другой ответ.
3	Вычислить предел последовательности $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^3 + 10}}{2n + 5}$	а) $\infty$ ; б) $\frac{1}{2}$ ; в) 1 ; г) 0.
4	Вычислить предел функции $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg x}{\sin 3x}$	а) 3 ; б) $\frac{1}{3}$ ; в) $\infty$ ; г) 1.
5	Вычислить $f' \left( \frac{\pi}{2} \right)$ функции $f(x) = \sin x \sin 2x \sin 4x$	а) 0 ; б) 1 ; в) -1 ; г) 2.

64 Функциональная последовательность, поточечная и равномерная сходимость.

65 Функциональный ряд, поточечная и равномерная сходимость.

66 \*Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.

67 Признаки Дирихле и Абеля равномерной сходимости функционального ряда.

68 Свойства равномерно сходящихся функциональных рядов.

69 \*Степенные ряды, теорема Абеля.

70 \*Теорема Тейлора о разложении в ряд Тейлора.

- 32 \*Теорема Коши (обобщённая формула конечных приращений).
- 33 \*Правило Лопиталья.
- 34 \*Теорема Тейлора.
- 35 Локальные экстремумы функции и необходимое условие локального экстремума.
- 36 Локальные экстремумы функции и достаточные условия экстремума.
- 37 \*Выпуклость и вогнутость функции.
- 38 \*Точки перегиба функции, необходимое и достаточное условие перегиба функции.
- 39 Первообразная функции и ее свойства
- 40 Неопределённый интеграл и его свойства.
- 41 Основные методы интегрирования.
- 42 Интегральные суммы Дарбу, свойства верхних и нижних сумм Дарбу.
- 43 Определённый интеграл Римана и его свойства.
- 44 Существование определенного интеграла, критерий Дарбу.
- 45 \*Теорема об интегрируемости непрерывной на отрезке функции.
- 46 \*Теорема об интегрируемости монотонной на отрезке функции
- 47 \*Теорема о среднем.
- 48 Интеграл с переменным верхним пределом, его непрерывность и дифференцируемость.
- 49 \*Формула Ньютона-Лейбница.
- 50 Замена переменной в определённом интеграле.
- 51 Формула интегрирования по частям в определённом интеграле.
- 52 Несобственный интеграл с бесконечным верхним пределом.
- 53 Несобственный интеграл от неограниченных функций.
- 54 \*Признак сравнения сходимости несобственного интеграла.
- 55 Признаки сходимости несобственных интегралов.
- 56 Числовой ряд, сходимость числового ряда.
- 57 \*Необходимое условие сходимости числового ряда.
- 58 \*Интегральный признак сходимости числового ряда.
- 59 \*Ряды с неотрицательными членами, признак сравнения.
- 60 \*Ряды с неотрицательными членами, признак Коши.
- 61 \*Ряды с неотрицательными членами, признак Даламбера.
- 62 \*Знакопередающийся ряд, признак Лейбница.
- 63 Абсолютная и условная сходимость знакопеременного числового ряда, признаки Дирихле и Абеля.

6	Вычислить $y'(0)$ функции $x^2 - 4xy + 4y + 4x - 16 = 0$ .	а) 0; б) 3; в) 15; г) 1.
7	Вычислить интеграл $\int \frac{\sin x dx}{\cos^2 x}$	а) $\frac{1}{\cos x} + C$ ; б) $-\frac{1}{\cos x} + C$ ; в) $-\frac{3}{\cos x} + C$ ; г) $\frac{3}{\cos x} + C$ .
8	Интеграл $\int_{-1}^0 \frac{dx}{\sqrt{-x}}$	а) абсолютно сходится; б) сходится условно; в) равен 1; г) сходится.
9	Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k}{k^2}$	а) (0;1); б) [-1;1]; в) [-1;1); г) [-1;0).
10	Найти $3S$ , где $S$ – площадь фигуры, ограниченной линиями $x = 4 - x^2$ , $x = 0$	а) -32; б) 16; в) 8; г) 32.
<b>Часть В</b>		
1	Решить уравнение $z^2 = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$ .	
2	Является ли при $x \rightarrow \infty$ функция $f(x) = \frac{1}{x+2^x}$ бесконечно малой?	
3	Является ли непрерывной функция $f(x) = \begin{cases} (1+2x)^{\frac{1}{x}} & \text{при } x \neq 0, \\ e & \text{при } x = 0? \end{cases}$	
4	Найти $\max y(x)$ и $\min y(x)$ функции $y(x)$ , заданной параметрическими уравнениями $x(t) = \ln\left(\sin \frac{t}{2}\right)$ , $y(t) = \ln(\sin t)$ при $t > 0$ .	
5	Является ли сходящимся ряд $\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{2n+1}\right)^{n^2}$ ?	
6	Найти 3-ий коэффициент в разложении функции в ряд Маклорена функции $f(x) = x \sin^2 x$ .	
7	Найти длину кривой $r = 2(1 + \cos \varphi)$ .	

8	<p>Укажите верные утверждения:</p> <p>а) если функция <math>f(x) \cdot g(x)</math> имеет в точке <math>x_0</math> предел. То функции <math>f(x)</math> и <math>g(x)</math> также имеют предел в точке <math>x_0</math>;</p> <p>б) если функция <math>f(x)</math> непрерывна в точке <math>x_0</math>, то она имеет производную в этой точке;</p> <p>в) если функция <math>f(x)</math> непрерывна на <math>[a; b]</math>, то она интегрируема на этом отрезке;</p> <p>г) если функциональный ряд сходится, то он сходится равномерно.</p>
9	<p>Укажите не верное утверждение:</p> <p>а) <math>d^3 y = y'''(x) dx</math>;</p> <p>б) <math>\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty \Leftrightarrow \forall \varepsilon &gt; 0 \exists \delta &gt; 0 \forall x:  x - x_0  &lt; \delta \Rightarrow f(x) &gt; \varepsilon</math>;</p> <p>в) <math>\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)</math>;</p> <p>г) ряд <math>\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k a_k</math> сходится, если последовательность <math>(a_k)</math> монотонно убывает.</p>

### Примерный перечень вопросов к экзамену

(\* отмечены вопросы, содержащие теорему с доказательством)

- 1 \*Верхняя и нижняя грани числового множества.
- 2 \*Лемма о вложенных отрезках.
- 3 Числовые последовательности, ограниченные и неограниченные последовательности.
- 4 \*Бесконечно-малые последовательности и их свойства.
- 5 Бесконечно-большие последовательности и их связь с бесконечно малыми.
- 6 Сходящиеся последовательности и их свойства.
- 7 Предельный переход в неравенствах.
- 8 \*Теорема Вейерштрасса сходимости монотонной ограниченной последовательности.
- 9 \*Число  $e$ .
- 10 Подпоследовательности и принцип выбора.
- 11 \*Фундаментальные последовательности, критерий Коши.
- 12 \*Определение предела функции по Гейне и по Коши и их эквивалентность.
- 13 Односторонние пределы.
- 14 \*Первый замечательный предел.
- 15 \*Второй замечательный предел.
- 16 Бесконечно-малые функции, сравнение бесконечно-малых функций.
- 17 Непрерывность функции, классификация точек разрыва.
- 18 \*Теорема об устойчивости знака непрерывной функции.
- 19 \*Теорема Больцано-Коши о прохождении непрерывной функции через любое промежуточное значение.
- 20 \*Теорема Вейерштрасса об ограниченности непрерывной функции на отрезке.
- 21 Равномерная непрерывность функции, теорема Кантора.
- 22 Сложная функция непрерывность сложной функции.
- 23 Обратная функция и непрерывность обратной функции.
- 24 Определение производной, геометрический и физический смысл производной.
- 25 \*Дифференцируемость функции в точке.
- 26 Определение и геометрический смысл дифференциала.
- 27 \*Производная обратной и сложной функции.
- 28 Производная и дифференциалы высших порядков.
- 29 \*Теорема Ферма.
- 30 \*Теорема Ролля.
- 31 \*Теорема Лагранжа.