

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ  
по курсу «Функциональный анализ и интегральные уравнения»  
специальность «Экономическая кибернетика» 3 курс  
2012-2013 учебный год

1. Определения и примеры метрических пространств.
2. Топология метрических пространств. Сходящиеся последовательности.
3. Полные метрические пространства. Свойства полных метрических пространств.
4. Принцип сжимающих отображений.
5. Применение принципа сжимающих отображений к интегральным уравнениям Фредгольма.
6. Определения и примеры компактных множеств в метрических пространствах.
7. Предкомпактные множества и их свойства.
8. Критерий предкомпактности Хаусдорфа.
10. Теорема Арцела-Асколи.
11. Критерии компактности в различных метрических пространствах.
12. Линейные пространства. Линейно зависимые системы векторов.
13. Основные понятия теории линейных (векторных) пространств.
14. Линейные операторы и функционалы. Определения и примеры.
15. Линейные операторы и функционалы в конечномерных пространствах.
16. Линейные нормированные пространства. Банаховы пространства. Определения и примеры.
17. Важнейшие примеры банаховых пространств.
18. Сходимость в ЛНП и ее свойства.
19. Подпространства в ЛНП.
20. Эквивалентные нормы и изоморфизм в ЛНП.
21. Ряды в нормированных пространствах. Абсолютная и условная сходимость.
22. Критерий полноты нормированного пространства.
23. Принцип вложенных шаров в полном метрическом пространстве.
24. Множество первой и второй категории. Теорема Бэра о категориях.
25. Критерий конечномерности банахова пространства (теорема Рисса).
26. Определение и примеры Гильбертовых пространств.
27. Ортонормированные системы векторов в ГП. Тотальность и полнота.
28. Теорема Пифагора и критерий сходимости ортогонального ряда в ГП.
29. Ряды Фурье по ОНС в ГП. Теорема Гильберта.
30. Линейные операторы, примеры.
31. Равносильность непрерывности и ограниченности линейного оператора.
32. Норма оператора и ее свойства. Формулы для нормы.
33. Пространство линейных ограниченных операторов. Сопряженное пространство.
34. Линейные ограниченные функционалы в ГП.
35. Описание линейных ограниченных операторов в ГП.
36. Принцип равномерной ограниченности Банаха-Штейнгауза.
37. Норма интегрального оператора Фредгольма в  $C[a,b]$ .
38. Теорема Банаха об открытом отображении.
39. Теорема Банаха об обратном операторе.
40. Обратный оператор и односторонняя обратимость.
41. Существование обратного оператора.
42. Определение и свойства сопряженного оператора.
43. Проекторы, ортопроекторы и их свойства.
44. Эрмитово-сопряженный оператор в ГП. Самосопряженный оператор.
45. Примеры компактных операторов.
46. Пространство компактных операторов.
47. Компактные операторы и их свойства.

48. Различные виды сходимости операторов и связь между ними.
49. Линейные непрерывные функционалы. Примеры.
50. Норма функционала.
51. Интегральный оператор Фредгольма в пространства  $C[a,b]$ .
52. Интегральный оператор Фредгольма в пространства  $L_2[a,b]$ .
53. Интегральные уравнения Фредгольма 2-го рода с вырожденным ядром.
54. Альтернативы Фредгольма.