

# МАГНЕТИЗМ.

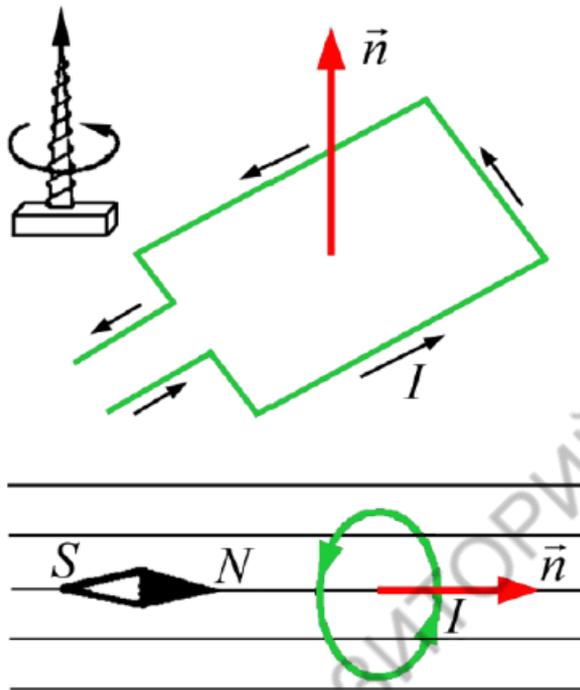
## РАМКА С ТОКОМ. НАПРАВЛЕНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Аналогично тому, как при исследовании электростатического поля использовался точечный пробный заряд, при исследовании магнитного поля используется замкнутый плоский контур с током (рамка с током), линейные размеры которого малы по сравнению с расстоянием до токов, образующих магнитное поле. Ориентация контура в пространстве характеризуется

направлением *нормали*  $\vec{n}$  к контуру.

В качестве **положительного направления нормали** принимается направление, связанное с током **правилом правого винта (правилом буравчика)**:

За **положительное** направление нормали принимается направление поступательного движения правого винта, головка которого вращается в направлении тока, текущего в рамке. Магнитное поле оказывает на рамку с током ориентирующее действие, поворачивая её определённым образом. Это свойство используется для выбора **направления магнитного поля**.

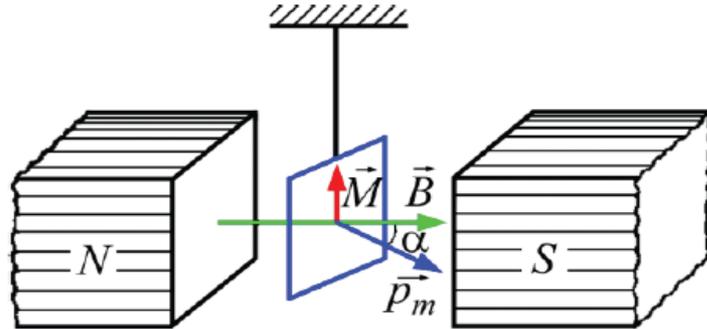


**За направление магнитного поля в**

**данной точке принимается направление, вдоль которого располагается положительная нормаль к свободно подвешенной рамке с током, или направление, совпадающее с направлением силы, действующей на северный полюс (N) магнитной стрелки, помещённый в данную точку поля.**

## ВЕКТОР МАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ

Вращающий момент сил зависит как от свойств поля в данной точке, так и от свойств рамки с током, и определяется векторным произведением:  $\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}]$ ,



где  $\vec{p}_m$  – **вектор магнитного момента** рамки с током,  $\vec{B}$  – **вектор магнитной индукции** – силовая характеристика магнитного поля. По определению векторного произведения скалярная величина момента:  $M = p_m B \sin \alpha$ , где  $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{p}_m$  и  $\vec{B}$ .

Для плоского контура с током  $I$  магнитный момент определяется как:  $\vec{p}_m = IS\vec{n}$ , где  $S$  – площадь поверхности контура (рамки),  $\vec{n}$  – единичный вектор нормали к поверхности рамки. В этом случае вращающий момент  $\vec{M} = IS[\vec{n}, \vec{B}]$ .

Аналогично тому, как силовая векторная характеристика электростатического поля – напряжённость – определялась как сила, действующая на пробный заряд, **силовая характеристика магнитного поля – магнитная индукция**  $\vec{B}$  – определяется максимальным вращающим моментом, действующим на рамку с магнитным моментом, равным единице, когда нормаль к рамке перпендикулярна направлению поля.

Графически магнитное поле, так же как электрическое, изображают с помощью **линий магнитной индукции** – линий, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора  $\vec{B}$ .

**Линии магнитной индукции** всегда замкнуты и охватывают проводники с током, в то время как **линии электростатического поля** – разомкнуты (они начинаются на положительных и заканчиваются на отрицательных зарядах).

## СВЯЗЬ МЕЖДУ ВЕКТОРОМ МАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ И ВЕКТОРОМ НАПРЯЖЕННОСТИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Для однородной изотропной среды вектор магнитной индукции:

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H},$$

где  $\mu_0$  – магнитная постоянная (см. п. 12),  $\mu$  – **магнитная проницаемость среды** (см. п. 39) – безразмерная величина, показывающая, во сколько раз магнитное поле макротоков  $H$  усиливается за счёт поля микротоков среды.

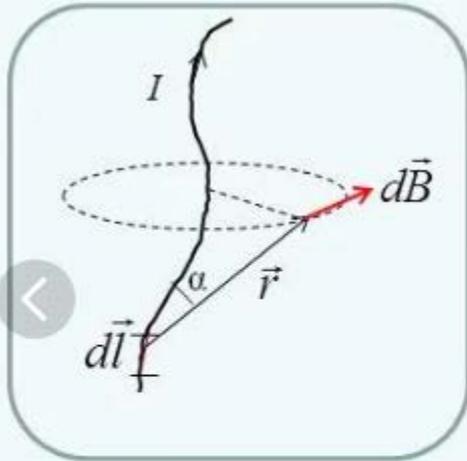
Вектор магнитной индукции  $\vec{B}$  – *аналог* вектора напряжённости электростатического поля  $\vec{E}$ . Эти величины определяют **силовые** действия этих полей и зависят от свойств среды.

*Аналогом* вектора электрического смещения  $\vec{D}$  является вектор напряжённости  $\vec{H}$  магнитного поля.

Для магнитного поля, как и для электрического, *справедлив принцип суперпозиции*: магнитная индукция результирующего поля, создаваемого несколькими токами или движущимися зарядами, равна векторной сумме магнитных индукций полей, создаваемых каждым током или движущимся зарядом.

## ЗАКОН БИО-САВАРА-ЛАПЛАСА

Любой элемент  $dl$  проводника с током  $I$  создает в окружающем пространстве на расстоянии  $r$  под углом  $\alpha$  магнитное поле индукцией  $d\vec{B}$



$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl \sin \alpha}{r^2}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$$

Магнитная постоянная

Направление магнитной индукции определяется по правилу буравчика (правило правого винта)

$$\vec{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I [d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}$$

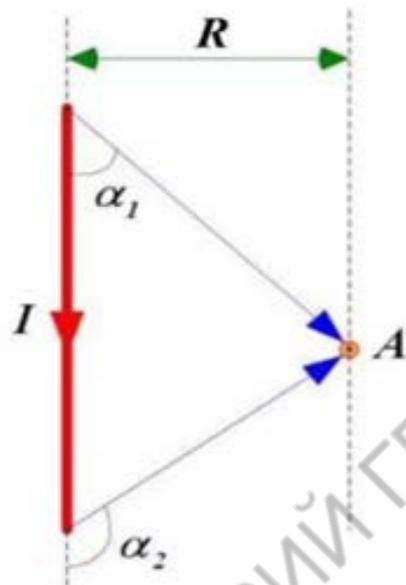
Вдоль проводника поле не возникает!

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i$$

**Принцип суперпозиции:** вектор магнитной индукции результирующего поля, создаваемого несколькими токами или движущимися зарядами, равен векторной сумме магнитных индукций складываемых полей,

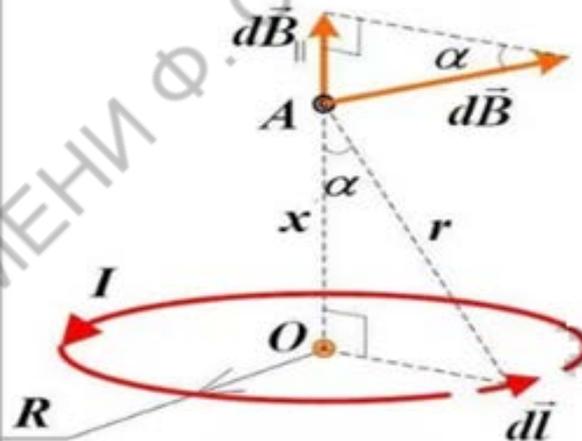
# МАГНИТНЫЕ ПОЛЯ ПРЯМОГО И КРУГОВОГО ТОКОВ

Магнитное поле  
прямого тока



$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$$

Магнитное поле  
кругового тока



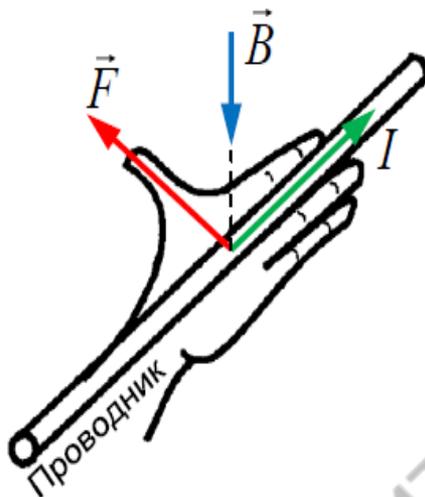
$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2\pi R^2 I}{(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

## ЗАКОН АМПЕРА. СИЛА АМПЕРА

Действие магнитного поля на рамку с током – это пример воздействия магнитного поля на проводник с током.

Ампер установил, что сила  $d\vec{F}$ , с которой магнитное поле действует на элемент проводника  $d\vec{l}$  с током, находящегося в магнитном поле, равна:

$$d\vec{F} = I[d\vec{l}, \vec{B}],$$



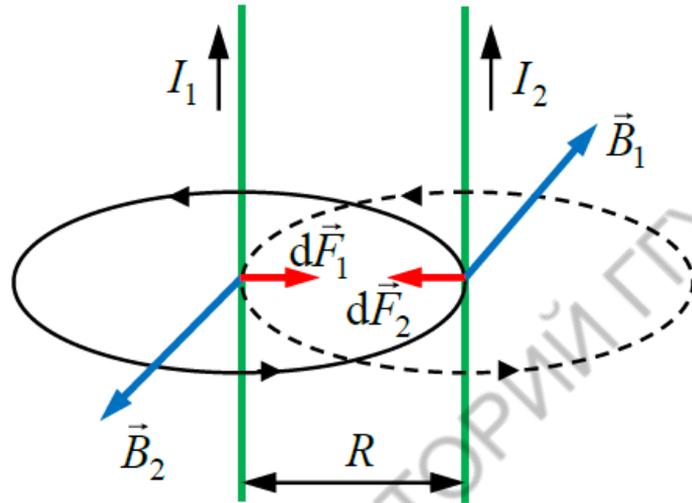
где  $d\vec{l}$  – вектор по модулю равный  $d\vec{l}$  и совпадающий по направлению с током;  $\vec{B}$  – вектор магнитной индукции.

Наглядно направление силы Ампера принято определять по **правилу левой руки**: если ладонь левой руки расположить так, чтобы в неё входил вектор  $\vec{B}$ , а четыре вытянутых пальца расположить по направлению тока в проводнике, то отогнутый большой палец покажет направление силы Ампера.

# ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ТОКОВ

Закон Ампера применяется для определения силы взаимодействия двух токов.

Два параллельных проводника с токами  $I_1$  и  $I_2$  находятся на расстоянии  $R$  друг от друга. Направление сил  $d\vec{F}_1$  и  $d\vec{F}_2$ , с которыми поля  $\vec{B}_1$  и  $\vec{B}_2$  действуют на проводники с токами  $I_2$  и  $I_1$ , определяются по правилу левой руки:



$$B_1 = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I_1}{R}, \quad dF_1 = I_2 B_1 dl.$$

Отсюда:  $dF_1 = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{R} dl$ . Аналогично:

$$B_2 = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I_2}{R}, \quad dF_2 = I_1 B_2 dl,$$

$dF_2 = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{R} dl$ . Таким образом:

$$dF_1 = dF_2 = dF = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{R} dl.$$

Проводники с токами *одинакового* направления *притягиваются*, с токами *разного* направления – *отталкиваются*.

## ЕДИНИЦЫ МАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ И НАПРЯЖЕННОСТИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Пусть элемент проводника  $dl$  с током  $I$  перпендикулярен направлению магнитного поля. Закон Ампера  $dF = IB dl$ , откуда:

$$B = \frac{1}{I} \frac{dF}{dl}.$$

**Единица магнитной индукции  $B$  – тесла (Тл)** – магнитная индукция такого однородного магнитного поля, которое действует с силой 1 Н на каждый метр длины прямолинейного проводника, расположенного перпендикулярно направлению поля, если по этому проводнику проходит ток 1 А:  $1 \text{ Тл} = 1 \frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}}$ .

Из формулы  $B = \mu_0 \mu H$  в вакууме ( $\mu = 1$ ) получим  $H = \frac{B}{\mu_0}$ .

**Единица напряжённости магнитного поля  $H$  – ампер на метр (А/м)** – напряжённость такого поля, индукция которого в вакууме равна  $4\pi \cdot 10^{-7}$  Тл.

# МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ДВИЖУЩЕГОСЯ ЗАРЯДА. СИЛА ЛОРЕНЦА

## Магнитное поле свободно движущегося заряда

Проводник с током создаёт вокруг себя магнитное поле. Электрический ток – это упорядоченное движение электрических зарядов. Магнитное поле  $\vec{B}$  точечного заряда  $q$ , свободно движущегося с постоянной нерелятивистской скоростью  $\vec{v}$  ( $v \ll c$ ):

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{q[\vec{v}, \vec{r}]}{r^3}, \quad B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{qv}{r^2} \sin \alpha,$$

где  $\vec{r}$  – радиус-вектор, проведённый из заряда  $q$  к точке наблюдения,  $\alpha$  – угол между  $\vec{v}$  и  $\vec{r}$ .

## Сила Лоренца

Так же, как и на проводник с током, магнитное поле действует и на отдельный заряд, движущийся в магнитном поле.

Сила, действующая на электрический заряд  $q$ , движущийся в магнитном поле  $\vec{B}$  со скоростью  $\vec{v}$ , называется **силой Лоренца**:

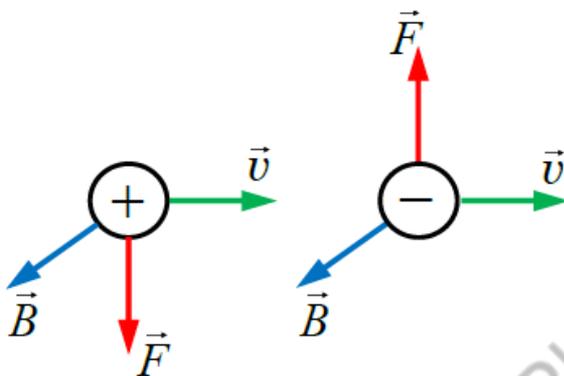
$$\vec{F} = q[\vec{v}, \vec{B}]$$

или  $F = qvB \sin \alpha,$

где  $\alpha$  – угол между  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$ .

# СВЯЗЬ МЕЖДУ ПРОВОДНИКОМ С ТОКОМ И ДВИЖУЩИМСЯ ЗАРЯДОМ

	Проводник с током	Свободно движущийся заряд
Магнитное поле	$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}$ закон Био-Савара-Лапласа	$\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{q[\vec{v}, \vec{r}]}{r^3}$
Сила, действующая на	$d\vec{F} = I[d\vec{l}, \vec{B}]$ сила Ампера	$\vec{F} = q[\vec{v}, \vec{B}]$ сила Лоренца



Направление силы Лоренца, так же как и силы Ампера, определяется по *правилу левой руки*. Сила Лоренца всегда перпендикулярна скорости движения заряженной частицы. Поэтому она изменяет только направление этой скорости, не изменяя её модуля. Следовательно, сила Лоренца работы не совершает.

*Постоянное магнитное поле не совершает работы над движущейся в нем заряженной частицей и кинетическая энергия этой частицы при движении в магнитном поле не изменяется.*

Движение заряда, на который кроме магнитного поля с индукцией  $\vec{B}$ , действует и электрическое поле с напряжённостью  $\vec{E}$ , описывается **формулой Лоренца**:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{v}, \vec{B}].$$

## ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Считаем, что магнитное поле *однородно* и на частицы не действуют электрические поля. Рассмотрим *три* возможных случая:

1.  $\vec{v} \parallel \vec{B}$  – Заряженная частица движется в магнитном поле вдоль линий

магнитной индукции (угол  $\alpha$  между векторами  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$  равен 0 или  $\pi$ ). Сила Лоренца равна нулю. Магнитное поле на частицу не действует, и она движется **равномерно и прямолинейно**.

2.  $\vec{v} \perp \vec{B}$  – Заряженная частица движется в магнитном поле перпендикулярно линиям магнитной индукции (угол  $\alpha = \pi/2$ ).

Сила Лоренца  $F = qvB$ : постоянна по модулю и нормальна к траектории частицы. **Частица будет двигаться по окружности** радиуса  $R$  с центростремительным ускорением  $a_n = \frac{v^2}{R}$ . Из второго закона Ньютона  $qvB = \frac{mv^2}{R}$

получаем радиус окружности  $R = \frac{mv}{qB}$  и период вращения  $T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{qB}$ .

3. Заряженная частица движется под углом  $\alpha$  к линиям магнитной индукции.

Движение частицы можно представить в виде **суммы двух движений**:

1) равномерного прямолинейного движения вдоль поля со скоростью

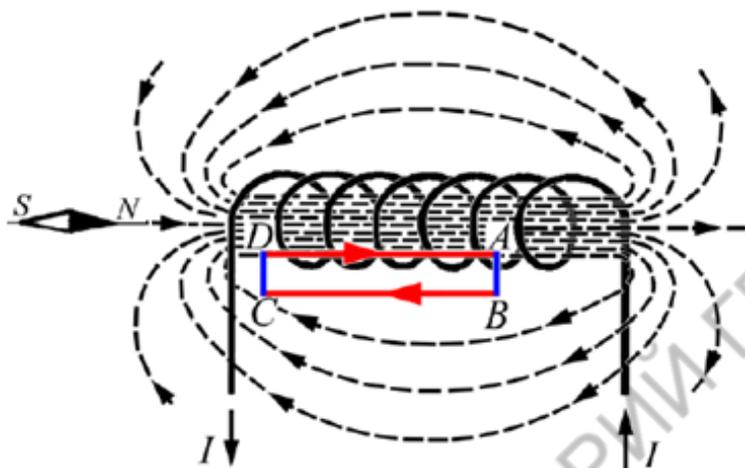
$$v_{\parallel} = v \cos \alpha;$$

2) равномерного движения по окружности в плоскости, перпендикулярной полю.

## МАГНИТНОЕ ПОЛЕ СОЛЕНОИДА. СИЛОВЫЕ ЛИНИИ МАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ

**Соленоидом** называется свёрнутый в спираль изолированный проводник по которому течёт электрический ток. Рассмотрим соленоид длиной  $l$ , имеющий  $N$  витков. Циркуляция вектора  $\vec{B}$  по замкнутому контуру  $ABCD$ , охватывающему все  $N$  витков, равна:

$$\oint_{ABCD} B_l dl = \mu_0 NI.$$



соленоида поле однородно ( $B_l = B$ ), поэтому

$$\int_{DA} B_l dl = Bl = \mu_0 NI.$$

Магнитная индукция (бесконечного) соленоида в вакууме:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{l}.$$

## ПОТОК ВЕКТОРА МАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ

**Потоком вектора магнитной индукции (магнитным потоком)** через площадку  $dS$  называется *скалярная физическая величина*, равная

$$d\Phi_B = \vec{B}d\vec{S} = B_n dS,$$

где  $B_n = B \cos \alpha$  – проекция вектора  $\vec{B}$  на направление нормали  $\vec{n}$  к площадке  $dS$ ;  $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{n}$  и  $\vec{B}$ ;  $d\vec{S}$  – вектор, модуль которого равен  $dS$ ; а направление совпадает с направлением нормали  $\vec{n}$  к площадке.

Поток вектора  $\vec{B}$  может быть как **положительным**, так и **отрицательным** в зависимости от знака  $\cos \alpha$ .

Поток вектора  $\vec{B}$  связывают с контуром, по которому течёт ток. Положительное направление нормали к контуру связано с направлением тока по правилу правого винта. Поэтому *магнитный поток, создаваемый контуром с током через поверхность, ограниченную им самим, всегда положителен.*

Поток вектора магнитной индукции через произвольную поверхность  $S$ :

$$\Phi_B = \int_S \vec{B}d\vec{S} = \int_S B_n dS.$$

Если поле однородно и перпендикулярно ему расположена плоская поверхность с площадью  $S$ , то

$$\Phi_B = BS.$$

**Единица магнитного потока – вебер (Вб):** 1 Вб – магнитный поток, проходящий сквозь плоскую поверхность площадью  $1 \text{ м}^2$ , расположенную перпендикулярно однородному магнитному полю, индукция которого равна 1 Тл ( $1 \text{ Вб} = 1 \text{ Тл} \cdot \text{м}^2$ ).

## ТЕОРЕММА ГАУСА ДЛЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ В ВАКУУМЕ. ПОТОКОСЦЕПЛЕНИЕ

Поток вектора магнитной индукции сквозь любую замкнутую поверхность равен нулю

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0.$$

Эта теорема отражает факт отсутствия магнитных зарядов, вследствие чего линии магнитной индукции не имеют ни начала, ни конца и являются замкнутыми.

### 23. Потокосцепление

Магнитный поток через поверхность, ограниченную замкнутым контуром, называется **потокосцеплением**  $\Psi$  этого **контюра**.

Потокосцепление контура, обусловленное магнитным полем тока в самом этом контуре, называется **потокосцеплением самоиндукции**.

Например, найдём потокосцепление самоиндукции соленоида с сердечником с магнитной проницаемостью  $\mu$ . Магнитный поток сквозь один виток соленоида площадью  $S$  равен  $\Phi_1 = BS$ . Полный магнитный поток, сцепленный со всеми витками соленоида, равен:

$$\Psi = \Phi_1 N = BSN = \frac{\mu_0 \mu NI}{l} SN = \mu_0 \mu \frac{N^2 I}{l} S.$$

Потокосцепление контура, обусловленное магнитным полем тока, идущего в другом контуре, называется **потокосцеплением взаимной индукции** этих двух контуров.