

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

по «МЕТОДАМ ВЫЧИСЛЕНИЙ»

для студентов заочной формы обучения на 2012/13 уч.год

I Для студентов 4 курса

Тема 1 ПРИБЛИЖЕНИЕ ФУНКЦИЙ

Задание 1.1. Для функции заданной таблично построить интерполяционный полином Лагранжа в виде

$$L_n(x) = \sum_{i=0}^n y_i \frac{(x-x_0)(x-x_1)\cdots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\cdots(x-x_n)}{(x_i-x_0)(x_i-x_1)\cdots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\cdots(x_i-x_n)} \quad (1.1)$$

и получить многочлен

$$L_4(x) = a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0. \quad (1.2)$$

Вычислить значение многочлена в точке C , где $x_1 < C < x_2$. Выполнить проверку, вычислив значение многочлена в точке C по формулам (1.1) и (1.2).

Построить таблицу исходных данных, исходя из следующих зависимостей:

$$y_i = x_i^4 - x_i^2 + 3x_i + k - \frac{g-k}{g+k}, \quad i = \overline{0,4},$$

где k – номер варианта, исходя из списка по журналу, g – номер года,

$$x_0 = \frac{7}{k}; \quad x_1 = x_0 + 0.1; \quad x_2 = x_0 + 0.2; \quad x_3 = x_0 + 0.15, \quad x_4 = x_0 + 0.3.$$

i	0	1	2	3	4
x_i	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4
y_i	y_0	y_1	y_2	y_3	y_4

Таблицу заполнить с точностью до трех знаков после запятой.

Задание 1.2. Используя первую или вторую интерполяционную формулу Ньютона для неравноотстоящих узлов интерполяции вычислить значение функции заданной таблично в точке $x = C$. Таблицу данных взять из задания 1.1.

Для нечетных вариантов $x_0 < C < x_1$ применить 1-ю формулу Ньютона;

Для четных вариантов $x_3 < C < x_4$ применить 2-ю формулу Ньютона.

Задание 1.3. Используя первую или вторую интерполяционную формулу Ньютона для равноотстоящих узлов интерполяции вычислить значение функции заданной таблично в точке $x = C$. Оценить погрешность интерполяционной формулы.

Построить таблицу данных функции

$$y_i = x_i^4 + x_i^2 - 3x_i + k - \frac{g-k}{g+k}, \quad i = \overline{0,4},$$

где k – номер варианта, g – номер года.

$$x_0 = \frac{k}{20} + \frac{g-k}{g+k}; \quad x_i = x_0 + ih, \quad h = 0.2, \quad i = \overline{1,4};$$

Для нечетных вариантов $x_3 < C < x_4$.

Для четных вариантов $x_0 < C < x_1$.

Задание 1.4. Используя первую или вторую формулу Ньютона для равноотстоящих узлов интерполяции вычислить значения первой и второй производных в точке C . Данные взять из задания 1.3.

Задание 1.5. Используя точечный метод наименьших квадратов построить аппроксимирующий полином второго порядка $P_2(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2$ для функции заданной таблично. Проверить правильность решения системы уравнений, полученной в результате выполнения задания. Данные взять из задания 1.3.

Задание 1.6. Используя интегральный метод наименьших квадратов построить полином 3-го порядка $P_3(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + b_3x^3$ для функции заданной аналитически

$$y = x^4 - x^2 + 3x - k + \frac{g - k}{g + k},$$

где k – номер варианта, g – номер года, на отрезке $[1,2]$.

Тема 2 КВАДРАТУРНЫЕ ФОРМУЛЫ

Задание 2.1. Используя квадратурную формулу трапеций вычислить определенный интеграл при $n=4$. Оценить погрешность результата

$$\int_a^b \frac{kx dx}{\sqrt{kx^2 + g}}; a = 1, b = 2,$$

где k – номер варианта, g – номер года.

Задание 2.2. Вычислить определенный интеграл из задания 2.1 по формуле трапеций с точностью $\varepsilon = 0.001$.

Задание 2.3. Вычислить определенный интеграл из задания 2.1 по квадратурной формуле Симпсона при $n=8$. Оценить погрешность результата.

Задание 2.4. Вычислить определенный интеграл из задания 2.1 по квадратурной формуле Гаусса для $n = 4$.

Задание 2.5. Вычислить определенный интеграл из задания 2.1 по квадратурной формуле трапеций при $n_1 = 4$, $n_8 = 8$ и уточнить его по экстраполяционной формуле Ричардсона.

Тема 3 РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Задание 3.1. Отделить корни уравнения графически и аналитически. Построить соответствующие графики.

Варианты заданий:

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| 1. $2x^3-3x^2-12x-5=0$ | 16. $2x^3-3x^2-12x+1=0$ |
| 2. $x^3-3x^2+3=0$ | 17. $x^3-3x^2-24x-5=0$ |
| 3. $x^3+3x^2-24x-10=0$ | 18. $x^3-4x^2+2=0$ |
| 4. $2x^3+9x^2-21=0$ | 19. $x^3-12x-5=0$ |
| 5. $x^3+3x^2-2=0$ | 20. $x^3+3x^2-24x+1=0$ |
| 6. $x^3+3x^2-24x+10=0$ | 21. $2x^3-3x^2-12x+12=0$ |
| 7. $2x^3+9x^2-10=0$ | 22. $2x^3+9x^2-6=0$ |
| 8. $x^3+3x^2-3=0$ | 23. $x^3-3x^2+1.5=0$ |
| 9. $2x^3-3x^2-24x-5=0$ | 24. $x^3-3x^2-24x+10=0$ |
| 10. $x^3-12x-5=0$ | 25. $2x^3+3x^2-24x-3=0$ |
| 11. $2x^3-3x^2-12x+12=0$ | 26. $x^3-12x-10=0$ |
| 12. $x^3+3x^2-24x-3=0$ | 27. $2x^3+9x^2-4=0$ |
| 13. $x^3+3x^2-1=0$ | 28. $2x^3-3x^2-12x+8=0$ |
| 14. $x^3-12x^2+6=0$ | 29. $x^3+3x^2-1=0$ |
| 15. $2x^3-12x+10=0$ | 30. $x^3-3x^2+3.5=0$ |

Задание 3.2. Один из корней, отделенных в задании 3.1, уточнить методами:

- 1 – простой итерации;
- 2 – методом хорд;
- 3 – методом Ньютона

с заданной точностью $\varepsilon = 0.001$.

Провести графическую иллюстрацию и сравнительную характеристику примененных методов.

II Для студентов 5 курса (будут добавлены по мере готовности)

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Березин, И.С. Методы вычислений: в 2 т. Т.1. / И.С.Березин, Н.П.Жидков. – М.: Наука, 1966. – 630с.
- 2 Демидович, Б.П. Численные метода анализа / Б.П. Демидович, И.А. Марон, Э.З. Шувалова. – М.: Наука, 1967. – 368с.
- 3 Демидович, Б.П. Основы вычислительной математики / Б.П. Демидович, И.А. Марон. – М.: Наука, 1970. – 664с.
- 4 Крылов, В.И. Вычислительные методы: в 2 т. Т.1. / В.И. Крылов, В.В. Бобков, П.И. Монастырный. – М.: Наука, 1976. – 304с.
- 5 Крылов, В.И. Вычислительные методы: в 2 т. Т.2. / В.И. Крылов, В.В. Бобков, П.И. Монастырный. – М.: Наука, 1977. – 400с.
- 6 Сборник задач по методам вычислений / под ред. П.И. Монастырного. – Мн.: БГУ, 1983. – 287с.
- 7 Калиткин, Н.Н. Численные методы / Н.Н. Калиткин. – М.: Наука, 1978. – 512с.
- 8 Воробьева, Г.Н. Практикум по вычислительной математике / Г.Н. Воробьева, А.Н. Данилова. – М.: Высш. школа, 1990. – 208с.
- 9 Бахвалов, Н.С. Численные методы в задачах и упражнениях / Н.С. Бахвалов, А.В. Лапин, Е.В. Чижонков. – М.: Высш. школа, 2000. – 230с.
- 10 Бахвалов, Н.С. Численные методы : учеб. Пособие для физ.-мат. специальностей вузов / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков; под общ. ред. Н.И. Тихонова. – 2-е изд. – М.: Физмалит: Лаб. базовых данных; СПб.: Нев.диалект, 2002. – 630с.
- 11 Численные методы: лабораторный практикум. Ч.1 / С.И. Голик [и др.]. М-во образования РБ, Гомельский гос. ун-т им. Ф.Скорины. – Гомель: ГГУ им. Ф.Скорины, 2001. – 60с.
- 12 Березовская, Е.М. Методы численного анализа : тексты лекций для студентов вузов специальности 1-31 03 06 «Экономическая кибернетика»: в 2 ч. Ч.1. Интерполяция и интегрирование / Е.М. Березовская; М-во образования РБ, Гомельский гос. ун-т им. Ф. Скорины. – Гомель: ГГУ им. Ф.Скорины, 2007. – 131с.
- 13 Березовская, Е.М. Методы вычислений : тексты лекций для студентов вузов специальности 1-31 03 01-02 «Математика (научно-педагогическая деятельность)»: в 2 ч. Ч.1. Интерполирование и нелинейные уравнения / Е. М. Березовская, М. И. Жадан; М-во образования РБ, Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины. – Гомель: ГГУ им. Ф.Скорины, 2010. – 80с.