

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

Топология метрических пространств.

Необходимые понятия и теоремы: шар в метрическом пространстве, открытые множества в метрическом пространстве, топология; внутренние, внешние, граничные точки; точки прикосновения, предельные точки, изолированные точки, замыкание множества, замкнутые множества и их свойства, ограниченные множества.

Литература: [1]стр. 86-91; [2]стр.35-38; [8]стр. 56-66;

1. Является ли данное множество M открытым, замкнутым, ограниченным в пространстве $C[a,b]$ и $C_L[a,b]$. Найти его замыкание, внутренние и граничные точки в каждом указанном пространстве.

N	M	N	M
1.1	$\{x \mid x(a) = 0\}$	1.2	$\{x \in C^{(1)}[a,b] \mid x(a) = 0\}$
1.3	$\{x \mid x(a) = c(b)\}$	1.4	$\left\{x \mid \int_a^b x(t)dt = 0\right\}$
1.5	$\{x \in C^{(1)}[a,b] \mid x(a) = c'(a)\}$	1.6	$\left\{x \mid \int_a^b x(t)dt < 1\right\}$
1.7	$\{x \mid x(a) > 0\}$	1.8	$\{x \mid \max_{t \in [a,b]} x(t) < c\}$
1.9	$\{x \in C^{(1)}[a,b] \mid x'(t) < c\}$	1.10	$\{x \mid x(t) = const\}$
1.11	$\left\{x \mid \exists c > 0 : \forall t_1, t_2 \in [a,b] \right\}$ $\left\{ x(t_1) - x(t_2) \leq c t_1 - t_2 \right\}$	1.12	$\left\{x \mid \exists c > 0 : \forall t_1, t_2 \in [a,b] \right\}$ $\left\{ x(t_1) - x(t_2) \leq c t_1 - t_2 ^2 \right\}$
1.13	$\{x \in C^{(2)}[a,b] \mid x'(t) \leq c\}$	1.14	$\{x \in C^{(2)}[a,b] \mid x'(a) = x'(b) = 0\}$

2. Для данного множества $A \subset S$ выяснить, является ли множество $B = A \cap I_p, \forall p \geq 1$ открытым, замкнутым, ограниченным в l_p .

N	P	A	N	P	A
2.1	1	$\{x \mid \ x\ \leq 1/k\}$	2.2	2	$\{x \mid \ x\ > 1\}$

2.3	1	$\left\{x \mid \sum_{k=1}^{\infty} x(k)^2 < 1\right\}$	2.4	2	$\left\{x \mid x(k) < \sqrt[3]{k^3}\right\}$
2.5	∞	$\left\{x \mid \exists n_k \forall k > n_k, x(k) = 0\right\}$	2.6	2	$\left\{x \mid \sum_{k=1}^{\infty} x(k)k < 1\right\}$
2.7	3/2	$\left\{x \mid x(k) = \dots = x(n_k) = 0\right\}$	2.8	∞	$\left\{x \mid 0 < x(k) < \dots\right\}$
2.9	2	$\left\{x \mid \sum_{k=1}^{\infty} x(k) < 1\right\}$	2.10	3/2	$\left\{x \mid x(k) \leq 1/k\right\}$