**Учреждение образования**

**«Гомельский государственный университет**

**имени Франциска Скорины»**

**УТВЕРЖДАЮ**

Учитель математики

Журба Елена Михайловна

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

 (дата утверждения)

**План - конспект**

**зачётного урока по математике на тему**

**Сумма n первых членов арифметической прогрессии тема урока**

**в 9 «В» классе**

**ГУО «Средняя школа № 27 г. Гомеля»**

Исполнитель

студент группы М – 41 Вазовиков Д.С.

**Гомель 2019**

**Тема:** **«Сумма n первых членов арифметической прогрессии»**

**Дата: 14.03.2019**

**Класс: 9 «В»**

**Тип урока:** урок изложения нового материала

**Цели:**

1) Обучающие:

* способствовать усвоению учащимися смысла понятий: суммы первых n членов арифметической прогрессии через первый и n – ый члены и через первый член и разность арифметической прогрессии;
* содействовать формированию у учащихся представления о нахождении суммы первых n членов арифметической прогрессии через первый и n – ый члены и через первый член и разность арифметической прогрессии;
* способствовать формированию умения применять, полученные формулы на практике.

2) Развивающие:

* создать условия для развития навыков записывать изученные формулы в соответствии с условием задач, а также применять их для решения задач, предусматривающих вычисление суммы первых n членов арифметической прогрессии;
* способствовать развитию логического мышления, памяти, познавательный интерес, выработку умений и анализ;
* способствовать развитию навыков переноса теоретических знаний в практическую деятельность.

3) Воспитательные:

* содействовать воспитанию умения высказывать свои мысли, слушать других, вести диалоги, отстаивать свою точку зрения;
* способствовать воспитанию целеустремленности и настойчивости, добросовестности и дисциплинированности, нацеленности учащихся на успех в учебе;
* способствовать воспитанию информационной культуры обучающихся.

**Оборудование:** доска, чертёжные инструменты, учебник Геометрия: учеб. пособие для 9 – го класса общеобразовательных учреждений с белорусским и русским языками обучения / В.В. Шлыков. – 3 – е изд., испр. – Минск: Нар. асвета, 2012. – 165 с.: ил.

 **План урока:**

|  |
| --- |
| 1. Организационный этап (2 минуты).2. Проверка домашнего задания (2 минуты).3. Постановка темы и целей урока (2 минуты).4. **Актуализация знаний,** умений и навыков учащихся (5 минут).5. Объяснение нового материала (13 минут).6.Физкультминутка **(2 минуты).****7. Закрепление полученных знаний на практике (15 минут).**8. Постановка домашнего задания (2 минуты).9. Рефлексия (2 минуты). |

**ХОД УРОКА**

1. **Организационный этап (2 минуты):**

– Здравствуйте, ребята!

Присаживайтесь на свои места (*в это время оцениваю готовность учеников к уроку, фиксирую в журнале отсутствующих*).

Проверьте, готовы ли вы к сегодняшнему уроку (*учащиеся должны приготовить принадлежности к уроку: дневники, тетради, ручки*). Пытаюсь создать благоприятный психологический настрой, тем самым активизируя познавательную деятельность учащихся.

1. **Проверка домашнего задания (2 минуты):**

**Выполняю проверку домашнего задания. Слушаю ответы учеников, а ученики в этот момент объясняют свое решение. После этого собираю тетради с выполненной домашней работой. Наиболее сложные задачи, если необходимо разбираю на доске.**

1. **Постановка темы и целей урока (2 минуты):**

– Сегодня мы рассмотрим тему сумма n первых членов арифметической прогрессии, будем учиться применять эти знания при решении задач.

**Цель нашего урока: усвоение учащимися формул для вычисления суммы первых n членов арифметической прогрессии.**

***Для осознания учащимися необходимости изучения вопроса о формуле суммы первых n членов арифметической прогрессии, учащимся предлагается одна из интересных задач на вычисление такой суммы. Например, широко известна задача на вычисление суммы 100 натуральных чисел. При обсуждении условия данной задачи учащиеся приходят к выводу, что на математическом языке оно звучит так: «Найти сумму первых 100 членов арифметической прогрессии». Рассмотрев другие примеры других задач этого вида, учащиеся должны сформировать их обобщенное условие: «Как найти сумму первых нескольких членов арифметической прогрессии?».***

1. **Актуализация знаний, умений и навыков учащихся (5 минут):**

**Что называется арифметической прогрессией?**

**(*Ответ: Арифметической прогрессией называется числовая последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему, сложенному с постоянным для этой последовательности числом. Это число называется разностью арифметической прогрессии. Таким образом, арифметическая прогрессия с разностью d – это такая числовая последовательность* (*an*)*, что любого натурального числа n верно равенство an+1= an+d)***

**Устные задания:**

**Назовите первый член и разность арифметической прогрессии, заданной формулой *an*=*5n-4.* (*Решение: Найдем первых 4 члена данной арифметической прогрессии: a1=1, a2=6, a3=11, a4=16,…***

***Отсюда a1=1, а разность равняется d = a3 - a2 = 11 – 6 = 5.***

**Выберите правильную запись формулы через первый член и разность арифметической прогрессии:**

**а) *an+1= an + d; в) an= a1 + (n-1)d;***

***б) an= 3an + nd; г) an = 2a1 + (n-1)d.***

**(*Ответ: в) an= a1 + (n-1)d.)***

1. **Объяснение нового материала** **(13 минут):**

**Теорема 1.** Пусть ***a1,a2,a3,…, an* – первые nчленов арифметической прогрессии и p – натуральное число,** $1\leq p\leq n-1$**. Тогда верно равенство**

$a\_{1+p}+a\_{n-p}=a\_{1}+a\_{n}$**(1)**

***Доказательство. Преобразуем левую часть равенства (1), используя формулу n – го члена арифметической прогрессии:***

$$a\_{1+p}+a\_{n-p}=a\_{1}+\left(1+p-1\right)d+a\_{1}+\left(n-p-1\right)d=2a\_{1}+\left(n-1\right)d.$$

***Преобразуем правую часть равенства (1), используя формулу n – го члена арифметической прогрессии:***

$$a\_{1}+a\_{n}=a\_{1}+a\_{1}+\left(n-1\right)d=2a\_{1}+\left(n-1\right)d.$$

***Результат преобразования левой части равен результату преобразования правой части равенства (1). Что и требовалось доказать.***

**О любых первых n членах арифметической прогрессии говорят, что они образуют конечную арифметическую прогрессию.**

**Сумму первых n членов арифметической прогрессии (*an*) будем обозначать *Sn*, т.е.**

$$S\_{n}=a\_{1}+...+a\_{n}.$$

**Теорема 2.** Для арифметической прогрессии**(*an*) имеют место формулы:**

$S\_{n}=\frac{a\_{1}+a\_{n}}{2}n$**(2)**

$S\_{n}=\frac{2a\_{1}+\left(n-1\right)d}{2}n$**(3)**

***Доказательство. Докажем формулу (2). Запишем сумму*** $S\_{n}$ ***дважды (в порядке возрастания и убывания номеров членов прогрессии):***

$$S\_{n}=a\_{1}+a\_{2}+a\_{3}+...+ a\_{n-1}+a\_{n},$$

$$S\_{n}=a\_{n}+ a\_{n-1}+ a\_{n-2}+...+ a\_{2}+a\_{1}.$$

***Сложив левые части этих равенств и сложив их правые части, получим:***

$$2S\_{n}=(a\_{1}+a\_{n})+(a\_{2}+a\_{n-1})+(a\_{3}+a\_{n-2})+...+(a\_{n}+a\_{1}).$$

***По теореме 1 каждая сумма, стоящая в скобках, равна*** $a\_{1}+a\_{n}$***, а таких сумм n, поэтому*** $2S\_{n}=\left(a\_{1}+a\_{n}\right)\*n$***, откуда***

$$S\_{n}=\frac{a\_{1}+a\_{n}}{2}n.$$

***Формула (2), доказана.***

1. **Физкультминутка (2 минуты):**

Сидя, смотреть перед собой, посмотреть на классную доску 2—3 секунды. Вытянуть палец левой руки по средней линии лица на расстояние 5—20 см от глаз. Перевести взгляд на конец пальца и посмотреть на него 3—5 секунд, после чего руку опустить (ф*изкультминутку провожу примерно в середине урока, зависит от активности учеников*).

1. **Закрепление полученных знаний на практике (15 минут):**

**4.37 (1)**

Найдите число членов конечной арифметической прогрессии **(*an*)** и их сумму, если:

1) ***a1*** = 1; ***an= 61; d = 5.***

***Решение.***

**Воспользуемся формулой n – го члена арифметической прогрессии:**

$a \_{n}= a\_{1} + (n-1)d$**.**

**Подставим известные данные:**

$61= 1 + (n-1)5$**.**

**Выполним преобразования:**

$61= 1 + 5n-5$**;**

$61= 5n-4$**;**

$5n=65$**;**

$n=13$**.**

**Теперь можем воспользоваться любой из формул для нахождения суммы конечной арифметической прогрессии:**

$S\_{n}= \frac{2a\_{1} + (n-1)d}{2}n$**;**

**Подставим известные данные и вычислим:**

$S\_{13}= \frac{2\*1 + \left(13-1\right)\*5}{2}\*13=\frac{2+12\*5}{2}\*13=\frac{62}{2}\*13=31\*13=403$**.**

***Ответ:*** $n=13$ **и** $S\_{13}=403$**.**

**Работа в парах со взаимопроверкой. Вариант 1 использует способ сложения, а вариант 2 способ подставки.**

Номер **4.38** вы выполните самостоятельно у себя в тетрадях, а после того как задание будет выполнено, поменяетесь со своим соседом по парте тетрадями и проверите правильность решения.

**Вариант 1**

Об арифметической прогрессии (***an* )**известно, что ***a1*** + ***a9*** = 46 и ***a4*** = 18. Найдите ***a7***  и сумму ее первых 8 членов.

*Решение.*

**Распишем, каждый член выражения, при помощи формулы n – го члена арифметической прогрессии:**

$a \_{n}= a\_{1} + (n-1)d$**;**

***a1*** + ***a9*** = 46;

***a1*** + ***a1*** + *(9-1)d* = 46;

***2a1*** + *8d* = 46.

Аналогично выполним для второго выражения:

***а4 =* 18;**

***a1*** + *(4-1)d* = 18;

***a1*** + *3d* = 18.

Составим систему уравнений (способ сложения):

$$\left\{\begin{matrix}2a\_{1}+8d=46,\\a\_{1}+3d=18;\end{matrix}\right.$$

Решим данную систему. Для этого второе уравнение системы мы умножаем на (-2), а затем слаживаем:

$$\left\{\begin{matrix}2a\_{1}+8d=46,\\-2a\_{1}-6d=-36;\end{matrix}\right.$$

Получим:

$$\left\{\begin{matrix}2a\_{1}+8d=46,\\2d=10;\end{matrix}\right.$$

Из второго уравнения мы находим чему равна величина d:

$$\left\{\begin{matrix}2a\_{1}+8d=46,\\d=5;\end{matrix}\right.$$

Подставим полученное d в первое уравнение системы и найдем ***a1***:

$$\left\{\begin{matrix}2a\_{1}=6,\\d=5;\end{matrix}\right.$$

Получаем:

$$\left\{\begin{matrix}a\_{1}=3,\\d=5.\end{matrix}\right.$$

Найдем ***a7* и** $S\_{8}$**:**

$a \_{n}= a\_{1} + (n-1)d$**;**

**Подставим известные данные:**

$a \_{7}= 3 + \left(7-1\right)\*5=3+6\*5=33$**;**

$S\_{n}= \frac{2a\_{1} + (n-1)d}{2}n$**;**

**Подставим известные данные и вычислим:**

$S\_{8}= \frac{2\*3 + \left(8-1\right)\*5}{2}\*8=\frac{6+7\*5}{2}\*8=\frac{41}{2}\*8=41\*4=164$**.**

***Ответ:*** $a \_{7}=33$ **и** $S\_{8}=164$**.**

**Вариант 2**

Об арифметической прогрессии (***an* )**известно, что ***a1*** + ***a29*** = 1,2 и ***a10*** = =12. Найдите ***a18***  и сумму ее первых 20 членов.

*Решение.*

**Распишем, каждый член выражения, при помощи формулы n – го члена арифметической прогрессии:**

$a \_{n}= a\_{1} + (n-1)d$**;**

***a1*** + ***a29*** = 1,2;

***a1*** + ***a1*** + *(29-1)d* = 1,2;

***2a1*** + *28d* = 1,2.

Аналогично выполним для второго выражения:

***а10 =* 12;**

***a1*** + *(10-1)d* = 12;

***a1*** + *9d* = 12.

Составим систему уравнений (способ подстановки):

$$\left\{\begin{matrix}2a\_{1}+28d=1,2,\\a\_{1}+9d=12;\end{matrix}\right.$$

Решим данную систему. Для этого из второго уравнение системы мы выразим $a\_{1}=12-9d$**и** подставим в первое:

$$\left\{\begin{matrix}2(12-9d)+28d=1,2,\\a\_{1}=12-9d;\end{matrix}\right.$$

Получим:

$$\left\{\begin{matrix}10d=-22,8,\\a\_{1}=12-9d;\end{matrix}\right.$$

Из первого уравнения мы находим чему равна величина d:

$$\left\{\begin{matrix}d=-2,28,\\a\_{1}=12-9d;\end{matrix}\right.$$

Подставим полученное d во второе уравнение системы и найдем ***a1***:

$$\left\{\begin{matrix}d=-2,28,\\a\_{1}=12-9\*(-2,28);\end{matrix}\right.$$

Получаем:

$$\left\{\begin{matrix}d=-2,28,\\a\_{1}=32,52.\end{matrix}\right.$$

Найдем ***a18* и** $S\_{20}$**:**

$a \_{n}= a\_{1} + (n-1)d$**;**

**Подставим известные данные:**

$a \_{18}= 32,52 + \left(18-1\right)\*\left(-2,28\right)=32,52+17\*\left(-2,28\right)=-3,24$**;**

$S\_{n}= \frac{2a\_{1} + (n-1)d}{2}n$**;**

**Подставим известные данные и вычислим:**

$S\_{20}= \frac{2\*32,52 + \left(20-1\right)\*(-2,28)}{2}\*20=\frac{65,04-43,32}{2}\*20=\frac{21,72}{2}\*20=217,2$**.**

***Ответ:*** $a \_{18}=-3,24$ **и** $S\_{20}=217,2$**.**

*При решении задач по данной теме закрепляются знания формул и умения применять их в различных ситуациях: как для нахождения значения суммы арифметической прогрессии, так и для нахождения в данной сумме других данных (первого члена арифметической прогрессии, или ее разности, или количество членов конечной прогрессии, если известна их сумма). Кроме этого, продолжается работа по закреплению ключевых моментов, над которыми началась работа на предыдущих уроках: как проверить, является ли данная последовательность арифметической прогрессией (по определению, или характеристическому свойству, или по теореме, в зависимости от условия); как найти разность арифметической прогрессии; как найти следующий за данным член арифметической прогрессии (найти разность арифметической прогрессии и прибавить ее к данному члену).*

1. **Постановка домашнего задания (2 минуты):**

Пункт 4.3, №4.32 (1,2) и 4.37(2)

**4.32(1,2)**

1)Об арифметической прогрессии (***an* )**известно, что ***a2*** + ***a5*** – ***a3*** = 10 и ***a1*** + ***a6*** = 17. Найдите ***a1*, *d*** и сумму ее первых 8 членов.

*Решение.*

**Распишем, каждый член выражения, при помощи формулы n – го члена арифметической прогрессии:**

$a \_{n}= a\_{1} + (n-1)d$**;**

***a2*** + ***a5*** – ***a3*** = 10;

***a1*** + *(2-1)d +* ***a1*** + *(5-1)d - (****a1*** + *(3-1)d)*= 10;

***a1*** + *3d* = 10.

Аналогично выполним для второго выражения:

***a1*** + ***a6*** = 17**;**

***a1*** + ***a1*** + *(6-1)d* = 17;

***2a1*** + *5d* = 17.

Составим систему уравнений:

$$\left\{\begin{matrix}a\_{1}+3d=10,\\2a\_{1}+5d=17;\end{matrix}\right.$$

Решим данную систему. Для этого первое уравнение системы мы умножаем на (-2), а затем слаживаем:

$$\left\{\begin{matrix}-2a\_{1}-6d=-20,\\2a\_{1}+5d=17;\end{matrix}\right.$$

Получим:

$$\left\{\begin{matrix}-d=-3,\\2a\_{1}+5d=17;\end{matrix}\right.$$

Из первого уравнения мы находим чему равна величина d:

$$\left\{\begin{matrix}d=3,\\2a\_{1}+5d=17;\end{matrix}\right.$$

Подставим полученное d во второе уравнение системы и найдем ***a1***:

$$\left\{\begin{matrix}d=3,\\2a\_{1}=2;\end{matrix}\right.$$

Получаем:

$$\left\{\begin{matrix}d=3,\\a\_{1}=1.\end{matrix}\right.$$

Найдем $S\_{8}$**:**

$S\_{n}= \frac{2a\_{1} + (n-1)d}{2}n$**;**

**Подставим известные данные и вычислим:**

$S\_{8}= \frac{2\*1 + \left(8-1\right)\*3}{2}\*8=\frac{2+7\*3}{2}\*8=\frac{23}{2}\*8=23\*4=92$**.**

***Ответ:*** $a \_{1}=1;d=3$ **и** $S\_{8}=92$**.**

2)Об арифметической прогрессии (***an* )**известно, что ***a4*** + ***a6*** – ***a7*** = 11 и ***a2*** + ***a5*** = 25. Найдите ***a1*, *d*** и сумму ее первых 12 членов.

*Решение.*

**Распишем, каждый член выражения, при помощи формулы n – го члена арифметической прогрессии:**

$a \_{n}= a\_{1} + (n-1)d$**;**

***a4*** + ***a6*** – ***a7*** = 11;

***a1*** + *(4-1)d +* ***a1*** + *(6-1)d - (****a1*** + *(7-1)d)*= 11;

***a1*** + *2d* = 11.

Аналогично выполним для второго выражения:

***a2*** + ***a5*** = 25**;**

***a1*** + *(2-1)d +* ***a1*** + *(5-1)d* = 25;

***2a1*** + *5d* = 25.

Составим систему уравнений:

$$\left\{\begin{matrix}a\_{1}+2d=11,\\2a\_{1}+5d=25;\end{matrix}\right.$$

Решим данную систему. Для этого первое уравнение системы мы умножаем на (-2), а затем слаживаем:

$$\left\{\begin{matrix}-2a\_{1}-4d=-22,\\2a\_{1}+5d=25;\end{matrix}\right.$$

Получим:

$$\left\{\begin{matrix}d=3,\\2a\_{1}+5d=25;\end{matrix}\right.$$

Из первого уравнения мы получаем чему равна величина d:

$$\left\{\begin{matrix}d=3,\\2a\_{1}+5d=25;\end{matrix}\right.$$

Подставим полученное d во второе уравнение системы и найдем ***a1***:

$$\left\{\begin{matrix}d=3,\\2a\_{1}=10;\end{matrix}\right.$$

Получаем:

$$\left\{\begin{matrix}d=3,\\a\_{1}=5.\end{matrix}\right.$$

Найдем $S\_{12}$**:**

$S\_{n}= \frac{2a\_{1} + (n-1)d}{2}n$**;**

**Подставим известные данные и вычислим:**

$S\_{12}= \frac{2\*5 + \left(12-1\right)\*3}{2}\*12=\frac{10+11\*3}{2}\*12=\frac{43}{2}\*12=43\*6=258$**.**

***Ответ:*** $a \_{1}=5;d=3$ **и** $S\_{12}=258$**.**

**4.37 (2)**

Найдите число членов конечной арифметической прогрессии **(*an*)** и их сумму, если:

1) ***a1*** = 15; ***an= -15; d = -6.***

***Решение.***

**Воспользуемся формулой n – го члена арифметической прогрессии:**

$a \_{n}= a\_{1} + (n-1)d$**.**

**Подставим известные данные:**

$-15= 15 + \left(n-1\right)\*(-6)$**.**

**Выполним преобразования:**

$-15= 15-6n+6$**;**

$-15= -6n+21$**;**

$-6n=-36$**;**

$n=6$**.**

**Теперь можем воспользоваться любой из формул для нахождения суммы конечной арифметической прогрессии:**

$S\_{n}= \frac{a\_{1} +a\_{n} }{2}n$**;**

**Подставим известные данные и вычислим:**

$S\_{6}= \frac{15+(-15)}{2}\*6=\frac{15-15}{2}\*6=\frac{0}{2}\*6=0$**.**

***Ответ:*** $n=6$ **и** $S\_{6}=0$**.**

1. **Рефлексия (2 минуты):**

- Сегодня на уроке мы познакомились **с тем, как вычисляется сумма первых n членов арифметической прогрессии через первый и n – ый члены и через первый член и разность арифметической прогрессии**, применяли к решению задач, а также вспомнили формулу n – го члена арифметической прогрессии и некоторые её свойства.

Какие формулы для нахождения суммы n членов арифметической прогрессии вы знаете после сегодняшнего урока?

(*Ответ:*$ S\_{n}= \frac{2a\_{1} + (n-1)d}{2}n$ **и** $ S\_{n}= \frac{a\_{1} +a\_{n} }{2}n$)

Учащиеся проводят самоконтроль за усвоением основного содержания урока, отвечая на вопросы:

1. Что на уроке было интересным на уроке?
2. Что было трудным для вас?
3. Чему научились?
4. Приобрели ли вы новые умения?